

平成 27 年度

報 告 書

研究資料 No.41

2016 年 3 月

群馬県小学校・中学校教育研究会

中学校数学部会

目 次

全体研究主題

未来に生きる思考力・表現力を育む算数・数学教育

- 1 数学的な表現力を高めるグループ学習形態の工夫 A-1～
草津町立草津中学校 佐々木 巖
- 2 基礎学力を確実に身に付ける関数指導 B-1～
沼田市立沼田南中学校 関口 由香利
- 3 直観力や論理的思考力を育てる指導 C-1～
渋川市立金島中学校 唐澤 匡史
- 4 数学を学ぶことの楽しさやよさを感得できるような指導 D-1～
みなかみ町立水上中学校 星野 優太
- 5 主体的に考え、表現する活動を通して E-1～
前橋市立鎌倉中学校 登山 淳也
- 6 数学を学ぶことの楽しさやよさを感得できるような指導 F-1～
伊勢崎市立境南中学校 黒澤 由希
- 7 単元の導入における課題設定の工夫と振り返り活動を通して G-1～
玉村町立南中学校 中畷 祐一郎
- 8 図形領域における数学的センスをみかく教材の研究 H-1～
安中市立第二中学校 上田 将大
- 9 問題解決能力を培う学習活動の構成 I-1～
南牧村立南牧中学校 入沢 祐輔
- 10 数学的な思考や表現の形成過程の考察 J-1～
藤岡市立西中学校 高橋 智之
- 11 言語活動を重視した授業づくり K-1～
高崎市立中尾中学校 金井 聡
- 12 数学的活動を生かした図形の指導 L-1～
館林市立第三中学校 斎藤 潤
- 13 繰り返し学習による基礎学力の定着 M-1～
邑楽町立邑楽南中学校 八塚 絢子
- 14 洞察を重視した読式の工夫を手立てとした文字式による論証能力の挽回 N-1～
太田市立藪塚本町中学校 樋口 孝行
- 15 数学的な見方や考え方を培う指導 O-1～
みどり市立大間々東中学校 吉久 誠
- 16 数学的な活動を生かした数と式の指導 P-1～
桐生市立桜木中学校 原 英樹

「未来に生きる思考力・表現力をはぐくむ算数・数学教育」

～数学的な表現力を高めるグループ学習形態の工夫～

草津町立草津中学校 佐々木 巖

I 主題設定の理由

漫画家の手塚治虫氏は、「インプットがないのに、アウトプットはできません。」という言葉を残している。私は、ここでいうインプットとは情報や知識、感動を得ることと考える。近年 ICT の発達により情報を得ること、つまりインプットが簡単に出来るようになってきている。では情報の発信、アウトプットはどうだろうか。インターネット上の文章を読むと、簡略化し過ぎた表現により、思ったことが的確に伝わっていない文章や単語が多いように思う。反対に思ったことを長々と書き連ね、最終的に言いたいことが何なのかわからないものも良く目にする。これは、筋道を立てて説明したり簡潔に的確に表現したりすることに慣れていないからだと考える。

中学校学習指導要領では数学科の目標の中に「事象を数理的に考察し表現する能力を高める」とある。数学の学習において表現することは、事象を考察する課程で、予想したり考え出したりした数や図形の性質などを的確に表したり、それが正しいことを、根拠を示しながら筋道を立てて説明したり、既習内容を活用して課題解決する手順を的確に説明したりする場面が必要になる。また表現することで考えを合理的、論理的に進めることもできるようになる。こうした経験を通して、数学的に表現することを、実感を伴って理解できるようにすることを目標としている。

また本校では、校内研修において「表現力を高める指導の工夫」を主題にグループ活動を工夫してきた。数学科においては、表現力を「立式」と「学び合い活動での根拠を示しながらの説明」と定め、授業研究や一人1授業等の公開授業を行い、生徒に表現力を高める指導の工夫をしてきた。

そこで、本研究では「方程式」の学習における一元1次方程式の応用の場面において、文章から課題をとらえ、立式する場面と立てた式が正しいかどうかを話し合う場面などで、グループ活動の形態を工夫することで、式で表現することへの興味・関心が高まるのではないかと考え、表記の研究主題を設定した。

II 研究目標

1次方程式の学習場面において、グループ活動の人数を変化させたり、考え方別に集まったりするなど説明する場面と回数をしっかり確保することで、自分の意見を言うことへの抵抗を減らし、数学的な表現力が高まることへの一助となることを実践から分析し、考察する。

III 研究内容

1 数学的な表現力のとらえ方

本校では校内研修において「表現力を高める指導の工夫」を主題として、各教科で表現力を高めるための指導方法を工夫してきた。数学科における表現力のとらえ方について、学習

指導要領から

- ①根拠を示しながら筋道を立てて説明する力
 - ②既習内容を活用して課題解決する手順を的確に説明する力
 - ③考えを合理的、論理的に進めるための手立て
- と考え、ここでは②と③に視点をあてて研究することとした。

2 グループ活動形態と指導の工夫について

生徒は中学校に入り「正の数・負の数」の単元や「文字と式」の単元を学習し、文字の活用の仕方、式の意味や立て方、符号と演算記号の区別や見分け方など計算の決まりが混同してしまい、つまづく生徒が多い。また1学年の数名の生徒は、分数の加法、減法でつまづいている。そのような生徒にとっては、表現しようとしても計算方法が間違っているため、相手に自分の考えを説明する際に上手く伝わらないことがあったり、また「それは違う」と友達に言われてしまい、よりみんなの前でしゃべったりすることに抵抗をもつようになっていくと考える。そこで、説明する際のグループの形態や聴き方の指導、課題提示の工夫を行うことにした。

① グループ活動

表現力を高めるためには表現方法の理解、表現する場の確保、表現しようとする意欲の向上が必要になると考える。そこでグループを2人組のペアグループ、4人組の中グループ、6人～クラス全体の大グループに分けることにした。この形態は、ペアと中グループでは理解や技能の習得、中グループと大グループでは表現する場の練習と本番の場、さらに6人ほどの大グループでは学び合いや教えたり聞いたりする形態と意図的な指導に活用するためである。これをランダムグループとした。

② 聴き方の工夫

生徒同士の会話において、何気ない言葉が相手に威圧感を与える。「え?」「は?」と言う聞き返しや「それ違うよ。」といった否定的な言葉である。どのグループの形態でも話す人が抵抗をもっては自信に繋がらないので、抵抗を減らすために、分かったときはうなずく、分からないときは首をかしげる、疑問があるときは「どうして?」「なぜ?」と質問することを約束にした。このような聴き方の工夫を行うことで、自分の表現の仕方を振り返るとともに、うなずきや「なるほど」と言った言葉によって表現への意欲が向上すると考えた。そして伸ばしたい資質や能力を身に付けられるように繰り返し、指導を行うこととした。

3 基本的計算技能の習熟

本校の中学1年生は、数学に対して苦手意識がある生徒の割合が3割と高く、基本的な計算技術の習得が課題である。そこで校内研修と連携して、「計算祭り」を全学年に対して2学期後半から月1回のペース(3年生は1月まで)で開催し、基本的な計算技術の習得を目指している。

このような活動を取り入れることで、①数学の計算に対する苦手意識を下げる②数学本来の楽しさである「考えること」「説明すること」への興味・関心を高めることを目指した。

IV 実践例

1 題材名 「第3章 方程式」

2 指導目標

- ① 「等式の性質」を基にして方程式を解くことを通して、式を形式的に操作して解を求めることが出来るよさと、等式の性質が式変形の根拠となっていることを理解させる。
- ② 文章題を通して、方程式の有用性を知らせ、方程式を用いることができるようにする。

3 指導方針

- 式に表す作業では、左辺の左側に等号をかく生徒がいることがあるので、隣の人やグループで確認し合う作業を取り入れて、式の表し方を確認できるようにする。
- 等式について、左辺の計算結果を右辺にかくのが等式であるという一方通行の考えをもっている生徒がいる場合、等式は左辺と右辺が等しく右辺から左辺の考え方もできることを押さえるために、4人グループで途中式を発表し合い、気づかせる。
- 等式の性質では実際にてんびんの模型を使い、イメージを伴いながら理解できるようにする。
- 方程式を等式の性質を使って変形していく学習において、なぜその数を引いたり割ったりするのか考えさせることで、効率的な解き方を追究しようとする意識を育てたい。
- グループで話し合わせたい内容においても、全体で確認する方が学習を深めることがある場合や反対の場合も考えられるので、柔軟に対応していく。
- 1次方程式の利用において、左辺と右辺それぞれをどのように式に表すか、分からない数量はいくつあって、それを一つの文字で表すためにどのような関係を見つけることができるかなど、グループの話合いから発見や確認、深化をさせていく。
- 1次方程式の利用において、等しい数量を表している式を等号で結ぶことが、1次方程式を作る上で大切であることをつかませるために、課題を小出しにしたり、全体やグループで話し合わせたりする。

4 実践① (4時間目/15時間計画)

- (1) ねらい：等式の性質による表現と移項を利用した途中式を比べることで、移項の意味について理解し、途中式の書き方に気を付けながら、方程式を解くことができる。
- (2) 準備：教科書、等式の性質をかいた模造紙、てんびんの模型
- (3) 展開

過程	学習活動	時間	指導上の留意点及び支援・評価
	予想される生徒の反応		○留意点・支援 ◎努力を要する生徒の支援 ◇評価
つかむ	1 等式の性質を利用して、方程式の解き方を解く。	10	○等式の性質を活用できていない生徒のために、確認用の模造紙を提示する。 ○文字に数がかけられたり割られたりする方程式がまだ不十分なので、ペアグループで確認し合う。
	2 本時の学習を確認する。		
	【本時の学習】 途中式を意識しながら、いろいろな方程式を解いてみよう。		
深める	3 等式の性質の①、②と④が合わさっている方程式の解き方を考える。	5	○xを含む項が両辺にある場合の方程式を取り扱うのは初めてなので、解がx=4であることを、左辺と右辺にそれぞれ代入して確かめさせる。 ◎代入の計算を間違えていないか、確認する。

<p>○次の方程式を解きなさい。</p> <p>① $4x - 7 = -15$ ② $5x = 6 + 4x$</p>	
<p>○中グループで、自分の途中式を説明する活動</p> <p>4 移項について学習し、その考えを使って方程式を解いてみる。</p>	<p>15</p> <p>○まず個々で考える時間をとり、途中式を書かせた。その後、中グループ分けを行い、様々な表し方や、書けていない生徒に対応できるようにする。</p> <p>◎途中式が書けなかった生徒は「どうしてそのような考えになったのか。」と質問し、どの書き方がより簡単で正確か意見を述べる活動を取り入れる。</p> <p>○全体で移項について確認した。</p> <p>◎移項についての理解が難しい生徒は等式の性質を使って表現させた。慣れるまではその方法で表すことにした。</p> <p>◇自分なりの表し方で途中式を考えようとしたか。 (興味・関心・態度)</p> <p>◇等式の性質を利用して方程式の解き方の手順を考えることができたか。(見方・考え方)</p>
<p>例 1 の(1)、(2)を確認して、たしかめ①と問 1 を解いてみよう。</p> <p>○ $x + 6 = 9$ ○ $7x = 5x - 6$ ○ $4x - 7 = -15$ ○ $1 - 2x = 11$ ○ $9x = 4 - 7x$ ○ $-2x = 3 - x$</p>	
<p>○ランダムグループで、練習課題に取り組む活動</p>	<p>10</p> <p>○ランダムグループとして、「自力解決グループ」「友達と協力グループ」「教師からの援助グループ」に分け、習熟別で問題に取り組む。</p> <p>○友達と協力するグループでは、「なぜ?」「どうして?」を聞くこと、等式の性質の何番を利用しているかを説明することを伝える。</p> <p>◇等式の性質や移項の考えを使って方程式を解くことができたか。(技能)</p>
<p>まとめ [黒板へ板書] ① x をふくむ項を左辺に、数の項を右辺に移項する。 ② $ax = b$ の形にする。 ③ 両辺を x の係数 a でわる。</p>	<p>10</p> <p>○個々にたしかめ②、問 2 に取り組ませた。</p> <p>◎計算が遅い生徒や教師からの援助が必要な生徒には、全部で5問のところ3問に問題数を減らし、取り組ませる。</p> <p>◇方程式を解く手順について理解できたか。(知識・理解)</p>

(4) 授業を終えて

前時の学習で、A 男は等式の性質の理解が十分ではなく、途中式を書くことが出来なかった。しかし「なぜそうなるの?」と言う質問に対して、友達が「等式の性質の2番を使うのと同じ意味だよ。」など、説明を聞いているうちに等式の性質の理解が深まり、ランダムグループの活動では友達と協力するグループに属しながら、ほぼ自力解決で課題を解くことが出来た。

5 実践② (10 時間目 / 15 時間計画)

- (1) ねらい：同じ数量を表している式を等号でつなぎ、方程式をつくることができる。
(2) 準備：電子黒板、プリント、教科書

(3) 展開

過程	学習活動 予想される生徒の反応	時間	指導上の留意点及び支援・評価 ○…留意点・支援 ◎努力を要する生徒の支援 ◇評価
つかむ	1 前時の復習をする。	10	○求めたい数量が2つある場合、一方を x 、他方を x を使った式で表し1次方程式をつくることで、答を導き出したことを確認した。
	2 ウォーミングアップに取り組む。		
	ウォーミングアップ ①36人の生徒がいます。1人に4枚ずつ配ると9枚足りません。折り紙は何枚でしょう。折り紙の枚数を求める式を作りなさい。計算はしなくて構いません。 ② x 人の生徒がいます。1人に4枚ずつ配ると9枚足りません。折り紙の枚数を表す式を、 x を使って表しなさい。		○ x を使って式を立てる事にまだ慣れていないので、数を使った問題から文字を使った問題に変化させていった。また商と余りを用いた式を乗法で表すことが定着していない生徒も見られた。 ◇ある数量を x として、別の数量を式で表す事ができたか。 (技能：机間指導)
	【本時の学習】 同じものを表している式を見つけて、方程式をつくれるようになるろう。		○今日の課題は等しいものを見つけることを伝える。
追究する	問題：折り紙を何人かの子どもに配ります。1人に4枚ずつ配ると9枚足りません。また1人に3枚ずつ配ると15枚余ります。子どもの人数と折り紙の枚数を求めましょう。		
	3 ウォーミングアップの考え方を基にして、子供の人数を x 人として式を立てる。 ○小グループで、式を立てる活動	20	○子どもの人数を x 人として、折り紙の枚数を表す式を立てることで式が二つあることに気が付かせる。 ○二人組で式を考えさせ、「足りない」に目を付けて式を立てたグループと「余る」に目を付けて式を立てたグループに分かれさせる。そこで2つの考えがあるように中グループを作り、お互いの考えを発表させる。
	○中グループで、お互いの考えを発表する活動		○同じ「折り紙の枚数」を表しているのに、違う式であること、等式にするにはどうしたらよいかをグループで考えさせる。 ○グループ内の仲間に「なぜ?」「どうして?」がなくなり、みんながうなずくまで説明させる。 ◇過不足の関係を表した式が同じものであることに気付けたか。 (話し合いの様子、説明：数学的見方・考え方)
○大グループに、説明する活動		○等式を立てられたグループを説明するように、グループを分けた。また全体へも説明する活動も取り入れる。 ◇等しい数量を表す式を等号で結ぶことができたか。(ノート：技能)	
深	○教科書の問2、問3に取り組む。	15	◎どちらの式も同じ折り紙の枚数を表していることに気が付けない生徒には、ロールプレイをすることで、式で表し

め る	○折り紙の枚数を x 枚として 2通りの表し方で子どもの人数を表せることと、どちらの式も同じものを表していて等号で結べばよいことは同じであることを確認した。		<p>ているものが同じ数であることに気づかせた。</p> <p>○個々に問に取り組ませ、分からないところは、ランダムグループで質問できる環境にした。</p> <p>○個々のレベルで、問2のみ解く、問3まで取り組む場合のどちらかを生徒に選ばせる。</p> <p>◇方程式を作るには、等しい数量に着目して等号で結びつけければ良いことを理解したか。(解答の仕方、友達への説明：知識・理解)</p>
ま と め る	○次時の課題について説明を聞く。	5	<p>○速さの問題を取り上げることを説明し、次時も同じ数量は何かを見付けることが大事だと言うことを伝える。</p> <p>○授業のまとめを行う。</p>

(4) 授業を終えて

ウォーミングアップを取り入れたことで、子どもの数を x 人として折り紙の枚数を表すことはスムーズに行えた。また別のクラスでは、小グループの活動においても 2 つの式を考え出す生徒もいた。そのため中グループでの活動を行わず、すぐに大グループでの活動にする場合もあった。反対に折り紙の枚数を x 枚として式を立てることに時間がかかり、問3のような別問題をする機会が少なくなった。

V 成果と課題

1 成果

○校内研修でグループ活動の充実について取り組んでいるので、授業の中で数多くの場面を設定することで、生徒が説明することへの抵抗が減り、グループ活動への移行がスムーズになった。また説明する場がしっかり取られているので、説明の仕方も身に付いた。

○一次方程式の解き方を説明し合うことで、定着が進んだ。

○式を立てることについても、グループで説明したり納得するまで聞いたりすることで、式の意味や表し方について深く考察することができ、理解を深めた。

2 課題

○生徒が行う説明の仕方において、教師が指導したことと同じ言葉で説明できるようにするには、どのような工夫が必要か考えていきたい。

○グループ活動は時間がかかるので、どのような場面でどのような形態が有効かについて今後も研究を深めていきたい。

未来に生きる思考力・表現力を育む算数・数学教育 ～基礎学力を確実に身に付ける関数指導～

沼田市立沼田南中学校 関口 由香利

I 主題設定の理由

学習指導要領では、目標を「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」と示している。

日々の授業の中で、生徒の小さな向上を認め讃えながら、個に応じた課題を設定したり、適切な支援を行ったりすることで、基礎学力を確実に身に付けさせ、自信につなげることが大切である。そうすることにより、生徒の学習意欲も向上し、「数学が好きだ」と言える生徒を育てることができると考える。また、新たな発見や感動を味わい、数学を学ぶことのおもしろさ、考えることの楽しさを味わえるようにすることも大切である。そのためには、驚きや発見のある授業を構成し、「分かった」「できた」と実感できる体験を日々積み重ねることが必要である。

これらのことを実践するにあたり、数学的活動を通して、数量や図形などについて実感を伴って理解したり、思考力、判断力、表現力等を高めたりできるようにすることが大切である。そのためには、事象を観察して法則を見つけたり、具体的な操作や実験を試みて数学的内容を帰納したりするなどして、数や図形の性質などを見だし、発展させる活動を行う必要があると考える。

以上のことと、本校の校内研修主題である「基礎的・基本的な知識・技能を身に付け活用できる生徒の育成－問題解決的な学習過程の工夫を通して－」をうけて、授業の導入や演習の工夫を行うことで基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付けさせ、問題解決的な学習過程の工夫を行うことで活用する力を育てることができると考え、本主題を設定した。

II 研究目標

数学的な表現や処理の仕方を理解し、事象を数理的に考察したり、表現したりするような問題解決的な学習過程の工夫を通して、基礎的・基本的な知識・技能を身に付け活用できる生徒を育てる。

III 研究内容

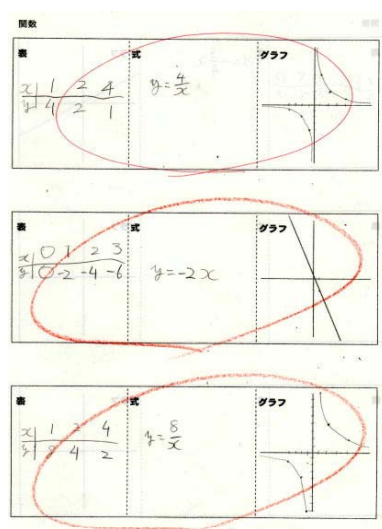
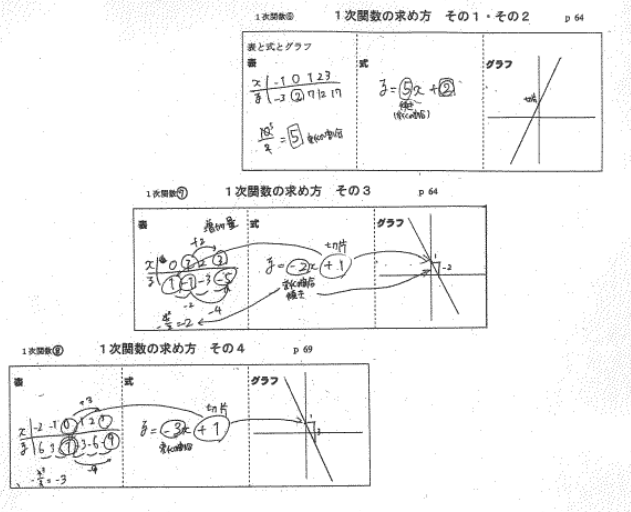
- 基礎的・基本的な学習内容の確かな定着を図るため、単元の構成や授業の構成を工夫する。
 - ・毎時間、授業の初めに表・式・グラフが一体となったプリントやグラフ用紙等(★1)を使った演習を取り入れ、既習事項や本時の基礎となる力の確認をする。
 - ・毎時間、授業終わり10分程度の演習時間(★2)を確保し、本時の学習の定着を図る。その際、基本問題や※複合問題、応用問題等、多様な教材を用意し、能力に応じて選択させ、やり切らせることで基礎的・基本的な力を身に付けることができるようにする。
- 身に付けた知識・技能を活用できるように、課題の設定や学習活動の構成を工夫する。
 - ・問題を作るという学習活動で、自分の使っている基礎となる力を確認することで、振り返ることができるようにする。(★3)
 - ・他者が見付けた課題(★4)に取り組むことで、活用する力を育てることができるようにする。
 - ・毎時間ペア学習を必ず取り入れ、自らの考えを高めたり、ひろげたり、確かなものにしたたりし、説明することで身に付けた知識・技能を活用することができるようにする。(★5)

IV 実践例

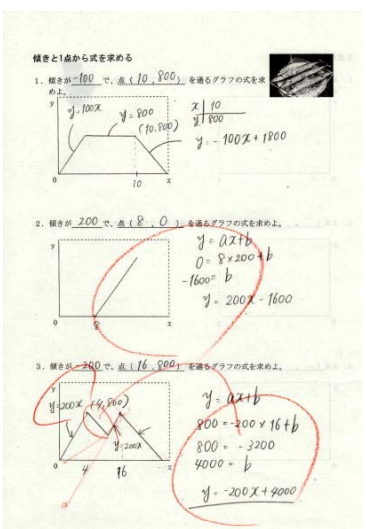
★1 シンプルなドリルシートで反復&定着

毎回同じドリルシートを使うことで、反復練習のような効果が期待できると考える。

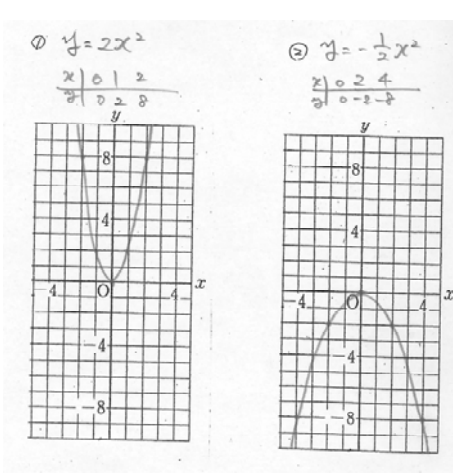
また、同じシートを使うことで生徒自身が向上を実感しやすいという利点もある。



第1学年 比例反比例
(関数一体プリント)



第2学年 1次関数
(傾きと1点から式を求める)



第3学年 $y = ax^2$
(グラフ用紙)

★2 可能な限り豊富な演習を組み込む授業構成

50 分間の授業を次のように構成し、授業の中で確かな学力の育成を目指す。そのためには、授業の始まりに、ベースとなる既習事項や本時の基礎となる力の確認することと、無駄な時間を徹底して削ぎ落とす努力が必要である。

0分	5分	35~40分	50分
① 確認の演習 (B5版1枚)	② 数学的な活動を柱にした本時の学習 (教材シート1枚・学年全員共通)	③ 本時の多様な演習 (授業内容に応じて3~4枚)	

★3 「自ら課題を見つける」の基礎となる「問題を作る」という学習活動

数学では「問題を作る」という活動が、一つの「振り返り」の手段となるのではないかと考える。

(1) 問題を作る

問題づくりや課題設定の構成はたくさんの回数は取れないが、右の「yourself」の活動は、出された問題を解く活動とは異なる学習効果があると考えられる。

この「yourself」の活動では、
 ア. 自分で作って自分で解く
 イ. 自分で作って人と交換して解く
 の2パターンが指示一つで使い分けられる。

yourself
 (3) 変化の割合が $\frac{1}{5}$ で、 $x=2$ のとき $y=3$ となるような1次関数の式を求めなさい。

$y = ax + b$
 $3 = 5 \times \frac{1}{5} + b$
 $3 = 1 + b$
 $3 - 1 = b$
 $2 = b$

$y = 5x + 2$

〜 ペ 84

授業の中で問題を作る活動を行うことで、学習の振り返りを行うとともに、生徒の意欲向上を目指す。

比例と反比例の利用 歌の問題

スズム君とスズム君は、同時に家を出て、家から1000m離れた図書館へ向かった。スズム君は毎分100m、スズム君は毎分150mで歩いた。スズム君が図書館に着いたとき、スズム君は家から何m歩いたか。

式 $100x = 150x - 1000$

第1学年 比例反比例

グラフから分かることをできるだけ書きなさい。

「歌」
 ・スズム君は150m/分
 ・スズム君は100m/分
 ・スズム君は1000m歩いたとき、スズム君は家から1500m歩いた。

問題を作らさ (まず自分で書いてみましょう。その後で問題をみてください)

Q1 5分歩いたときの差は何mか。
 $150 \times 5 - 100 \times 5 = 250$

Q2 800mのとき、スズム君の差は何mか。
 $150 \times 8 - 100 \times 8 = 400$

次の日スズム君は10時00分に家を出て、1800m離れた図書館へ向かった。分速100mで歩いていった。その後、スズム君も10時04分に家を出て、分速200mで歩いて図書館に向かった。途中、スズム君はスズム君のときを追いぬいた。スズム君がスズム君を追いぬいた時間と家から何mのところで追いついたか。

$y = 100x$
 $y = 200x + b$
 $200 = 100 \times 4 + b$
 $200 - 400 = b$
 $-200 = b$
 $y = 200x - 200$

① $100x = 200x - 200$
 $-100x = -200$
 $x = 2$ 10時02分、家から800mのとき

第2学年 1次関数

(2) 「グラフはドラマだ！」の学習活動

遊び感覚で「多様なグラフ」「複雑なグラフ」に慣れてしまう効果があると考えられる。
 現在研究中である。

グラフはドラマだ! スズム君に何が起きたか?

タイトル「忘れ物」

タイトル「トイレ」

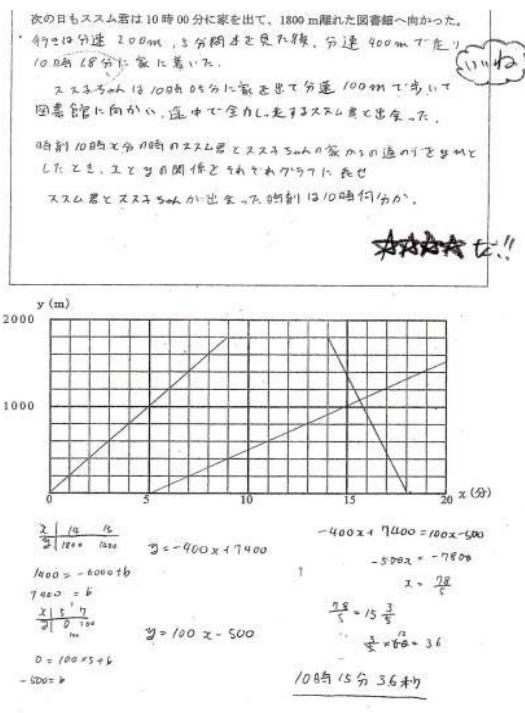
タイトル「スノーカー」

タイトル「走り」

★4 「他者が見付けた課題」に取り組む学習活動

「友だちが見付けた課題」ということで、意欲をもって取り組むことができる。また、分からない時には作成者に質問をすることで、互いに思考を深めることができると思う。

ペアで作成した問題を交換して解き合ったり、学級の中で数名ピックアップして全体で解いたり様々な方法で学習を進めることができる。



★5 「学び合い」と「短時間ペア学習」

隣の席の生徒と短い時間で意見交換や確認をする「短時間ペア学習」を多く取り入れている。

学級全体での検討や意見交換には、それなりの準備や時間が必要だが、ペア学習なら授業の随所に取り入れることが可能であるとする。

例えば…

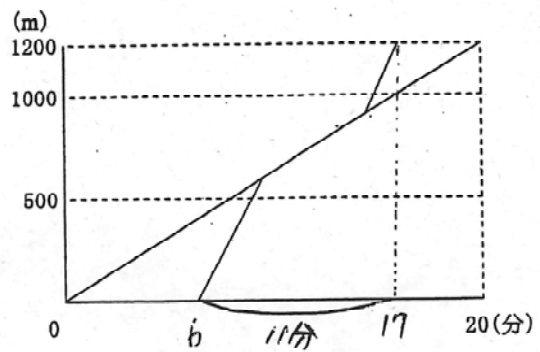
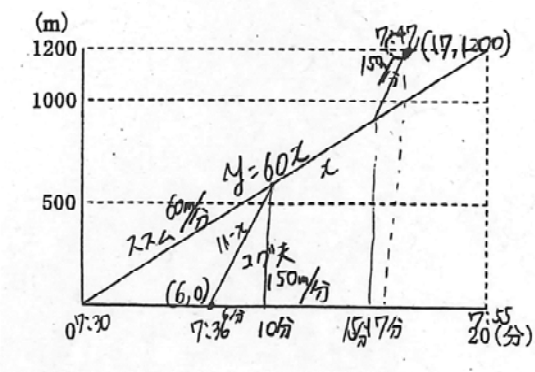
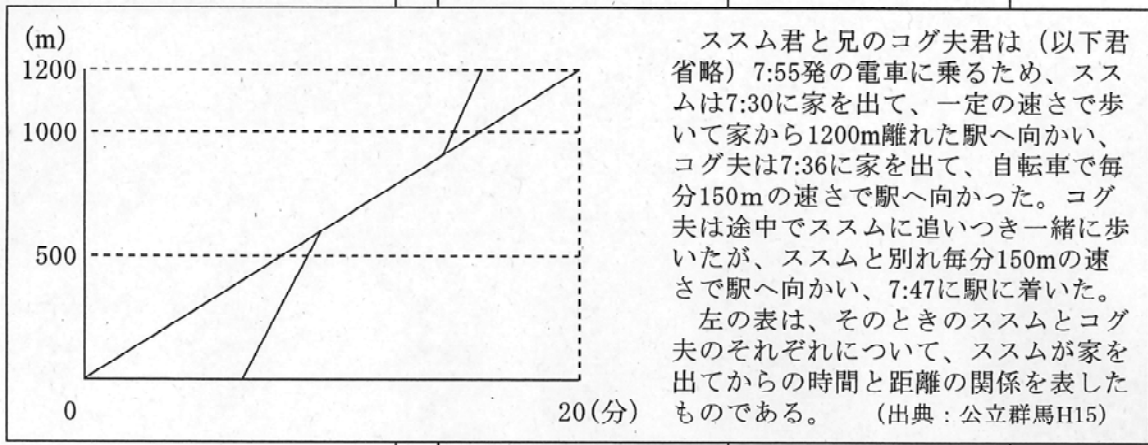
- 「〇〇について、隣の人と1分間話し合ってみましょう。」
- 「プリントを交換して、まるつけをしましょう。」
- （話を途中で切って、）「続きを隣の人とどうぞ。」
- 「『ここまで分かったんだけど』と、隣の人に助けを求めましょう。」
- 「隣の人が行き詰まっているようだったら、May I help you? と言ってみましょう。」

など

※複合問題

「習ったとおりに当てはめて解くだけ」ではない学習活動が「確かな学力」につながると考える。以下の例は2年生の「関数から方程式へ」（2本のグラフから二人が出会っていた時間を求める問題）である。

「2本のグラフから**事象**を読み取る」→「**関数**と捉えて表やグラフや式を活用する」→「**方程式**の問題としても解くことができる」という学習活動。



2人がいっしょに歩いたのは何分間か

1	2	3	4	1	2	3	4
60	120	180	240	150	300	450	600
15	10						
		600					

17	1000	20	1200
16	1050	19	1140
15	900	18	1080
14	750	17	1020
		16	960
		15	900

5分間

$$y = 60x$$

$$y = 150x - 900$$

$$60x = 150x - 900$$

$$-90x = -900$$

$$x = 10$$

1人で歩いた11-x

$$\frac{150}{1650}$$

$$(10, 600)$$

$$60x$$

$$150(11-x)$$

$$60x + 150(11-x) = 1200$$

$$60x + 1650 - 150x = 1200$$

$$-90x = 1200 - 1650$$

$$-90x = -450$$

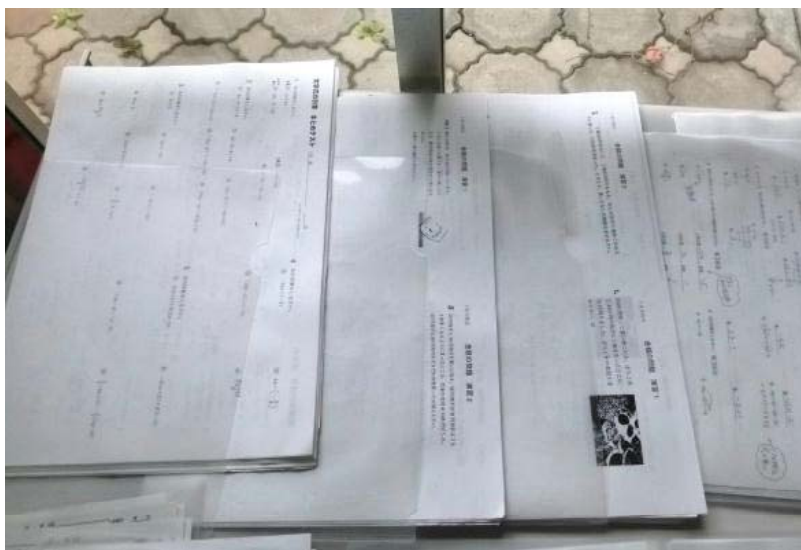
$$x = 5$$

5分間

複数の単元にまたがる解決方法が存在しうる問題を「複合問題」と呼んでいる。「1次関数の学習内容を使って解ける」→「方程式の問題と見て解く方法もある！」というような驚きと発見が得られることを意図した構成を目指している。

おまけ

本校の自主学習コーナーの様子。生徒が自らプリントを選択し、家庭学習に活かしている。



V 成果と課題

<成果>

- 生徒へのアンケートの結果、数学に苦手意識のある生徒は多いが、全ての生徒が「今よりもっとできるようになりたい」と意欲をもって取り組んでいることが分かった。
- 自分に合った演習教材や難易度（初級・中級など）を付けた演習プリントに取り組むことにより自信と向上心をもたせることができた。
- 毎回のドリルシートで反復練習を行うことで、短時間で繰り返し学習することができ、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付けることができた。
- 数学的活動の過程で、他者と意見交換をしたり、他者に教えたりする活動によって共に学び、グラフの見方が生活に結びついたり、式とグラフが結びついたりする様子が見られた。
- 毎時間、関数一体プリント等を用いて反復練習を行うことで、関数の表現・処理能力を高めることができた。

<課題>

- 可能な限り豊富な演習を組み込む授業構成を意識して日々授業を行っているが、教師の説明の時間が長く、演習を確保することができないことがある。できるだけ説明を端的に行い、生徒がより多くの課題に取り組めるようにすることが必要である。
- 複合問題の学習は、複数の領域にわたる基礎となる力が必要となるので、思考力を更に高める場合には必要であると考えられる。しかし、基礎となる力が不十分な場合には、混乱をまねく可能性があるため、扱う時期や生徒の実態を考慮していかなければならない。

参考資料：現在の2年生と3年生の数学および関数領域の達成度（NRTより）

現2年生	数学全体の標準点 SS	関数領域の全国比 全国 = 100	現3年生	数学全体の標準点 SS	関数領域の全国比 全国 = 100
1年4月	50.1	100	1年4月	50.3	101
2年4月	56.6	125	2年4月	56.5	130
			3年4月	56.4	140

未来に生きる思考力・表現力を育む算数・数学教育

～直観力や論理的思考力を育てる指導～

渋川市立金島中学校 唐澤 匡史

I 主題設定の理由

図形の学習において、三角形の内角の和を求める場面で、小学校ではそれぞれの角をうつしとったり、切って並べたり、分度器で測って和を求めたりする方法を学習してきた。図形の性質の説明には、直感的に判断したり、実測で求めて確認したりする方法を多くとってきた。中学校ではこれを一般的な三角形でも成り立つように、実測だけでなく、明らかだと示されている性質や根拠をもとにして説明していく。これは、ある根拠や既習事項をもとにして図形の性質の説明をする論証の出発点となり、筋道を立てて物事を論理的に考えていくことにつながる。そして、日常生活においても、根拠をもとにして筋道を立てて話をしたり、物事を考えたりできるようになるためには、論理的な思考力が必要となってくる。

そこで、定理の説明や証明の場面において、既習事項を活用し、筋道を立てて考えられるように、実験・実測での活動を取り入れて直観力を身につけていく。その実験・実測や直観で得られた結果を、理由や根拠をもとにして説明し、論理的に課題を解決していく。このように筋道を立てて考えていく過程における指導の工夫を通して、ひとつひとつ根拠を明確にして説明できるようになることで、物事を論理的に考える力を身につけられると考えた。

II 研究目標

定理を説明したり証明したりする場面で、導入時に実測や具体的な数値などを定理に当てはめ、測定結果や計算結果からその定理は正しいだろうと仮定し、どんな既習事項をもとにすれば理由として成り立つのか考え、説明の流れ(※1)をつかむ活動を取り入れることが、物事を論理的に考える力を身につけられることに有効であることを、実践を通して明らかにする。

III 研究内容

図形の論証の指導(少人数、基礎クラス※2)において、証明の記述に入る前に、証明したい事柄(結論)に注目させる。どんなことが言えれば結論に結びつくのか、また、そのときにどの既習事項を活用できるのか(理由・根拠)をひとつひとつ確認してから、証明の大まかな流れを作り上げて、証明の記述に取り組ませる。

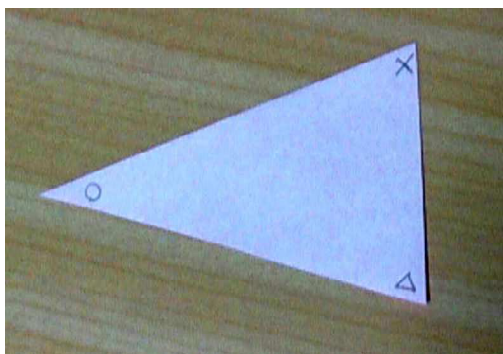
①課題把握(直観的に正しいと考える)

説明・証明したい事柄を把握するために、実験・実測で辺や角の性質を見出したり、数式が成り立つかどうか計算したりする。それにより定理が成り立っていることを具体例で確認する。

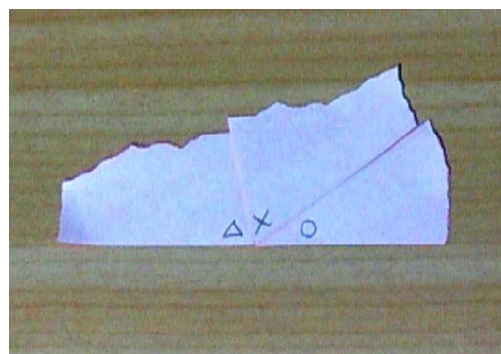
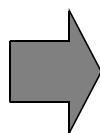
(例) 三角形の内角の和が 180° になることの証明

様々な三角形を生徒ひとりひとりに描かせて、切って並び替えたり、分度器で角度を測り、和を求めたりすることで、いろいろな三角形において、内角の和が 180° になることを確認させる。

(既習事項の確認)



三角形の内角に印をつける



集めて一直線になることを確認

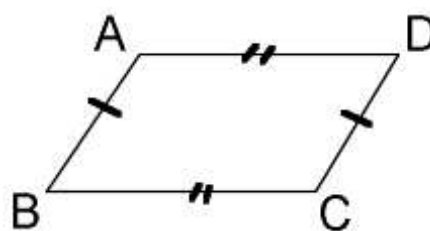
② 課題解決 (根拠を明らかにして正しいと説明する)

- 結論となっていることを示すにはどんな既習事項が使えるのか、と結論からたどっていくようにさせる。

(例) 「平行四辺形の2組の対辺はそれぞれ等しい」の証明

$AB = DC$ 、 $AD = BC$ (長さが等しい) を示すためには、辺の長さが等しい根拠となるものを既習事項の中から探させる。

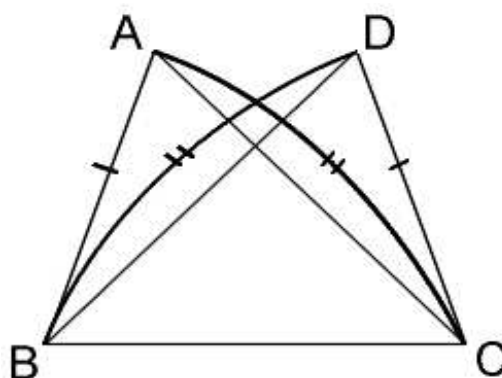
- ↑ 辺の長さが等しい
- ↑ 合同な図形の対応する辺
- ↑ 三角形の合同 (対角線をひき、三角形を作る)
- ↑ 平行線の錯角、共通な辺



- 結論からたどったものを証明する順にして、一連の流れを確認させる。

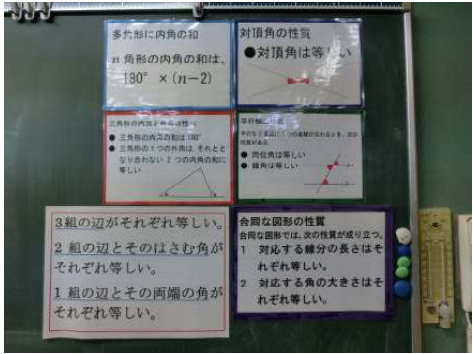
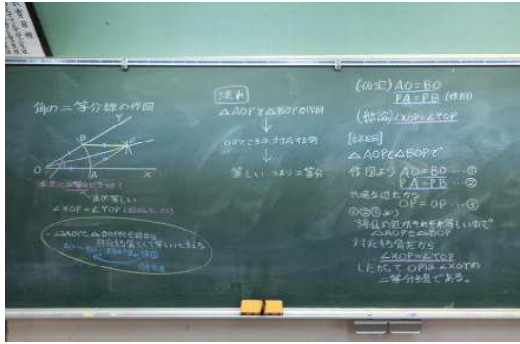
(例) 三角形の合同を使った証明

- ↑ 仮定、共通な辺
- ↓
- ↑ 三角形の合同条件
- ↓
- ↑ $\triangle \dots \equiv \triangle \dots$
- ↓
- ↑ 対応する角
- ↓
- ↑ $\angle BAC = \angle CDB$

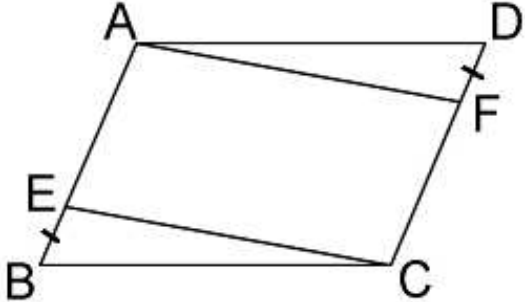
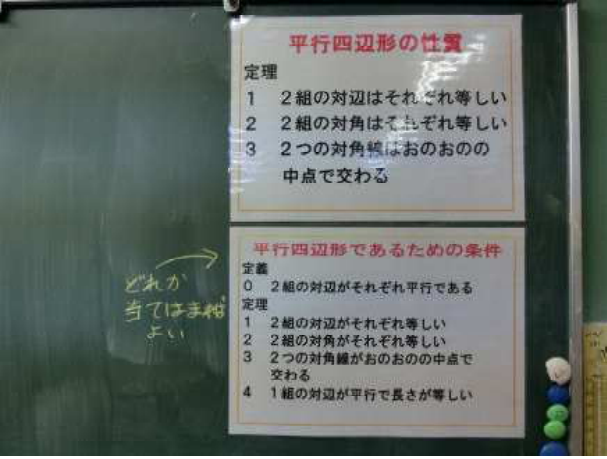



IV 実践例

(1) 角の二等分線の作図が正しいことの証明

<p>学習活動 ・予想する生徒の意識</p>	<p>時間 (分)</p>	<p>支援及び指導上の留意点・評価 (◇は評価、◎は「努力を要する」状況の生徒への支援)</p>
<p>1、課題を把握する。 ○角の二等分線を作図してできた角の大きさを調べ、二等分になっていることを確認する。 ・折ったらぴったり重なった。 ・測ったら少しずれていた。</p>	<p>15分</p>	<p>○分度器で角度を測り、誤差が出てしまった生徒には、実測では正確に測れない場合があることに気づいたことを認め、測らずに確かめる方法ないか投げかけることで、本時の課題に気づけるようにする。</p>
<p>作図が正しいことを確かめるには、どのように考えを進めればよいか</p>		
<p>2、課題を解決する。 ○結論から順に必要な根拠を探していく。 ・折り曲げて重なったのだから、OPを軸にして合同な図形ができてくるかもしれない。 ・合同な三角形がどこかにできないかな。 ・対応する角が使いそうだな。</p>	<p>20分</p>	<p>◎黒板に掲示された既習事項に注目させることで、どんなときに角が等しいと言えるか気づけるようにする。</p> 
<p>○証明の流れを確認して、記述をする。 ・仮定から先に書いていこう。 ・まず合同であることを書いていけばいいな。</p>	<p>10分</p>	<p>○根拠と示すことを、仮定から始まり結論へたどり着く順になるように並べ替えさせることで、証明を記述していく順が分かるようにする。</p> 
<p>3、まとめる ○証明は、仮定から始まり筋道を立てて述べていく必要があることをまとめる。</p>	<p>5分</p>	<p>○根拠をもとにした説明をすることで、誰が描いた図形でも正しいと証明できることを伝える。</p>

○平行四辺形であるための条件を使った証明

学習活動 ・予想する生徒の意識	時間 (分)	支援及び指導上の留意点・評価 (◇は評価、◎は「努力を要する」状況の生徒への支援)
<p>1、課題を把握する</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin: 10px 0;"> 平行四辺形であるための条件を使って図形の性質を調べよう </div> <p>○図を正確に描き、誰が描いた図でも平行四辺形になっていることを、実測で確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・対辺が平行になっているから平行四辺形だな。 ・コンパスで対辺の長さを比べてみよう。 ・対角の大きさはそれぞれ等しいな。 	<p>10分</p>	<p>○仮定としてあることだけ伝えながら図を描かせることで、出来上がった図の中にどんな図形が現れてくるか、自分で探せるようにする。</p> <p>◎平行四辺形であるための条件を黒板に掲示しておき、どの条件を使って確認してもよいことを伝える。</p> <div style="text-align: center;">  </div>
<p>2、課題を解決する</p> <p>○結論から順に必要な根拠を探していく。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・平行四辺形であるための条件と比べてみよう。 ・$AB \parallel DC$ だから AE と FC も平行だな。 ・AE と FC の長さが等しい理由はどうすればいいかな。 ・2つの三角形は合同に見えるな。 	<p>15分</p>	<p>○平行四辺形であるための条件に関するもので、根拠とともに示せるものを挙げさせていくことで、証明の手順が思い浮かぶようにする。</p> <div style="text-align: center;">  </div>

<p>○探した根拠をもとにして平行四辺形であるための条件にあてはめ、証明する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・対辺は一組だけしかはっきりしていないな。 ・平行四辺形であるための条件の4を使えば、証明できそうだな。 	<p>15分</p>	<p>○どの条件が利用できるか気づきやすくするため、見つけたものを組み合わせて考えるように声をかける。</p> 
<p>3、習熟する。</p> <p>○他の問題で、平行四辺形を見つけ、平行四辺形であるための条件のどれを使えばよいか考える。</p>	<p>10分</p>	<p>◎図の中で、根拠とともに等しい辺や平行な辺と言えるものに印をつけさせる。</p>

V 成果と課題

○成果

図形の学習では、定理や条件を証明する前に必ず、直観的に定理が成り立つことを確かめられるよう、実際に正確に図を描いて、そこで長さや角度を測ったり、平行かどうかなどを確認させた。等しいと分かっているにもかかわらず、誤差などがあることで、思ったより正確になっていないことや、少し違った形の図で確かめるには、同じように図を描いて確認しなければならないことから、感覚や実測だけでは不十分であることを捉えさせた。そして「この辺とこの辺は長さが等しい」などと生徒が答えるごとに、教師がなぜ？と理由を聞いたり、他の生徒になぜそうなるか分かるか問いかけたりして揺さぶりをかけた。初めは見た目で判断してしまったり、「平行四辺形だから」など証明すべきことを理由としてしまったりする様子が見られたが、これを繰り返すことによって、次第に「この2つの三角形が合同なら等しいのに」というように、自分から根拠を探すようになってきた。生徒は証明の中で、証明すべきことを根拠としてしまうことがある。そこで分かっていること(仮定)や証明したいこと(結論)を板書で色分けしつつ、結論から順に必要な根拠を考えさせることで、証明の途中で証明すべきことを根拠としてしまうことのないようにした。その結果、根拠を仮定や既習の図形の性質や定理から探すようになり、根拠をもとにして筋道を立て、論理的に考える習慣がついてきたとみられる。証明の記述にあたっては、少人数クラスのうち低位の生徒たちであることから、結論から考えたものを証明の流れとして簡単に黒板

に示してから、記述をさせた。すでに根拠をもとにして考えてあることから、記述の言葉のヒントを与えるだけで、正しく記述をすることができるようになってきた。

○課題

図の中に、コンパスを用いた作図がある場合、コンパスを使ったことは等しい長さで描かれているということに気付かず、それを根拠として用いることができない場合があった。生徒の実態を考え、作図の意味やそこからどんな性質や特徴が現れるのかを復習させたり、前学年での関連した既習事項を掲示しておいたりしておくことで、容易に根拠を考えられるようにすることができた。また、証明する際に対角線や平行線などの補助線をひいてから考える場合、もとの図に補助線をひくことに気付かず思考が停止してしまうことが多かった。例として三角形の内角の和が 180° であることを証明するとき、実験では三角形の角を切り取って並べ替えて一直線になるから 180° とすることができたが、図の中で角を1か所に集めることができず、根拠をもとにして考えるところまで行きつかない生徒が多くいた。これは実験と論理的な説明とが生徒の思考の中で、まったくつながりをもっていなかったのではないかと考えられる。今後の指導の中で、直観的に判断したものをもとにして、それを論理的に説明できるような工夫をしていく必要がある。図形の单元だけでなく、数の性質を証明するような場合も具体的な数値での計算と、一般的な文字式に変えた時の計算につながりをもたせるように工夫していくことで、どの单元においても根拠をもとにして説明することができるようになり、さらに筋道を立てて論理的に考える力が身についていくのではないかと考えられる。

※1 証明の流れ

証明の記述を行う前に、結論から考えていったものを記述の順に書き直したものである。簡単な言葉と表現を使って記述の順序を先に示しておくことで、生徒がその流れをもとに、必要な言葉をつけ足しながら証明が記述できるようにした。

※2 少人数、基礎クラス

2年生では、生徒の希望と実態をもとにして、1つのクラスを、基礎クラス(低位)と基礎・発展クラス(中、上位)の2つに分けた。本実践では基礎クラスで実践を行った。証明の流れを確認する際に、語句や定理の定着の度合いを考慮し、分かりやすく簡単な表現を使った。これは、教師の言葉や板書をメモすることに集中せず、理由と根拠を考えながら取り組むことができるようにするためである。

未来に生きる思考力・表現力を育む算数・数学教育

～数学を学ぶことの楽しさやよさを感じ得ることができるような指導～

みなかみ町立水上中学校 星野 優太

I 主題設定の理由

学習指導要領における中学校数学科の目標は「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を取
得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学
のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」と
ある。また、数学科の指導要領解説において「数学的活動」とは、「生徒が新たな性質や
考え方を見いだそうとしたり、具体的な課題を解決しようとしたりする、数学にかかわり
のある様々な営みを意味している」とある。その中でも、中学校数学科において重視して
いる数学的活動は、①数や図形の性質などを見いだす活動、②数学を利用する活動、③数
学的な表現を用いて説明し伝え合う活動である。

本校において、平成27年度全国学力・学習状況調査の結果（3年生）は、数学A【主
として知識】では平均正答率68.1%（全国平均64.4%、群馬県平均65.3%）、数学B【主
として活用】では平均正答率44.2%（全国平均41.6%、群馬県平均42.6%）であり、知識
を問う問題よりも活用する問題を苦手としていることが分かった。また、アンケートでは、
「数学の授業で学習したことを普段の生活の中で活用できないか考えますか」の質問に、
当てはまる31.3%、どちらかといえば当てはまる18.8%、どちらかといえば当てはまらな
い31.3%、当てはまらない18.8%、「数学の授業で学習したことは、将来、社会にでたと
きに役立つと思いますか」の質問に、当てはまる56.3%、どちらかといえば当てはまる25.
0%、どちらかといえば当てはまらない12.5%、当てはまらない6.3%と、どちらに質問も
肯定的意見は全国平均を上回るものであったが、否定的な意見の生徒も少なくなかった。

本校では、数学の授業に意欲関心をもってもらうために、普段の授業から身近にある事
象を題材として単元の導入や、課題の設定を心がけてきた。しかし、調査結果からは、物
事を数学的に捉えたり、現実の諸問題の解決に数学で学んだことを利用したりする力が十
分ではないことが分かった。そこで、数学的活動をより一層充実させて、数学を学ぶこと
の楽しさや良さを感じ得ることができるような授業を行いたいと考えた。

本研究では、重視されている数学的活動の中でも「②数学を利用する活動－日常生活や
社会で数学を利用する活動－」に焦点を絞って考えた。数学の楽しさや良さを感じ得するた
めには、実際の日常生活や社会の場で、数学が役に立つことや利用できることを知ること
が一番生徒にとって分かりやすいと考えられる。それには、授業の中で自分たちに身近な
問題として考えられる課題や、「解いてみたい」と思える課題、「なぜ？」と疑問が浮か
ぶ課題などを設定することがまず必要である。また、それらの課題が今まで学んだ数学の

内容で解決することができるという体験が重要であり、数学の楽しさだけでなく、数学の必要性や有用性も実感できる。つまり、「数学を利用する活動」→「数学の楽しさや良さを感得」・「数学の必要性や有用性を実感」→「数学を学ぶ感心・意欲の向上」という循環が生まれると考え、本研究主題を設定した。

II 研究目標

各章や単元ごとに、日常生活や社会の場で利用できる課題を意図的に設定し、既習事項を用いてそれらを自ら解いて解決することで、数学を学ぶことの楽しさや良さを感得できるようになることを、実践を通して明らかにする。

III 研究内容

課題の設定

- ①各章の導入では生徒の実態に合わせながら、興味関心をもてるものを準備する。各教科書の導入問題を参考にしたり、日常生活の中に潜む数学を題材にしたりする。また、実験や実測をしたり、観察をしたり、操作したりするなどの活動を取り入れることも考える。
- ②各授業で課題を生徒に与える際にも、できる限り生徒が日常や社会と数学を結びつけて考えられるような課題を設定する。そうした課題を設定しやすい発展的な学習をする際には、特に意識する。
- ③課題は、既習事項を用いて解けるものを設定するが、既習事項の定着が不十分菜生徒に関しては個別指導などで対応する。

IV 実践例

授業実践は、受けもっている1年生から3年生の授業で行ってきた。本研究では全国学力・学習状況調査のアンケートを行った3年生を中心に実践例を挙げたい。

1 2次方程式（2次方程式の利用）

授業展開

2次方程式の利用の学習を終えた後、発展課題として行う。

学習活動	指導上の留意点及び学習活動への支援
縦より横が4短い長方形の面積が192のとき、長方形の縦、横の長さを求めなさい	
1・縦の長さを x として、方程式を解く。	○今までに学習した2次方程式の解き方で答えを求める。

$x(x-4) = 192$ ・横の長さを x ととして、 方程式を解く。 $x(x+4) = 192$	$x^2 - 4x - 192 = 0$ $(x-16)(x+12) = 0$ $x = 16 \quad x = -12$ $x > 0 \quad x = 16$ 縦の長さ 16 横の長さ 12 など
---	--

江戸時代に発達した日本独自の数学を「和算」といいます。上毛カルタの『わ』に出てきますね？その和算書の中には、2次方程式の問題もあります。百川治兵衛（ももかわちへい）という人が書いた『諸勘分物（しょかんぶもの）第二巻』の中に、「面積192で、縦より横は4短い長方形がある。この長方形の縦と横の長さを求めよ」という問題があります。この解法が示されていますが、どのような考え方であるか考えてみましょう。

2 「和算」について知り、その解法で問題を考えてみる。



○上毛カルタ、『わ』和算の大家、関孝和を紹介。数学の歴史に触れ、関心を高めさせたい。

- ① 192を4倍して、768を得る。
- ② 4×4 で16とする。
- ③ 768に16を足して784を得る
- ④ 784の平方根を求め28を得る。
- ⑤ 28から4を引いて24を得る。
- ⑥ 24を2で割って、横12を得る。
- ⑦ 12に4を足して、横16を得る。

○解法の手順を紹介。現在のような文字や方程式がない江戸時代の問題で、どのような方法で解いたのか、その知恵や工夫を考えさせる。
 ○長方形4枚を配り、それを使って正方形を作らせ、正方形ができることを知らせる。

3 面積192の長方形を4枚使って正方形を作る。
 4 解法をもとに縦、横の長さをどのように求めたのか考える。

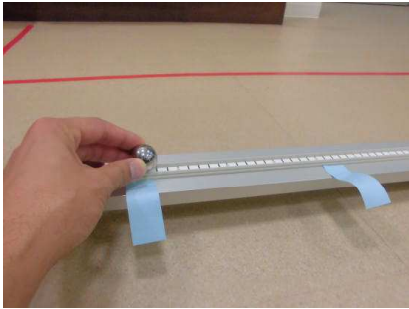
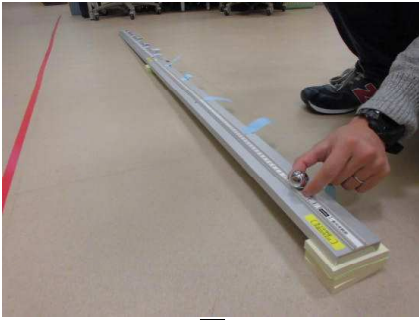
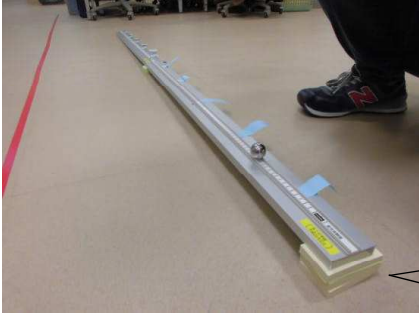
○解法にそって、その計算が何を意味しているのか考えながら、もとの長方形の縦と横の長さをどのようにして求めたのか、考えさせる。支援が必要な生徒には、正方形の面積、その正方形の1辺の長さ、もとの長方形の長さを求めると良いことを知らせる。

2 関数 $y = ax^2$ (導入)

授業展開

○関数 $y = ax^2$ の導入として、傾斜のあるレールの上を転がる玉の進んだ距離と時間を計測し、2つの数量にどんな関係があるのか考える。

準備：ストップウォッチ、レール、玉、付箋、電卓


学習活動	指導上の留意点及び学習活動への支援
<p>1・1年生から学んでいる関数について振り返り、どんな学習をしてきたのかを思い出し、ノートにできる限り思い出したことを書く。忘れていたことはノートに書いておく。</p>	<p>○1年生では、比例・反比例の学習、2年生では一次関数の学習をしてきたことを表、式、グラフなどを中心に想起させる。また、関数とは何であったかを問う。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>2つの変数 x と y があって、x の値が1つ決まると、それに対応する y の値がただ1つに決まるとき、y は x の関数である。</p> </div> <p>○全体で復習して、この章でも、ともなって変わる2つの数量 x、y の関係について学ぶことを知らせる。</p>
<p>○4～5人のグループになって、レールに玉を乗せて転がし、その時間を計る。20cm、40cm、60cm…と20cm間隔で印がついているポイントで計測する。</p> 	 <p>○教師はあらかじめ20cm間隔でレールに付箋を貼っておく。また最初に20cm転がったとき、時間がちょうど良い時間(1秒や2秒などの整数)になるように、付箋などで高さを調整しておく。</p> <p>○何度か計測させて誤差がなるべくでないように工夫させる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>前もってこの部分の高さを調整しておく。</p> </div> 
<p>※ $y = ax^2$ の関数に近いものもあったが、生徒が計測しているため、誤差の大きいものもあった。また、小数の数値がでるため、なかなか x と y の関係性に気づくのは難しかった。(今回は $y = 5x^2$ になるように、20cmで2秒となるように高さを調節した)。良い実験結果がでなかった場合は、あらかじめ教師が記録しておいた数値などから、x と y の関係を考えさせると良いと思う。</p> <p>レールの距離を2cm、8cm、18cm、32cm、50cm・・・と測って印をつけておき、その計測が1秒、2秒、3秒・・・となるように高さを調節して、$y = 2x^2$ の関数となるようにしても良かった。(教科書の例題と同じ数値)</p>	

3 関数 $y = ax^2$ (利用の学習①)

授業展開

○関数 $y = ax^2$ の利用の学習の際に、実際に物体を自由落下させ、その時間と距離の関係が $y = 5x^2$ の関係になっているのかを実測を通して確かめる。

準備：ストップウォッチ、メジャー、テニスボール、電卓

学習活動	指導上の留意点及び学習活動への支援
1 物体を自由落下させると、その時間と距離の関係は $y = 5x^2$ になっていることを、教科書で確認する。	○教科書（数学3 数研出版）P100の例題で、物体を落下させたときの時間と距離の関係が $y = 5x^2$ になっていることを全体で確認する。 ○教科書では、そのあと「2秒後までに物体が落下する距離は・・・」となっているので、その計算をする前に、実際に x と y の関係が $y = 5x^2$ になっていることを実測して求めさせたい。
2 3～4人のグループをつくり、ストップウォッチ、メジャー、テニスボールで実測する。高さは、1m、2m、3m…と1m間隔でボールが落ち始めてから床に落ちるまで時間を計測する。	 <p>○計測は高さ7mまで行った。（学校の2階から1階までの高さ） ○生徒の安全に十分気をつけるように配慮する。</p>
<p>※計測してみると、7mぐらいまでだとなかなか良い数値がでた班が少なかった。10m、20mぐらい高さがあると良かった。（場所の確保や安全面の配慮が必要）また、計測の前に、$y = 5x^2$ に $y = 1$、$y = 2$、$y = 3$…を代入して計算して、x の値を予想しておいてから（ただし、$y = 5$ のとき以外は$\sqrt{\quad}$がでてきてしまうが）計測してみても良かったかもしれない。どちらにしても、計算結果と実験でのデータが一致することで、生徒の興味や理解も深まるように思う。</p>	

4 関数 $y = ax^2$ （利用の学習②）

授業展開

○関数 $y = ax^2$ の利用の学習の最後に、「いろいろな関数」を学ぶ。教科書（数学3 数研出版）P104では、電車に乗る距離 x kmと運賃 y 円の関係が例題として挙げられている。ここでは実際に生徒の身近にある路線の運賃表を用意する。

学習活動	指導上の留意点及び学習活動への支援
1 前時までの学習内容の振り返りをしてから、関数とは何かを確認する。	○今までに学習してきた、比例、反比例、1次関数、 $y = ax^2$ の関数について、式、表、グラフなどについて振り返る。また、関数とは何かを確認する。

2 身近な上越線の電車の距離と料金について、関数であるかどうか調べる。

○電車に乗る距離と料金の2つの数量について、関数であるかどうか考えさせる。(予想させる)

○プリントの課題を解きながら関数であるかどうか考えさせる。

上越線の電車の距離と運賃

駅名	水上駅からの距離 (km)
水上	0
上牧	5.4
後閑	12.5
沼田	17.7
岩本	22.8
津久田	28.6
敷島	31.6
渋川	38.0
八木原	41.4
群馬総社	47.0
新前橋	51.8
井野	55.1
高崎問屋町	56.3
高崎	59.1

JR上越線では、電車に乗る距離 x km と運賃 y 円 の関係を次のように定めています。

$1 < x \leq 3$ (km)	$y = 140$ (円)
$3 < x \leq 6$	$y = 190$
$6 < x \leq 10$	$y = 210$
$10 < x \leq 15$	$y = 240$
$15 < x \leq 20$	$y = 320$
$20 < x \leq 23$	$y = 410$
$23 < x \leq 28$	$y = 500$
$28 < x \leq 32$	$y = 580$
$32 < x \leq 37$	$y = 670$
$37 < x \leq 41$	$y = 760$
$41 < x \leq 46$	$y = 840$
$46 < x \leq 60$	$y = 970$

問1 料金が320円になるときの x の値の範囲を答えなさい。

問2 水上駅から電車に乗ったときの岩本駅までの料金と、渋川駅までの料金を求めなさい。

問3 距離 x km と運賃 y 円 の関係をグラフに表しなさい。

○グラフが繋がっていない関数を今までに学習していないので、「グラフが繋がっていないから関数ではない」という間違いをしている生徒がいないようにする。

○グラフをかく際に、不等号に注意してかかせる。

○関数の中には、これまでに学んだものとは異なる関数があることを理解させる。

○全体で答えを確認したあと教科書の問やワークの問題に取り組むことで定着を図る。

5 関数 $y = ax^2$ (利用の学習④)

授業展開

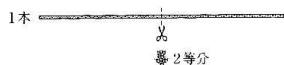
○関数 $y = ax^2$ 「いろいろな関数」を学ぶ際に、教科書のグラフが階段状になる関数以外を紹介する。

いろいろな関数?

3年()番 名前()

いろいろな関数? があることを学習しよう。

1本のひもを2等分し、その2本のひもを重ねてまた2等分していきます。切った回数とひもの本数の間には、どのような関係があるか調べましょう!



① 切った回数を x 、ひもの本数を y として、表を完成させよう。

切った回数 (x 回)	0	1	2	3	4	5	6
ひもの本数 (y 本)							

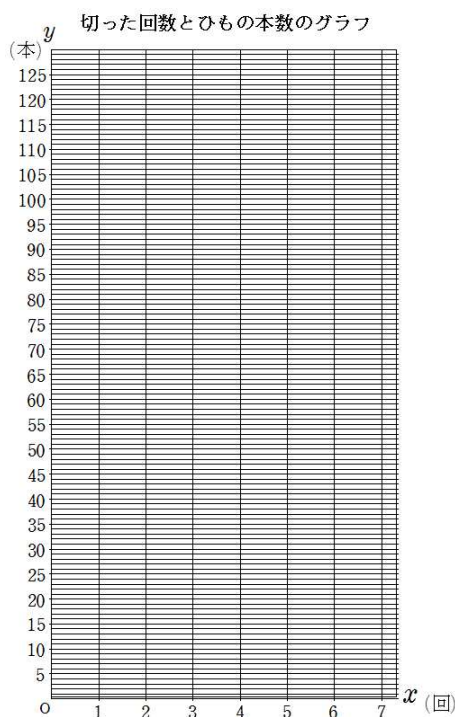
② y は x の2乗に比例しているといえるでしょうか? (理由も考えよう)

いえる ・ いえない

③ この様子をグラフに表してみよう。
グラフ用紙に点を打っていこう。(点を打つだけですよー!)

④ ひもの本数 y は、切った回数 x の関数といえるでしょうか?

いえる ・ いえない



ここでは、ひもを切った回数と本数について考える。実際に、ひもとはさみを用意して数回演示して見せることで、分かりやすく関心も高められる。

6 相似（縮図の利用）

授業展開

学習活動	指導上の留意点及び学習活動への支援
自分たちの町の地図をみて、水上中学校から水上小学校までのおよその距離を求めてみよう。	
1 定規などを使って長さを測り、計算して距離を求め	○ 8000分の1の地図を用意して、距離を求めさせる。道路が直線ではないので、およその数値になるが、なるべく正確に出すように指示する。

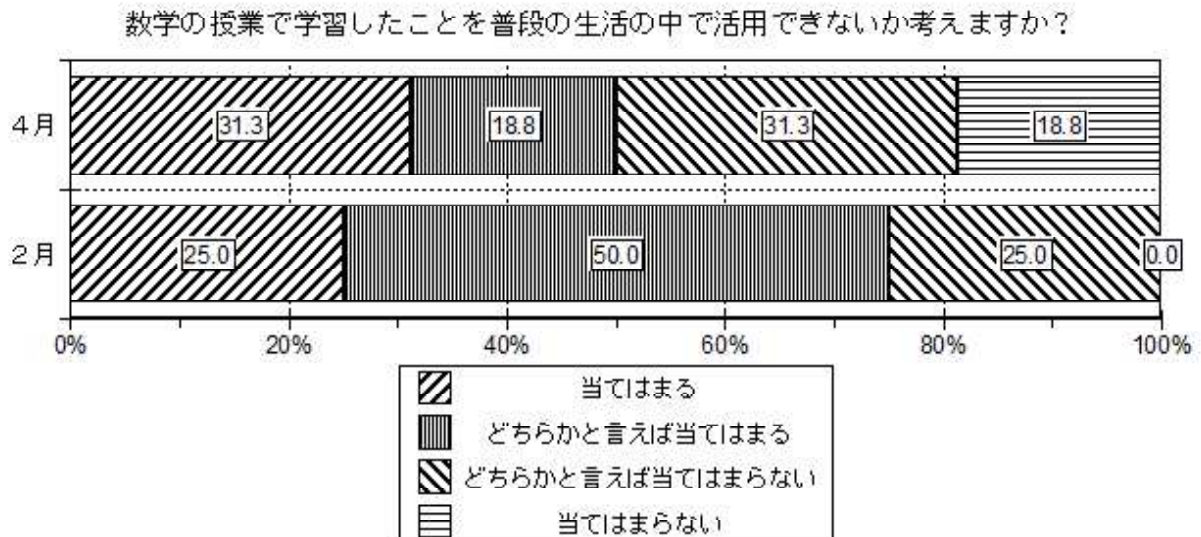
7 相似（体積比）

授業展開

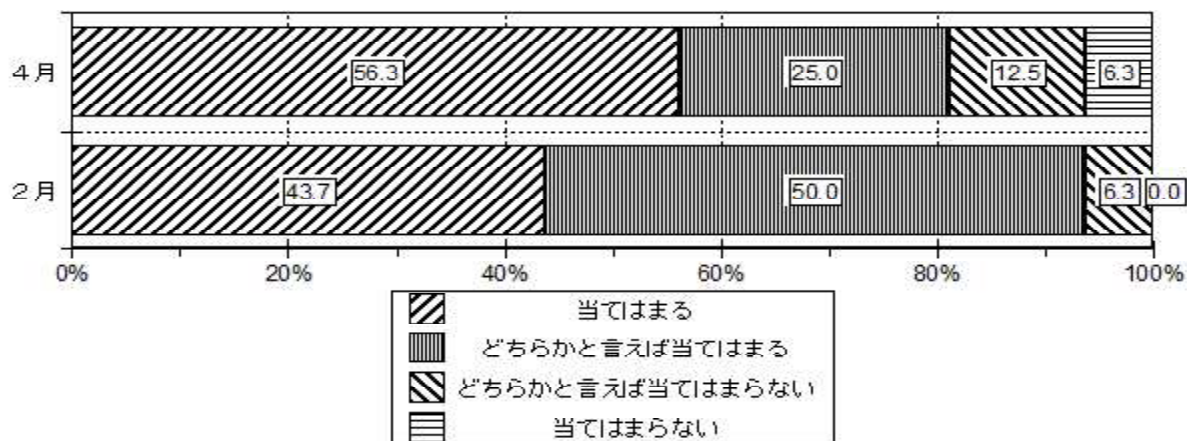
学習活動	指導上の留意点及び学習活動への支援
あなたは八百屋です。小さいメロンと、大きいメロンがお店にあります。大きいメロンの半径は、小さいメロンの半径の2倍です。小さいメロンを300円で売りたいと思います。大きいメロンの値段をいくりにしたら良いでしょう。形は球で味はまったく同じ、どちらを買ってもお客さんが損しないように値段をつけましょう。	
※立体の体積比を学習したあとの課題として与える。または、体積比の学習をする導入として予想させた後、体積比の学習をしてから問題を解いても良いかもしれない。	

V 成果と課題

全国学力・学習状況調査でのアンケートと同じ質問を、2月上旬に行った結果以下のようになった。



数学の授業で学習したことは、将来、社会にでたときに役立つと思いますか？



また、「数学の授業の中で、日常生活や社会の中にある数学を題材にしたり、また、実験や実測、観察をしたりするなどの活動を取り入れて問題を解くことによって、数学を学ぶことの楽しさや良さを味わえると思いますか」の質問には、当てはまる68.7%、どちらかといえば当てはまる31.3%と、全員が肯定的な答えをした。その理由を生徒に書いてもらった。

自分の体でやって身に付けた方が楽しいし、テストなどの問題で出てきた時も、あの時、こうだった。ほごご自分の体で実験したので思い出しやすい。

苦手な自分でも、実際に体験することによって、楽しんで取りくめると思ったから。

数学は日常生活で使える!!と思う人がいると思います。なので、そういうのをとり入れると数学をやっているのが意味がないことでは無いと思うようにするのが当てはまると思います。

今回の実践を通して、やはり日常生活や社会の場で利用できる課題を意図的に設定したり、実験や実測などの活動を取り入れたりすることで、生徒は数学を学ぶことの楽しさや良さを感得できるようになると感じた。教科書の例題や課題であっても、なるべく生徒の身近な題材に変えることで、授業に対する生徒たちの食いつきや意欲が変化した。授業時間の確保、知識の利用と応用力などの課題もあるが、今後も数学を学ぶことが楽しいと思える授業創りをしていきたい。

未来に生きる思考力・表現力を育む算数・数学教育 ～主体的に考え、表現する活動を通して～

前橋市立鎌倉中学校 登山 淳也

I 主題設定の理由

- 前橋市各教科等指導の努力点「算数科 数学科」の努力点として、
- 主体的な活動を促す算数的活動、数学的活動の充実
 - 数学的な思考力・表現力を育成する指導の工夫の2点が上げられている。
- 本校では、平成25年度から数学的な思考力・表現力を高め、数学を学ぶことの楽しさを実感する数学的活動の充実に取り組んでいる。数学的な思考力・表現力を高め、主体的に考え表現することを重視した授業を展開するためには、生徒自らが主体的に取り組む工夫を行い、自らの考えを表現する問題を提示し、自分なりの表現から筋道を立てた表現へと高めるための授業を計画しなければならない。また、表現された考えが相手に正確に伝わったか確かめる必要がある。
- そこで、自分の考えを様々な方法で発表し合い、解決方法を説明し合い、考えを比較・検討する活動を取り入れながら、数学的な表現をする活動を取り入れれば、「数学的な考え方を育て、主体的に考え、表現することができる」と考え、本研究テーマを決定した。

II 研究目標

数学的な考え方を育てるために、主体的に考え表現する活動を取り入れた学習指導についての具体的な方策を探る。

III 研究内容

1 主体的に考え、表現する活動について

(1) 「主体的に考え」について

本校の数学部会では、生徒が「主体的に考え」問題に取り組むことができるようにする手立てとして、①課題設定の工夫 ②ワークシートとレポート用紙の工夫 ③グループ編成の工夫 ④発表方法の工夫を考えた。

①の課題設定の工夫として

多様な見方や考え方が可能な学習課題の提示をすることを考えた。生徒から問題意識や気付きを引き出すためには、解いて終わってしまう課題ではなく、多様な見方や考え方が可能な課題の方が良いと考えた。補助線のひき方によってさまざまな証明が考えられる問題は、解答が一つではない。一つの問題でも補助線のひき方でいろいろな答えがある問題に取り組むことは、今後の問題でもいろいろな証明方法を考えていくことへとつなげていくことができる。いろいろな証明方法を考える楽しさを実感できれば、図形への興味関心を高め主体的に考え、問題解決に取り組むことができると考えた。

②のワークシートの工夫として

はじめの段階では、自分が解いた説明にはどのような性質を用いたかその根拠をまとめるワークシートを使用した。次の段階では、自分の言葉で伝えた説明を数学的な表現で書いてみるワークシートを使用した。さらに最終段階では、応用問題をレポート形式でまとめるワークシートを使用した。

③のグループ編成の工夫として

教師側の意図による班編制を行い課題についていろいろな考えを聞き合うことができるように工夫する。例えば2学年の平行と合同の利用の課題において、班の4人がそれぞれ別の課題を解き説明し合うことによって、一般性を考えることに繋がり、生徒が主体的に考え、問題解決に取り組むことができると考えた。

④の発表方法の工夫として

今までのグループ発表や全体での発表では、一部の生徒のみの発表に終わってしまうことがあった。それでは表現力が全員につくことにならない。そこで本校では、班員全員が発表し合う活動を取り入れた。具体的には全員が発表し合う活動に4つの段階を設けて実践を行った。このような段階を設けた活動を取り入れることで生徒が主体的に考え、取り組むようになると考えた。

(2) 「表現する活動」について

設定した研究テーマに基づいて、生徒の実態を把握しつつ教科部会で検討を進めていく中で、本校生徒をどのように育てていきたいのか、表現する活動のレベルについて次の3点にまとめ、共通理解を図りつつ研修を進めていくこととした。

i) 自分の考えを持ち、表現しようとする生徒

- ii) 自分の考えを他の人に積極的に説明しようとする生徒
- iii) 他の人の考えを自分の考えと比較し、高めようとする生徒

i) 自分の考えを持ち、表現しようとする生徒とは

問題を解くことができ、ワークシートに考えを書くことができる生徒を示す。まずは問題を解くことができ、式や言葉で表現していることが第一条件であると考えた。

ii) 自分の考えを他の人に積極的に説明しようとする生徒とは

問題を解くことができ、ワークシートに考えを書いた生徒には、積極的に自分の考えを他の生徒に説明する活動の時間をとる。その際、積極的に他の生徒に説明をすることによって、生徒の意見をたくさん聞くことができる。そうすることによって、目指すiiiの生徒像へつながると考えた。

iii) 他の人の考えを自分の考えと比較し、高めようとする生徒とは

自分の考えを他の人に積極的に説明をすることによって得られた説明に対する意見を、自分の考えを振り返り、修正していくことによってよりよい数学的な表現力を身につけることができると考えた。

そこで、本校では**表現する活動**を

①言葉で伝え合う活動

②数学的な表現で伝え合う活動 と考えた。

①言葉で伝え合う活動

これまでの授業では、グループでも全体でも一部の生徒のみの発表に終わってしまうことがあった。それでは表現力が全員につくことにならない。そこで本校では、全員が発表し合う活動に4つの段階を設けて実践を行った。

その1 隣の人と説明し合う活動

その2 班で説明し合う活動

その3 班以外の人に説明し合う活動

その4 全員の前で説明する活動

②数学的な表現で伝え合う活動

その1 どの性質を使ったかワークシートに書く活動

その2 自分の言葉で伝えた説明を数学的な表現で書く活動

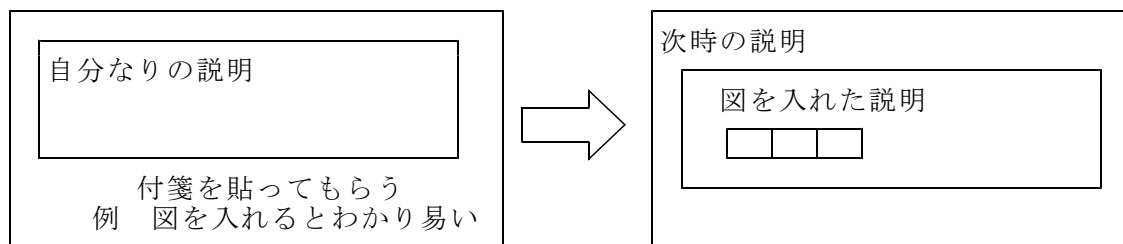
その3 お互いの意見を聞き合いアドバイスを交換することで表現力を高める活動

その4 発展問題に取り組み、レポートで表現する活動

その5 レポートを用いて発表活動を行い、その成果を共有する活動

これらの表現する活動の中で、登山の授業では、

その3 お互いの意見を聞き合いアドバイスを交換することで表現力を高める活動を中心に行った。自分の考えを記述し、その考えを説明する活動を取り入れた後に、友達からのアドバイスを付箋に書いてもらい、そこからさらにわかりやすい説明ができるようにする活動を行う。そのために、ワークシートは初めに自分の考えを書く欄を作り、その横に付箋を貼ってもらい、次の課題の説明を書くときの参考にする。



自分なりの説明には、言葉だけの説明であったり、式だけの説明であったりすることもある。しかし、他の生徒に説明することによって、数学的な表現力が図的表現、言語的表現、記号的表現と多様に使いこなすことができるようになれば、数学的な表現力が高まると考えた。

また、レポートを用いて発表する授業では、

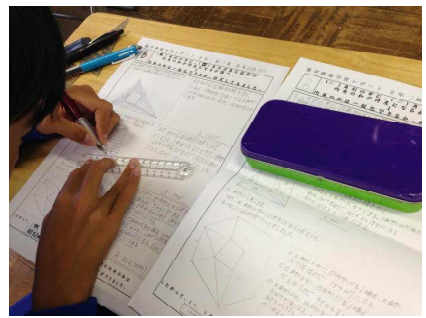
その4 発展問題に取り組み、レポートで表現する活動および

その5 レポートを用いて発表活動を行い、その成果を共有する活動を中心に行った。

中学校学習指導要領解説数学編 第3章指導計画の作成と内容の取扱い 3 数学的活動の指導に当たっての配慮事項 (3) 数学的活動の成果を共有することにおいて次の項目がある。

数学的活動の過程を振り返り、レポートにまとめ発表することなどを通して、その成果共有する機会を設けること。

『数学的活動の指導においては、結果だけではなくその過程を重視する観点から、レポートにまとめ発表することなどを通して、数学的活動の過程を振り返り、生徒間で成果を共有する機会を設ける。「レポートにまとめ発表する」というと、それだけで膨大な時間が必要であるように思われるかもしれないが、例えば数学的活動が一通り終了した場面で、レポート用紙1枚程度に簡潔にまとめて説明し伝え合うことでも十分に可能である。』と標記されている。このことを受け、学習した内容をレポートにまとめ発表する授業を考えた。また、まとめたレポートを掲示することによって、他の生徒の良いところに気付き自分の表現力をさらに高めることとなり、次のレポートをまとめる際の参考となると考える。



IV 実践例

数学科学習指導案

授業の視点

平行線の性質や条件、多角形の内角の和や外角の和などの角についての性質を活用し、星形多角形の頂角の和の解法を簡潔にわかりやすく説明することができるようにするために、お互いの意見を聞き合いアドバイスを交換する活動を取り入れたことは有効であったか。

I 章名 第4章 平行と合同（第1節 平行線と角とその利用）

II 単元の考察

1 教材観

本節について学習指導要領では、

(1) 観察、操作や実験などの活動を通して、基本的な平面図形の性質を見だし、平行線の性質を基にしてそれらを確認することができるようにする。

ア 平行線や角の性質を理解し、それに基づいて図形の性質を確認説明すること。

イ 平行線の性質や三角形の角についての性質を基にして、多角形の角についての性質を見いだせることを知ることと示されている。

小学校では、1年から身のまわりにあるいろいろなものの形に着目して平面図形を考察してきている。実際に平面図形に補助線を使って考えるのは、小学校4年生の複合図形のところからになる。既習事項を基にして筋道を立てて説明をすることがねらいとなる。また、小学校5年生では、三角形の内角の和が180度になることを帰納的に説明させたり、四角形の4つの角の大きさの和が360度になることを演繹的に考え、説明させたりして素地を養っている。

中学校では、1年において図形の基礎として「直線、半直線、線分」「点と点、点と直線、平行な2直線間の距離」「円の接線」などを学習し、また、図形と作図として、「線分の垂直二等分線」「角の二等分線」などを学習してきている。

本章を受けて、2年5章「三角形と四角形」では、三角形や四角形の性質に演繹的な推論を用いて論証の意義を理解していくことになる。また、3年では、「相似と比」につながっていく。

本単元では、図形にふくまれる角の性質について、実験・実測などの帰納的な方法で確かめるとともに、これらの性質が平行線の性質などをもとにして演繹的に証明できることを理解することが目標となる。

学習内容としては、対頂角、同位角、錯角の意味を知る。また、対頂角の性質について理解する。このあと、平行線の性質や平行線であるための条件について理解する。ここで、徐々に演繹的な推論を身に付けさせていく。三角形の内角と外角についての性質を平行線の性質を使って調べる。ここから本格的に根拠となる事柄を説明しながら証明することになる。また、補助線を引くことが内容に入ってくる。補助線の引き方が生徒にとって初めての作業となるので、補助線の引き方の例として、1. 点を通る平行線を引く 2. 線分を延長する 3. 点と点を結ぶことを伝える。その後の平行線に挟まれた角や凹型四角形の角の性質について補助線の引き方を参考にして新たな性質を調べていく。次に多角形の内角の和を求める式を帰納的に導くことができるようにする。次に多角形の外角の和を求める式を、前項で導いた多角形の内角の和を用いて演繹的に導く。そして、星形五角形の5つの頂角の和が180°であることを既習事項を活用して演繹的に説明できるようにする。その後、星形多角形の頂角の和を求める学習を行う。前項までの授業の総まとめとなる学習を行う。最後に多角形の内角の和、多角形の外角の和などの性質を利用して、いろいろな角の和を求めることができるようにするとともに、その方法を簡潔に説明できるようにする。

また、学習活動として、

・平面図形の角の性質について系統的に理解させるために、前時の学習を用いて次の性質の説明ができるようにする。

対頂角→(平行線の)同位角・錯角→三角形の内角・外角→多角形の内角・外角

・次に、見いだした図形の性質がいつでも成り立つことを、既習の図形の性質から根拠となるものを用いて演繹的に示す活動に取り組みさせる。

・また、学習し、既習となった図形の性質を活用して、他の図形の角の大きさを求めたり、他の図形で成り立つ性質を説明したりする活動に取り組みさせる。

・さらに、自他の説明を振り返る場面を設けて、よりよい説明の仕方を考えたり、数学の用語や記号を用いた簡潔な表現のよさに気づいたりできるようにする。
これらの活動を行っていく。

2 生徒の実態

生徒の学力は NRT 検査の結果では全国平均を少し上回っている。しかし、男子は女子に比べ平均点がかかなり低い。数と式、関数の領域よりも図形や資料の活用の領域の正答率が高かった。ただ実態としては数学に対する苦手意識を持っている生徒が多い。

また、プレテストの結果から知識・技能面では、

- ・平面図形の基本的な用語や記号の使い方について定着していない。特に平行の記号が定着していなかった。
- ・2割弱の生徒が三角形の内角の和が答えられていなかった。
- ・対応する点を答える問題の正答率は 100 %であった。
- ・三角形の図を書く問題に対して、学年の正答率は 90 %であったが、クラスの正答率は 74 %であった。コンパスや線引き、分度器の使い方がうまくできていない生徒が多数いることがわかった。

思考力・表現力の面では、

- ・五角形の一つの頂点から引ける対角線の本数が 2 本と答えられた生徒が 7 割弱いた。学年では 5 割の正答率だったので、このクラスの正答率は学年平均に比べ高かった。
 - ・文章に対する解答ができていない生徒が目立った。「対応する辺をいいなさい。また、それらの辺の長さの関係を式で表しなさい。」という問いに対して、対応する辺だけを書いて終わっている生徒や、関係式だけを書いて終わっている生徒が半数以上いた。
- 以上のような実態が明らかになった。この結果から、1 学年で学習した内容の定着がはかかれていないことがわかった。もう一度 1 学年の内容を復習する必要がある。

クラスの特徴としては、極端に数学が苦手な生徒が 4, 5 名いるものの、その生徒を教える生徒がいることである。問題を解いた後に教える活動が 1 年生の時から行われている。しかし、基本的な用語や知識が身につけていない生徒が多く、1 学年の復習をする必要がある。

3 教材の系統 (省略)

III 指導目標

図形にふくまれる角の性質について、実験・実測などの帰納的な方法で確かめるとともに、これらの性質が平行線の性質などをもとにして演繹的に説明できることを理解する。

IV 評価規準

数学への関心・意欲・態度	さまざまな事象を平行線の性質、三角形の角についての性質などを通してとらえたり、証明のしくみを調べたりするなど、数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。
数学的な見方や考え方	平行線の性質、三角形についての性質などについての基礎的な知識及び技能を活用しながら、事象を数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身につけている。
数学的な技能	平行線の性質、三角形の角についての性質などを、数学の用語や記号を用いて簡潔に表したりするなど、技能を身につけている。
数量や図形などについての知識・理解	平行線の性質、三角形の角についての性質や図形の証明の必要性と意味及びその方法などを理解し、知識を身につけている。

V 指導方針

i 自分の考えを記述させる問題を提示し、自分なりの表現から筋道を立てた表現へと高めるために自分の考えを伝えることができたかわかるようなワークシートの開発をする。

ii 主体的に考え、表現する活動を取り入れた授業後の生徒の変容を調べるために、授業中の生徒の見取りと、授業後の生徒の感想から考察する。

〈具体的な手立てのポイント〉

i 自分の考えを記述し、その考えを説明する活動を取り入れた後に、友達からのアドバイスを付箋に書いてもらい、そこからさらにわかりやすい説明ができるようにする活動を行う。そのために、ワークシートは初めに自分の解答を書く欄を作る。次に、その解答に対してアドバイスを付箋に書いて貼る。グループごとに行うため、最低 2, 3 枚アドバイスをもらうことになる。そのアドバイスを参考にして次の解答を向上させる。

ii 主体的に考え、表現する活動を取り入れた授業の感想を毎時間とる。また、授業中の生徒の見取りを行い、生徒の変容について考察する。

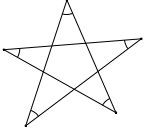
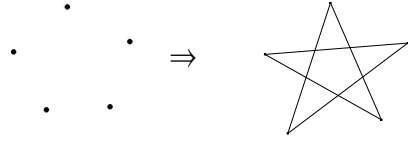
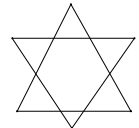
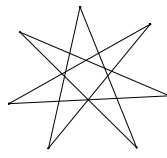
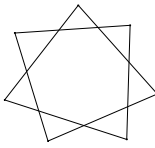
※ここで言うアドバイスとは

①色による区別がされていてわかりやすい等の図的表現

②文章がわかりやすい、説明が既習事項を使っていてわかりやすい等の言語的表現

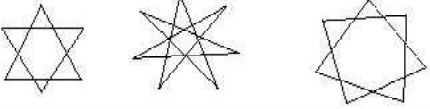

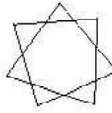
③記号が使われていてわかりやすい等の記号的表現を付け加えるとよいという内容の文章とする。

VI 指導計画 (全10時間計画、本時は8/10) (一部省略)

◎目標・主な学習活動	時間	☆数学的な活動	【観点】評価項目・方法
◎星型の5つの角の和が 180° であることを題材にして、図形の性質を調べるのには、帰納的な方法と演繹的な方法があることを知り、それぞれの方法の特徴を理解する。 ・具体的な星形五角形の頂角の和を操作によって 180° になることを予想する。そこから、既習事項を活用して多様な考え方で 180° になることを説明する。その際に、点を5つとって1つ飛ばしで結ぶことを説明する。	7 時 目	具体的な星形五角形から頂角の和を求め、既習事項を活用して、 180° になることを簡潔に説明できるようにする。 	【数学への関心・意欲・態度】 図形の性質の調べ方に興味をもち、実験・実測による方法と証明による方法のそれぞれの特徴を調べようとしている。 ・ワークシートと観察 【数学的な見方や考え方】 星型の5つの角の和の求め方を、三角形の角の性質を使って考えることができる。・ワークシートと観察 
◎平行線の性質や条件、多角形の内角の和や外角の和などの角についての性質を見いだすとともに、その方法を簡潔に説明できるようにする。(本時) ・これまで学習してきた角と平行線での数学的な見方や考え方を活用し、お互いの意見を聞き合い感想を交換することによって、星形多角形の頂角の和の解法を簡潔にわかりやすく説明できるようにする。	8 時 目	具体的な星形多角形から頂角の和を既習事項を活用して求め、その求め方を簡潔に説明できるようにする。	【数学的な見方や考え方】 星形多角形の頂角の和を既習事項を活用して解法を見つけ説明することができる ・ワークシート 星形六角形 星形七角形 (2点飛ばし)   星形七角形 (1点飛ばし) 
◎多角形の内角の和、多角形の外角の和などの性質を利用して、いろいろな角の和を求めることができるようにするとともに、その方法を簡潔に説明できるようにする。 ・四角形の中に三角形の穴があいている図形について7つの角の和について調べる。そこから、 n 角形の中に m 角形の図形があるときにできる角の和についてレポートにまとめる。	9 10 時 目	具体的な図形を元にして学習活動を行い、そこから与えられた図形の性質を見だし、発展させる活動を重視する。	【数学への関心・意欲・態度】 多角形の性質を利用していろいろな角の和を求めることに興味をもち、それらについて調べようとしている。 ・アンケートと観察から 【数学的な見方や考え方】 いろいろな角の和を求めるのに、多角形の性質を利用して考えている。 ・ワークシートとレポートから 【数学的な技能】 多角形の性質をもとに、いろいろな角の和を求めることができる。 ・ワークシートと観察から

Ⅶ 本時の学習

- 1 ねらい 平行線の性質、多角形の内角の和や外角の和の性質等を活用し、星形多角形の頂角の和の解法を簡潔にわかりやすく説明することができるようにする。
- 2 準備・資料
生徒 教科書 定規
教師 ○HC 学習プリント ホワイトボード 水性ペン 付箋紙
- 3 本時の展開

学習活動	時間	指導上の留意点・支援 評価項目
<p>1 本時の学習課題を確認する。</p> <p>星形五角形の頂角の和を求めました。次は何角形を求めましょうか。(生徒に答えさせる) 本時の課題：星形六角形や星形七角形の頂角の和を求めよう。</p> <p>(1)点を取り、星形多角形を作成し、角度を予想する。 予想される生徒の反応 点を取り、線を結び、図を書いている。</p> <p>(2)予想を立てる 予想される生徒の反応 ・星形五角形と同じだろう。 ・星形五角形の時よりも大きくなりそうだ。</p> <p>星形六角形 星形七角形 (2点飛ばし) 星形七角形 (1点飛ばし)</p> 		<p>10 (1)星形多角形が作成できていない生徒がいる場合は、問題を解かせるために星形六角形や七角形を考えさせる。その際に、1点飛ばししか2点飛ばししかは、生徒に考えさせる。 ・星形五角形以外の星形多角形を考えさせる。 ・わからないときは同じ班の生徒に聞くように指示する。</p> <p>課題を確認し、本時のめあてを確認させる</p> <p>個別に星形六角形または星形七角形を作図させる</p>
<p>2 見通しを持ち、学習課題を追求する。</p> <p>(1)課題を解決するためにどのような既習事項があったか確認する。 予想される生徒の反応 ・三角形の外角 ・多角形の内角の和 ・対頂角 ・n角形の外角の和は360度 ・平行線の同位角、錯角</p> <p>(2)問題を解決する。 予想される生徒の反応 ・星形七角形2点飛ばしときは、星形五角形と同じ180度だ。 ・星形七角形1点飛ばしでは、三角形+四角形で540度だ。</p>	<p>20 (1)この時点では個人解決ができるように、今まで習ったことで使えそうな学習内容を提示する。 それでも解決できそうもないときは、星形五角形の時の方法をもう一度復習する。 この他にも、矢じり型の図形の性質やチョウチョ型の図形の性質なども使えることを提示する。</p> <p>(2)問題を解くまでは、個人で解決する。なかなか解法がわからない生徒については、助言をする。</p>	<p>課題を解決するための見通しを十分に持たせるために・・・</p> <p>①個人で考え、既習事項で使えそうなものを確認させる</p> <p>↓</p> <p>②見通しを立てられない生徒には、班の中で教え合わせる</p> <p>↓</p> <p>③解法が全く思いつかない生徒には個別指導をする</p>
<p>予想される解答例</p> <p>星形六角形 星形七角形 (2点飛ばし)</p>  <p>三角形が2つあるので $180^\circ \times 2 = 360^\circ$</p> <p>星形七角形 (1点飛ばし) その1 その2</p>  <p>蝶々の性質から7つの角を四角形と三角形にまとめる。 $360^\circ + 180^\circ = 540^\circ$</p> <p>七角形の外にある7つの三角形の内角の和の合計は、$180^\circ \times 7 = 1260^\circ$ そこから七角形の外角の和を2度引くと求める7つの頂角の和になるので、 $1260^\circ - 360^\circ \times 2 = 540^\circ$</p>		

<p>3 頂角の和について班で発表し、アドバイスを付箋に書く。班ごとに自分で解いた星形多角形の頂角の和の解法を発表する。また、発表に対する助言を付箋に書き、ワークシートに貼る。</p>	<p>10 班ごとに自分で解いた星形多角形の解法を発表し、アドバイスを付箋に書いて貼って渡すように指示する。</p>	<p>数学的な思考力・表現力を高めるために・・・</p> <p>①グループで考え、説明させる</p> <p>↓</p> <p>②班員の説明を聞き、他の生徒の考えを理解させる</p> <p>↓</p> <p>③説明を受けた後、アドバイスを付箋に書いてプリントに貼らせる</p>
<p>〈評価項目〉 【数学的な見方や考え方】 星形多角形の頂角の和を既習事項を活用して解法を見つけ説明することができる</p>		
<p>アドバイスの例 ①色による区別がされていてわかりやすい等の図的表現 ②文章がわかりやすい、説明が既習事項を使っていてわかりやすい等の言語的表現 ③記号が使われていてわかりやすい等の記号的表現</p>	<p>10 星形六角形、星形七角形（1点飛ばしと2点飛ばし）の解法を全体説明する。解法はホワイトボードに書かせておく。付け足しの説明等は解答者以外に答えさせる。付箋に書かれたアドバイスを参考に自分の解法を振り返る。本日の授業を振り返り、次回の解法を書くときに役立つようにする。</p>	

VII 板書計画

星形六角形や星形七角形の頂角の和を求めよう。

今まで習ったこと

対頂角は等しい

三角形の内角と外角

平行線の錯角は等しい

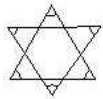
矢じりの性質

平行線の同位角は等しい

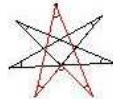
蝶々の性質

三角形の内角の和

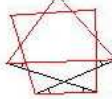
補助線の引き方
・点を結ぶ・線を延長する
・平行線を引く



三角形が2つあるので
 $180^\circ \times 2 = 360^\circ$



矢じりの性質から、3つの角を集め、対頂角の定理より、1つの三角形の内角の和と等しくなる。



蝶々の性質から7つの角を四角形と三角形にまとめる。
 $360^\circ + 180^\circ = 540^\circ$

V 成果と課題

1 成果

(1) 「主体的に考え」問題に取り組むことができるようにすることについて

①課題設定の工夫

補助線を自分で考えて引かせることにより、多様な解法を考えさせることができた。一度解いた問題でも、別の補助線で解法を考える生徒もいた。

②ワークシートとレポート用紙の工夫

自分が解いた説明には、どのような性質を用いたかその根拠をまとめたり、自分の言葉で伝えた説明を数学的な表現で書いてみるワークシートを使用したり、さらに最終段階では、応用問題をレポート形式でまとめるワークシートを使用したことにより、生徒が主体的に問題に取り組むことができた。

③グループ編成の工夫

4人グループ編成でリーダーを1人配置することによって、問題を解くことが各班で一人は解くことができた。そのことによって、問題を解き補助線を見せ合う活動がどの班も行えた。

④発表方法の工夫

班員全員が発表し合う活動を取り入れることにより、誰か一人が発表して聞くだけではなく、一人一人発表が主体性を生んだ。

(2) 「表現する活動」について

①言葉で伝え合う活動では、

- その1 隣の人と説明し合う活動
- その2 班で説明し合う活動
- その3 班以外の人に説明し合う活動
- その4 全員の前で説明する活動

以上の4つの活動を通して行った。そのことにより、「自分の解法と他の生徒の解法が違って面白かった」「自分なりにうまく説明できて良かった」という感想がでた。表現する活

動を取り入れることによって理解が深まったと言える。

② 数学的な表現で伝え合う活動では、

その1 どの性質を使ったかワークシートに書く活動

その2 自分の言葉で伝えた説明を数学的な表現で書く活動

その3 お互いの意見を聞き合いアドバイスを交換することで表現力を高める活動

その4 発展問題に取り組み、レポートで表現する活動

その5 レポートを用いて発表活動を行い、その成果を共有する活動

以上の5つの活動を通して行った。そのことにより、生徒のアドバイスの変容として、

① わかりやすい説明をしてくれたので、やり方がよくわかった

⇒ ② 文章だけでなく、記号でも表していたのでわかりやすく、「ここなんだ」というのが分かりました。

⇒ ③ 昨日と同じように、平行線を使って錯角と同位角を使っているのが良かったし、色もつけていたので分かりやすかった。

このように、数学的な表現力が図的表現、言語的表現、記号的表現と多様に使いこなすことができるようになり、数学的な表現力が高まったと考えられる。

2 課題

(1) 「主体的に考え」問題に取り組むことができるようにすることについて

○ 単元を通して補助線を引くところから課題を与えたため、最初のうちは問題にどう取り組んでいいか分からない生徒が多数いた。そういった生徒に対しては、教科書に載っている補助線を引くように助言して問題を解かせた。自分から補助線を引いて解くことができなかつた生徒は主体的に積極的に取り組んだとはいえなかつた。

○ ワークシートの工夫で、補助線に対する解答がすぐ分からないようにするために、表面に補助線を引いた図を書かせ、裏面に解答を書かせた。しかし、解答を生徒が書く際に、たびたび表の図を見るためにプリントをひっくり返さなければならなかつた。A3サイズのプリントにして、左側に補助線を引いた図、右側に解答を書かせ、問題を見せるときに右側を折って見せるようにすれば良かった。

(2) 「表現する活動」について

○ 生徒のアドバイスの変容が、図的表現、言語的表現、記号的表現と多様に使いこなすことができるようになった生徒も見られたが、最後まで分かりやすかつたと言ったアドバイスしかできない生徒もいた。また、自分の解いた問題を説明する際に、ただ補助線を引いた図を見せるだけで、うまく説明をすることのできない生徒もいた。

○ 考えさせたり、発表させたりする時間を多くとつたために、授業の進路が少し遅れた。ただ、事前に想定していた範囲で終わらすことはできた。

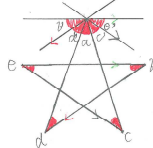
星形五角形の頂角の和は？

1組の番氏名を記入してください

学習の流れ

①問題の図に補助線を引く ②裏に問題を解く ③見直して見る ④他の生徒の問題の解法を聞く ⑤アドバイス(よかったところや、こうするともっとわかりやすい等)を付箋に書いて渡す

問題の図



付箋紙を貼る場所

平行線を
上手に使って
とてそ分かりやすかつた！
by 梓

分別つけてみておきた

別紙

昨日と同じように、平行線をおいて錯角、同位角をかくのがおもしろかつた。色もつけていたので分かりやすかつた。

星形紙

解答 それぞれの辺の平行線を∠αが通るように書くと、錯角の関係から∠Oと∠d、∠b、∠eが出来る。
∠αは集めると180°になるので
頂角の和は180°。

自己評価 積極的に授業に取り組めたか。 (A) B C
授業の内容が理解できたか。 (A) B C

自由記述：感想を書こう！

昨日と同じような方法でできた。皆のやり方がそれぞれおもしろかつた。

生徒のワークシートより

未来に生きる思考力・表現力を育む算数・数学教育

～数学を学ぶことの楽しさやよさを実感できるような指導～

伊勢崎市立境南中学校 黒澤 由希

I 主題設定の理由

学習指導要領では、数学科の目標を「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」としている。ここで示されている「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感」することとは、「数学を学ぶことへの意欲を高めるとともに、数学的活動に主体的に取り組むことができるようにし、数学を学ぶ過程を大切にす」との趣旨によるものである。

2学年の図形領域では、「基本的な平面図形の性質について、観察、操作や実験などの活動を通して理解を深めるとともに、図形の性質の考察における数学的な推論の必要性と意味及びその方法を理解し、論理的に考察し表現する能力を養う。」と目標にある。数学的な推論には、帰納、類推、演繹があり、それらは図形の性質を見いだしたり、数学的に伝え合ったりする際に重要なはたらきをする。2学年の図形学習は、特別な場合についての観察、操作や実験などの活動に基づいて、それらを含んだより一般的な結果を導き出す帰納的推論から始まり、そこで導かれた事柄がいつでも正しいかどうかを、前提となる命題から論理の規則に従って必然的な結論を導き出す演繹的推論により確かめられる。よって、図形学習の導入である「多角形の内角と外角」や「平行線と角」の性質を導き出す過程において、図形の性質を観察、操作や実験するような数学的活動を行うことは、以上のような数学的な推論の必要性を感じさせるために有効であると考え。また、推論の過程を自分の言葉で他者に伝えるように分かりやすく伝え合う活動を行うことで、論理的に考察し表現する能力を養うことに繋がると考える。

また、本校の校内研修では、「協同的な学び」の実践を中核とする授業改善を通して、確かな学力が身についた生徒の育成を目指すことを研修目標としている。協同的な学びのねらいは、一つの考えに意見を集約することが目的ではなく、他者の考えを聴いて、自分の考えを補強したり、発展させたりする活動が中心である。さらに、協同的な学びを通して、生徒全員が授業の中で受容感や達成感を味わえることを期待している。

本学年の生徒は、式を計算したり方程式を解いたり、関数を表やグラフに表したり、基本的な図形の作図をしたりといった一対一対応の問題については取り組みもよく、知識・技能が身につけている生徒が多い。しかし、それを利用して応用問題を解いたり、様々な解決方法でアプローチしたりといった、主体的に取り組む問題に抵抗を感じている生徒が多い。自分の考えをわかりやすく説明することが難しいと感じたり、互いに自分の考えを表現したり伝え合ったりすることに抵抗を持ったりする生徒も多い。さらに、生徒同士で互いに声を掛け合ったり教え合ったりする雰囲気はまだできておらず、協力して課題に取り組む機会も少なかった。

以上のことから、協同的な学びの場で、数学的活動を工夫して行うことで、数学を学ぶことの楽しさやよさを実感させ、もっと学びたい、考えたいという次のステップに到達し、「思考力・表現力」の育成を感化させることに繋がると考え、本主題を設定した。

II 研究目標

第2学年の「4章 平行と合同 1節 平行線と角」の単元で、図形の性質を見いだしたり推論したりする場面において、学習に適した数学的活動を取り入れたり、協同的学習を取り入れた授業を行ったりすることで、数学を学ぶことの楽しさやよさを実感できることに有効であるか、実践を通して明らかにする。

Ⅲ 研究内容

(1) 他者と考え合う楽しさを実感できるような授業形態の工夫

- ・「はばたく群馬の指導プラン」にもあるよう、個（自己解決）→小グループ（集団解決）→全体（比較・検討）→個（振り返り）のサイクルを大切にしながら授業の組み立てを考える。
- ・3～4人の小グループを積極的に取り入れ、分からなくて困った生徒が自分から「わからない」「教えて」「なんでそうなるの?」と聞くことができたり、反対に質問された生徒は責任を持って相手に応えたりと、誰でも学びに参加しやすい、安心して活動に取り組める環境を作っていく。

(2) 帰納的に推論する必要性を感じさせる工夫

- ・「なぜ? どうしてそうなるの?」「いつでもそれが成り立つかな?」「〇〇の場合はどうかな?」などといった問いを大切にしている。
- ・多角形の角の性質を学習する際、具体的な多角形についていくつか観察、操作や実験することを通して、帰納的に推論することによって角の性質を見いだすことができるようにしている。

(3) 考える過程を大切にするための工夫

- ・(1) 授業形態の工夫により、自分一人の考え方にとどまることなく、他の人の考え方を聴いたり、自分もそれについて考え説明したりすることによって、いろいろなアプローチの方法を知ることができるようにしている。
- ・図だけで考えた過程が相手に伝わるよう、補助線の引き方や、印や色の付け方を指導し、工夫させる。
- ・発表する際は式または図だけ提示したりして、その考えた過程を発表者以外に説明させることで、多様な考え方に触れる機会を増やす。
- ・グループで出た考えを、全体で比較・検討することで、それぞれの考え方のよさを知ったり、一番良い方法を選んだりすることができるようにしている。

<比較・検討の際の発問>

- ・共通した考え方はどれだろう? ・わかりやすい考え方はどれだろう?
- ・一番簡単な方法はどれだろう? ・この方法のよさは何だろう?

(4) 振り返りの工夫

- ・振り返りシートを活用し、学習を通して自分の成長がみとれるようにしている。

<振り返りシート>

- ・主体的に取り組めたか。 ・他者と考え合う楽しさが実感できたか。
- ・いろいろな方法で考えられたか。 ・本時の学習を利用して、他の場合を考えることができるか。
- ・本時の評価課題を解く。

Ⅳ 実践例

実践Ⅰ 多角形の内角の和

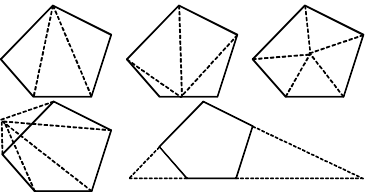
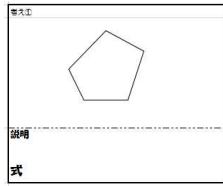

本時のねらい：五角形の内角の和が 540° になることを、いろいろな方法で考えよう。

準備するもの 教師：既習事項・説明キーワードのカード、ペン、発表シート、

マグネット、ワークシート、小さな紙(実測用)

生徒：定規、分度器、はさみ、ペン

学習内容	支援及び留意点	時間
1. 課題の把握		5
五角形の内角の和は何度だろう。		
<ul style="list-style-type: none"> ・ 540° になる! ・ 分度器で測ろう。 ・ 角を切って集める。 	<ul style="list-style-type: none"> ○紙を配布し、予想、実測、操作をして求める。 ○すべての五角形でも成り立つか、540° になることを説明できるかという点から、一般性を証明する必要があるようにする。 	
本時の課題：五角形の内角の和が 540° になることを、いろいろな方法で考えよう。		

<p>2. 解決方法の検討</p> <p>・四角形の内角の和は、いくつかの三角形に分けて求めた。</p>	<p>○四角形の内角の和についてはどのように求めたか問い、本時の活動の見通しを持たせる。</p>	5
<p>3. 課題解決① (個)</p> <p>○いろいろな方法を考え、図や式に表し、説明をかく。</p> 	<p>○考え方をプリントに図や式、言葉で表させる。その際、一目見て考え方が伝わるような工夫をさせる。</p> <p>①図形の中に、角に印や色をつける。</p> <p>②式を立て、式の上に説明の言葉を書く。</p> <p>根拠を明確にして説明できるよう、既習事項を提示しておく。</p> <p>○下位の生徒にはシンプルな考え方を提示し、支援を行う。</p>	10
<p>4. 課題解決② (グループ)</p> <p>①発表シートに図だけ提示(* 考えが少ない生徒から)</p> <p>②他の生徒が説明したり式を立てたりする。</p>	<p>○図と式がかけ、発表シートを利用して発表させる。</p> <p>○発表者だけの場にならないように、発表者以外の生徒に説明させたり式を立てさせたりする。</p> 	10
<p>5. 発表、比較・検討 (全体)</p> <p>○班ごとに発表</p> <p>・グループで図と式を提示。</p> <p>・他のグループの生徒が説明。</p> <p>・同じ考えは、発表後に発表シートを前に掲示する。</p> <p>○比較・検討する。</p> <p>・1つの頂点から対角線を書いて三角形に分ける方法が一番簡単でわかりやすい。三角形の数は、頂点や辺の数より2つ少ない。</p> 	<p>○自分の班との相違点に着目しながら聴くよう指示する。</p> <p>○全員が理解できるようにするために、発表者は図と式だけを提示させ、他の班の生徒を教師がする。</p> <p>○補助線の集まる点をマグネットで示すことで、補助線の集まる点が変わっていることに気づかせる。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p><比較・検討の際の発問></p> <ul style="list-style-type: none"> ・共通した考え方はどれだろう？ ・わかりやすい・簡単な考え方はどれだろう？ ・この方法のよさは何だろう？ </div>	10
<p>6. 本時の振り返り</p> <p>○振り返りシートを記入し、本時の学習を振り返る。</p> <p>○六角形、七角形、…の内角の和を求める。</p>	<div style="border: 2px dashed black; padding: 10px;"> <p><振り返りシート></p> <ul style="list-style-type: none"> ・主体的に取り組めたか。 ・他者と考え合う楽しさが実感できたか。 ・いろいろな方法で考えられたか。 ・本時の学習を利用して、他の場合を考えることができるか。(六角形、七角形、…の内角の和) </div>	10
<p><次時></p> <p>○多角形の内角の和を求める式を見いだす。</p>	<p>○振り返りで求めた六角形以上の内角の和の求め方を元に、n角形の内角の和を式で表すことができるようにする。</p>	

実践Ⅱ 多角形の外角の和

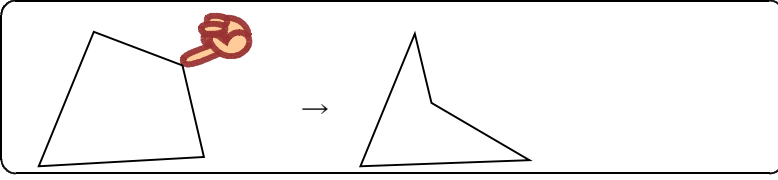
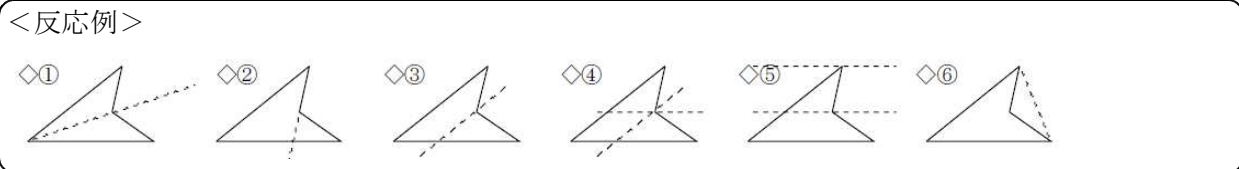
本時のねらい：多角形の外角の和を求めよう。

準備するもの 教師：既習事項・説明キーワードのカード、ホワイトボード・ペン、
マグネット、ワークシート、小さな紙(実測用)

生徒：定規、分度器、はさみ、ペン

学習内容	支援及び留意点	時間	
1. 課題の把握		5	
本時の課題：多角形の外角の和を求めよう。			
<ul style="list-style-type: none"> 外角の和も、内角の和のよ うに大きくなるかな？ 360°になりそう！ 	<ul style="list-style-type: none"> 多角形の内角の和の求め方の確認し、内角の和は多角形の頂点が増えるごとに内角の和は180°ずつ大きくなっていったことを確認した上で、外角の和はどうなりそうか予想を立てさせる。 		
三角形の外角の和は何度だろう。			
<ul style="list-style-type: none"> 分度器で測る。 360°になった。 どんな多角形でも360°になるのかな？ 	<ul style="list-style-type: none"> 予想、実測、操作をして求める。紙を配布し、三角形をかかせて活動させる。 三角形だけでなく、四角形、五角形、…では何度になるかという点から、一般性を証明する必要性を感じられるようにする。 		
2. 解決方法の検討		5	
四角形、五角形、六角形の外角の和を、学習したことを利用して、求めよう。			
<ul style="list-style-type: none"> 外角と内角の和は180° 多角形の内角の和の求め方 	<ul style="list-style-type: none"> 多角形の外角の和が360°になることを一般化するために、四、五、六角形の外角の和を、既習事項をもとに考えさせる。 		
3. 課題解決①（個人）	<ul style="list-style-type: none"> 既習事項を利用して、四、五、六角形の外角の和を求める。 	<ul style="list-style-type: none"> ※実践Ⅰ同様 下位の生徒に対しては、四角形の外角の求め方を支援をする。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p><キーワード></p> <p>三角形の内角の和は180° 内角と外角の和は180°</p> </div>	5
4. 課題解決②（グループ）	<ul style="list-style-type: none"> 3つの外角の和の求め方を、全員が理解できるようにする。 	<ul style="list-style-type: none"> あらかじめ指名しておいた班に、それぞれの考え方をホワイトボードにかくよう指示する。 	5
5. 発表、比較・検討	<ul style="list-style-type: none"> 発表、比較・検討する。 「内角と外角の和をすべてたしたもの」から「内角の和」を引いている。 	<ul style="list-style-type: none"> 3つの図形の求め方を発表させ、比較・検討する。 <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p><比較・検討の際の発問></p> <ul style="list-style-type: none"> 3つの求め方に共通していることは何だろう？ </div>	10
6. 本時のまとめ（個別）	<ul style="list-style-type: none"> 多角形の外角の和も360°になった！ 定着問題を解く。 振り返りシートを記入する。 	<ul style="list-style-type: none"> 比較・検討の結果をもとにして、n角形の外角の和を文字を使って求め、多角形の外角の和が360°になることをまとめる。 <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p><振り返りシート></p> <ul style="list-style-type: none"> 主体的に取り組めたか。 他者と考え合う楽しさが実感できたか。 多角形の外角の和を求めることができたか。 </div>	20

実践Ⅲ 矢じりのひみつ (前時で補助線の引き方のパターンについて学習済み)

学習内容	支援及び留意点	時間
<p>1. 課題の把握</p> <ul style="list-style-type: none"> 矢じりの形は四角形と言えるのかな？ 	<p>○四角形の模型を提示し、一つの頂点を凹ませて、矢じりの形になる凹四角形を提示する。</p> 	5
<p>矢じりの形の角について気づいたことを、学習してきたことを使って確かめよう。</p>		
<p>○矢じりの形の角に、どんなきまりがあるか予想しよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> 内角の和は四角形と同じ 360° (三角形が2つ) とがっている角の和は、凹んでいる角と等しくなる。 	<p>○矢じりの形を紙にかかせ、実測したり切り貼りしたりすることで、角の性質に気づかせるようにする。</p> <p>○どの既習事項が利用できるのか予想させ、生徒から出てきた既習事項のカードを黒板に提示する。</p> <p>○予想した結果をまとめ、本時の課題とする。</p>	
<p>矢じりの形の角について、$d=a+b+c$であることを、いろいろな方法で説明しよう。</p>		
<p>2. 課題解決</p> <p>○個人解決</p> <p>○グループ解決</p> <p><反応例></p> 	<p>○前時の補助線の引き方 (平行、垂直、延長、結ぶ) や、既習事項を確認し、本時の活動の見通しが立てられるようにする。</p> <p>○1人1つ考えが持てるように、机間支援を行う。</p> <p>○補助線の引き方をそれぞれ出し合い、班員全員が理解できるように説明し合う。</p> <p>○各班に、考え方をホワイトボードにかかせる。</p>	10
<p>3. 発表、比較・検討</p> <ul style="list-style-type: none"> ③④⑤平行線を引いて、平行線の性質を利用している。 ①②延長線を引いて、三角形の内角・外角の性質を利用している。 ⑥補助線の引き方は楽だけど、求めるのは一番難しい。 	<p><比較・検討の際の発問></p> <ul style="list-style-type: none"> 共通した考え方はどれだろう？ また、どうしてそう思うか？ わかりやすかったり簡単だったりする方法はどれだろう？ 	
<p>4. 本時の振り返り</p> <p>○振り返りシートを記入し、定着問題を解く。</p>	<p>○振り返りシートを利用して本時の振り返りをさせ、本時の学習内容の定着を図る。</p>	

振り返りシート 月 日()

年 組 番 名前

今日の授業に、自分から進んで取り組めましたか？

はい いいえ どちらでもない

2. 班の人と、いろいろな方法で考えることができたか？

はい いいえ どちらでもない

いろいろな考えを知ることができたか？

はい いいえ どちらでもない

今日の授業をもとに、次の問題の内角の和を求めよう。

六角形

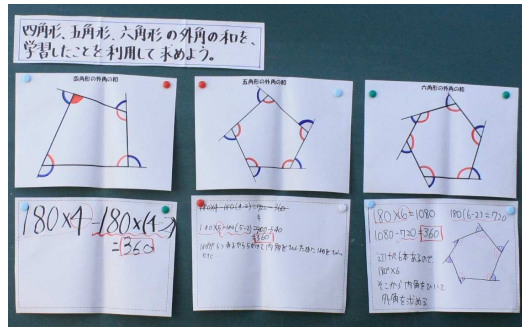
七角形

式

式

今日の授業の感想を書いてください。

←振り返りシート



いろいろな方法で考えよう！

図を引く、補助線を引く方法を再現して、いろいろな方法で考えよう。

考え方

考え方

考え方

考え方

↑学習プリント

V 成果と課題 (・生徒の振り返り ○成果 ▲課題)

(1) 他者と考え合う楽しさを実感できるような授業形態の工夫

- ・□□さんがわかりやすくせつめいしてくれてよくわかった。
- ・同じ班の人に教えてもらったので、多角形の和を求められた。
- ・□□のおかげでよく分かった。

○個での自己解決ではなかなか考えが進まない生徒も、小グループでの集団解決を通して理解することができ、個からグループで解決するよう支援したことは効果的であった。

○最初はおもしろがって「わかんない～、教えて～」と友達に声をかけていた生徒もいたが、相手の生徒が教え始めると、「なんでそうなるの？」「あーわかった！」など内から言葉が出てきていたのが印象的だった。

▲振り返りで「班の人と協力して考えることができた」という項目で、「できなかった」と答えていた生徒がクラスに1, 2名いた。聞き合いやすい雰囲気を作るために、グループ活動を継続して取り入れていきたい。

(2) 帰納的に推論する必要性を感じさせる工夫

- ・nを使って証明できた。あと自分なりに説明を書けて良かった。
- ・多角形の外角の和が 360° に全部なることがおもしろかったです。
- ・計算で多角形の外角の和を求めるのが楽しかった。

○問いを大切にすることで、必要性を感じながら課題解決に取り組み、生徒の意識も高まった。また、三角形の内角や外角の性質を推論することで明確に出せたことが、生徒にとって爽快だったようだ。

▲できるだけ簡単な発問で生徒自身から課題が出てくるような工夫をしていきたい。

(3) 考える過程を大切にするための工夫

- ・角度の求め方をいろいろ考えることができた。
- ・矢じりの形が、しっかりした理由で内角の合計の角度だと分かった。

○出てきた考えについて比較・検討したことで、答えだけでなく考えた過程に着目することができ、どの考えも生かされて良かった。比較・検討する中で、生徒は自然と一つの考え方に行き着いていた。

○矢じりの形の角の性質について授業の最初から知っている生徒が数名いたが、なぜそうなるか説明できなかったため、この活動は効果的であったと感じた。

▲全体での発表の中で、ある班の考え方をできるだけ多くの生徒が自分の言葉で説明できるよう、一度ペアに戻して説明し合い、全体で最後確認するという段階を踏んでもよかった。

(4) 振り返りの工夫

○振り返りシートによって、その時間の生徒の取り組みの様子や理解の程度などを看取ることができたので、次の指導に活かせることができた。

▲毎時間ほとんどの生徒が、自分から進んで問題に取り組みたり、班の人と学び合ったりできたことがわかったが、その中でも下位の生徒はその評価が低かった。下位の生徒が自分の考えを持ち自信をつけさせるために、グループ学習の前にペア学習を取り入れてより小集団での学び合いが必要である。

研究主題 未来に生きる思考力・表現力を育む算数・数学教育
サブテーマ ～単元の導入における課題設定の工夫と振り返り活動を通して～

玉村町立南中学校 中畠 祐一郎

I 主題設定の理由

「数学的な表現」は、平成元年の指導要領の改訂に伴う指導要録の観点別学習状況の欄に「数学的な表現・処理」という文言で初めて示された。しかし、平成20年の改定では、表現については、「技能・表現」から「思考・判断・表現」に移った。これは、これまでの「数学的な表現」ではなく、思考・判断した過程や結果を言語活動等を通じて児童生徒がどのように表出しているかを見とるものとなったことを表している。

このように、表現力に対するとらえ方には変化が見られ、改定により数学科の目標には、「表現する能力」が加えられており、今日の数学教育において重要な部分を占めていると言える。

学習指導要領解説数学編には、「表現すること」について以下のように述べられている。

具体的な場面や内容については、「表現することは、事象を数理的に考察する過程で、推測したり見出したりした数や図形などを的確に表したり、その妥当性などについて根拠を明らかにして筋道立てて説明したり、既習の数学を活用する手順を順序よく的確に説明したりする場面で必要になる。」とある。また、その意義については、「表現することにより互いに自分の思いや考えを伝え合うことが可能となり、それらを共有したり質的に高めたりすることができる。」とある。

今年度は、習熟度別クラス編成により、1クラスを標準・発展コースと基礎コースの2コースに分けて、日々の授業を行っており、第3学年の4クラスの基礎コースを担当している。

生徒の実態として顕著なことは、「数学ができるようになりたい。」という意欲を多くの生徒が持っているながらも「どの場面で何をしたらよいのか分からない。」という生徒のつぶやきや相談が多いことから既習内容を活用して解くような問題へのつまずきが多いということである。4月に実施された全国学力学習状況調査でも質問紙調査において、「数学の勉強は好きですか」の項目では、肯定的な回答が全国比に対していずれも4%ほど高く、合わせて63.7%であった。また、「数学ができるようになりたいですか」の項目でも77.7%の生徒が「なりたい」という回答であり、全国比を上回っている。しかし、平均正答率では数学Aは61.1%、数学Bは37.0%といずれも全国平均を下回っている。基礎コースの生徒を対象に行ったアンケートでは、活用して解く問題への意欲がわからない理由として「なかなか分かるようにならないから」という回答が最も多く、情意面が大きな意味を占めていることが分かる。

このような調査や実態から思考力・表現力のもととなる基本的な内容の習得にも大きな差がある。つまり、表現するための材料である既習の数学に対する理解に大きな差がある、と言える。

そこで、「表現すること」を苦手としている生徒に対し、数学的な表現のよさを伝えていくこと、その必要性を感じるような課題設定の工夫をしていくことが必要であると感じ、本主題を設定した。

II 研究目標

単元の導入段階で、これまでの知識や既習内容を生かし、新しい学習内容についての見方や考え方、計算方法などを「表現すること」に重点をおいて指導すること、ならびに毎時間や単元全体の振り返り活動をしていくことは、表現力を育み、その単元に意欲をもって取り組むことに有効であることを実践を通して明らかにする。

III 研究内容

(1) 単元の導入における課題設定の工夫をし、「表現すること」に重点をおく。新しい単元の導入段階では、その単元での学習内容をすぐに活用するということは少ない。そのため、数学の既習内容を活用することを苦手とする生徒でもこれまでの学習内容をじっくりと振り返ったり、自由な発想で考えたりすることができる考えた。

3年生の数学の学習内容では、以下の2つの単元の導入段階で実践することとした。

① 「平方根」・・・平方根の乗除、平方根の加減の計算

数の平方根をふくむ式の乗除、加減の計算方法について近似値を調べて推測したり、その理由を考察したり、反例を用いて成り立たないことを説明したりする活動は、数学的な思考力や判断力、表現力、既習事項を活用する力などを養うことができる。

平方根では、乗除の計算も加減の計算もそれぞれの導入の段階でこれまでの学習内容を生かし計算方法について思考する活動を行う。その考えを表現する活動ができるとともに、生徒の興味関心をひく学習となることが期待できる。

② 「関数 $y=ax^2$ 」・・・関数 $y=ax^2$ の導入

斜面を転がるボールの事例から、その様子を表に表す。表の数値から x と y それぞれの値の変化、 x から y への対応を読み取る活動を行う。

(2) 生徒が意欲をもって取り組み、学習内容の定着を図るとともに、次時につなげていくために振り返り活動を行う。また、単元ごとに学習プリントをまとめ、自己評価と単元を通した振り返りをさせ、感想を記入する。

① 授業の終わりにおける振り返り活動

主に、計算練習や本時で学んだ基本的な内容についての復習問題に取り組む。また、ときには発展的な内容へのチャレンジを行う。生徒に「できた」「わかった」という実感をもたせ、興味関心の向上を図る。

また、授業における生徒の理解の様子をとらえ、一斉指導の中では理解が不十分であった生徒への個別指導を行うこともできると期待できる。

② 授業の取組の自己評価と単元の感想の記入

単元ごとに学習プリントをまとめていくが、単元のはじめに表紙を配布し、その裏表紙に毎時間の学習内容とその自己評価を行う記入欄を設ける。また、単元の終わりに学習プリントをまとめるとともにとじこみ、単元全体を振り返っての感想を記入させる。このことにより、学習内容への意欲や関心を高めるとともに単元を見通した学習活動となることが期待できる。


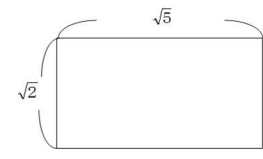
IV 実践例

(1) 単元の導入における課題設定の工夫

①について

平方根<NO. 7 根号をふくむ式の乗除①>

考えてみよう? 縦 $\sqrt{2}$ cm,横 $\sqrt{5}$ cmの長方形の面積を
求めるとき、 $\sqrt{2 \times 5}$ と計算してもよいでしょうか?

○電卓を使うと・・・

平方根<NO. 12 根号を含む式の加減①>

? 加法も、乗法と同じように根号の中で計算してよいでしょうか?
 $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{9+16}$? あなたの考えは (よい ・ よくない)

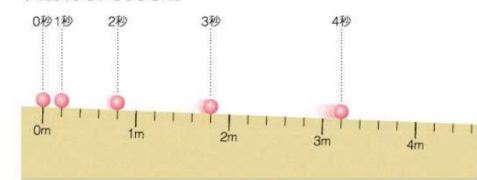
電卓を利用すると、小数第8位がずれているだけでも、違う数と認識することは興味深かった。しかし、「2乗すると10になるかけ算は？」という問いかけをすると「ない。」と答えた。つまり、電卓がどんなに桁数が多かったとしても、 $\bigcirc \times \bigcirc = 10$ にあてはまるような \bigcirc に入る数はなく、小数点以下がすべて0が並ぶことはないということに気付くこともできた。電卓を利用したからこそ、この問いかけが生徒の思考に素直に入っていたと感じられた。

$\sqrt{\quad} + \sqrt{\quad}$ の加法については、電卓を用いずに問いかけた。9、16、25について少し考えると、 $\sqrt{\quad}$ を外すことができる数であることに気付くことができた。右辺と左辺が同じにならないことからこの計算については正しくないことを表現することができた。

②について

関数 $y = ax^2$ (No.1 2乗に比例する関数)

[例1] ある斜面で球を転がしたところ、1秒ごとの球の位置は、下の図のようになりました。

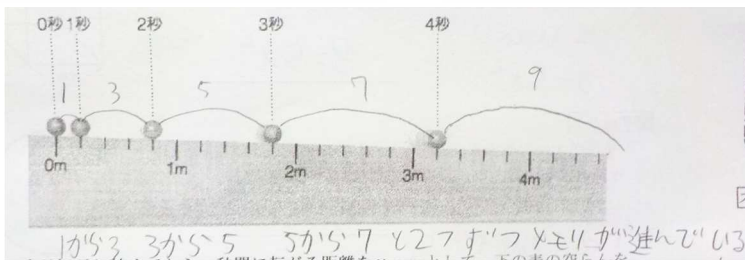


(1) 球が転がり始めてからx秒間に転がる距離をy cmとして、下の表の空らんをうめよう。

x(秒)	0	1	2	3	4
y(cm)					

(2) 上の表で、xの値が2倍、3倍、4倍、..になると、対応するyの値はそれぞれ何倍になりますか。
yの値は 倍、 倍、 倍...になる。

(3) 転がり始めてから5秒間に 何cm転がると考えられますか。 _____ cm 転がる



① 上記の考えにより、1めもりが20 cmだから $20 \times 9 = 180$ cm進む。
よって、 $320 + 180 = 500$ (cm)

(1) 球が転がり始めてから x 秒間に転がる距離を y cm として、下の表の空らんをうめよう。

x (秒)	0	1	2	3	4
y (cm)	0	20	80	180	320

5 x 秒を2乗し、 y cmの20(秒後)をかける、 y cmが出る。
式 $20x^2 = y$ cm

(2) 上の表で、 x の値が2倍、3倍、4倍、,, になると、対応する y の値はそれぞれ何倍になりますか。
 y の値は 4倍, 9倍, 16倍...になる。

(3) 転がり始めてから5秒間に何cm転がるか考えられますか。
 $5^2 \times 20 = 25 \times 20 = 500$ cm 転がる

② 上記のように、 x と y の変化の様子をとらえて考えることができた。
 x の値が5倍だから y の値は $5^2 = 25$ 倍となるので、500 (cm)

しかし、式としては、 20×25 と表現できた方がよりよいと考える。

球が転がり始めてから x 秒間に転がる距離を y cm として、下の表の空らんをうめよう。

x (秒)	0	1	2	3	4
y (cm)	0	20	80	180	320

Handwritten annotations: $\times 2, \times 3, \times 4$ above the x-axis; $\times 2, \times 4, \times 6, \times 8, \times 10$ below the y-axis; $\times 4, \times 9, \times 16$ below the x-axis.

③ 上記のように、 x と y の対応についてとらえることができた。数が大きいため、0を除いて、 y の値を2、8、18、32として考えて考えた。
 x と y の対応が2倍、4倍、6倍、8倍と変化していることから偶数であると考え、次は10倍であると考えた。
よって、 $5 \times 10 = 50$ そして、さらに10倍をして、500 (cm)

(2) 生徒が意欲をもって取り組み、学習内容の定着を図る活動

①について

授業の終末の5～10分を「振り返り活動」として、実践を行ってきた。

「振り返り活動」については、以下の㉞～㉟を意識して、作成した。

- ㉞ 生徒が自分自身で授業内容の確認ができ、定着を図ることができるようにする。
- ㉟ 教師が生徒の理解度や定着の様子を見とることができるようにする。
- ㊱ これまでの内容の復習や関連、発展的な内容を体験することができるようにする。

㊦、㊧の実践例（座標をとり、放物線をかくことができたか。） 教師がチェックした。

関数 $y = ax^2$ (No. 3 振り返り)

グラフをかいたら、先生にみせてください。グラフの形を確認します。

○ $y = 2x^2$ のグラフをかいてみましょう。

x	...	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	...
y	...	12.5	4.5	0.5	0	0.5	0	0.5	4.5	12.5

○ $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフをかいてみましょう。

x	-5	-4	-3	-2	-1	-0.5	0	0.5	1	2	3	4	5
y	12.5	4.5	0.5	0	0.5	0	0	0.5	4.5	12.5

㊨の実践例（これまでの学習内容の復習を行い、発展的な内容を経験するもの）

関数 $y = ax^2$ (No. 6 振り返り)

復習問題& 入試レベルです。

3年 組 番 氏名

振り返り1 関数 $y = ax^2$ について、 $x = -2$ のとき $y = 8$ です。a の値を求めよう。

a = _____

振り返り2 (「応用」)
関数 $y = ax^2$ について、x の変域が $-1 \leq x \leq 4$ のとき、y の変域は $0 \leq y \leq 8$ です。a の値を求めよう。

グラフのおよその形は \Rightarrow x = 4 のとき y = _____ であると分かるので、

a = _____

B4版のプリントを使い、左側半分が「振り返り活動」の問題となる部分、右側半分は「解答例」として構成している。生徒は、自力解決をしながら、理解度確かめている。また、「振り返り活動」で取り組んだ問題を各クラスで実施している自主学习ノートに繰り返し解く姿も見られる。

②について（単元：2次方程式のプリント集より）

NO.	学習内容	ABCD	
		発言/筆手	理解度
NO. 1	2次方程式	A	A
NO. 2	因数分解による解き方	A	A
NO. 3	平方根の表による解き方①	B	A
NO. 4	=	b	B
NO. 5	いろいろな解き方②	A	A
NO. 6	=	A	A
NO. 7	2次方程式の解	A	A
NO. 8	2次方程式の利用①	B	B
NO. 9	=	A	B
NO. 10	=	B	C

NO.	学習内容	ABCD	
		発言/筆手	理解度
NO. 1	2次方程式とは	D	A
NO. 2	因数分解による解き方①	C	A
NO. 3	平方根の表による解き方②	D	A
NO. 4	平方根の表による解き方③	D	A
NO. 5	いろいろな解き方④	A	A
NO. 6	いろいろな解き方⑤	A	A
NO. 7	2次方程式の解	A	A
NO. 8	2次方程式の利用①	A	A
NO. 9	2次方程式の利用②	D	B
NO. 10	2次方程式の利用③	D	A

記入欄には、以下のような感想があった。

- ・ 2次方程式の利用が難しかったので、たくさん練習したいです。2次方程式の解の公式は忘れないようにしたいです。
- ・ 2次方程式の文章問題の答えは、問題によって答えが1つのときや2つのときがあるので、頭を使わないと難しいけれど、理解できたのでよかったです。
- ・ NO. 10の2次方程式の利用が難しい。文章問題になると、頭がこんがらがって大変なので、なるべく文章問題も解けるように努力していきたいです。

V 成果と課題

○成果

(1)については、生徒がこれまでの学習内容を用いて、よく考えていた。生徒の考えを用いて、 x と y の変化の様子、だけではなく、 x と y の対応、についてもふれることができた。導入段階では、考え方のきっかけを少し与えることで、生徒の考えを引き出すことができた。また、その考え方を多くのところで、単元の学習に生かすことができることもよさであると感じた。単元の学習の途中でも、「○○くんの考えがあったね。」と話す、生徒も振り返ってその考えに立ち返ることもできた。

(2)については、生徒に授業の振り返り活動として定着してきたことが感じられる。プリントを管理し、まとめることを苦手とする生徒も多かったが、単元のはじめに表紙プリントを配布し、はさみ込むことができ、合わせて自己評価もできるようにした。

振り返り活動については、授業によっては副教材のワークやドリルを使用することもあった。しかし、生徒からは「今日は、裏面(=振り返り活動のプリント)はないのですか?」という声を聞く。授業に対しての集中力も高まったことを感じるが、「振り返り活動」を含めた授業のあり方が生徒に定着してきたことも感じる。生徒とともに進める授業のスタイルが完成してきたことをうれしく感じている。

また、表紙を単元のはじめに配布し、プリントの管理と自己評価などが毎時間できるようにした。この実践にあたっては、単元全体を見通した単元構想が必要となる。1時間ごとの授業内容を考え、授業をつくっていくのではなく、単元全体のつながりを意識して授業づくりを行うことができたことは、自分自身の授業づくりを一步前進させることができたと感じている。

●課題

今年度は、3年生の基礎コースを担当している。そのため、表現力や思考力を高めていくことよりも、数学への興味・関心・意欲面の向上、基礎・基本の内容の定着、に重点をおいた授業が多くなってしまった。今年度の残りの日々の授業では、少しでも多くの場面で、1・2年生の内容の関連や3年生の内容のつながりを生徒に意識させ、思考力や表現力を養う授業づくりをすすめていきたい。

さらに、「振り返り活動」の内容の充実を図れるように、単元全体を見通した授業づくりの力を磨いていきたい。

I 主題設定の理由

「数学的な思考力を身につけること」が数学を学ぶ意義であると考え、計算ができたり、公式に当てはめて解を求めることができたりすることも大切な技能であることは違いない。しかし、それよりもっと大切なのは、日常生活では目に見えないが使われているもの、すなわち「数学的思考力」であると考え、そして最近では、その思考を他者に適切に表現できることが求められている。

全国学力・学習状況調査分析（平成27年度・群馬県教育委員会）では、「図形の性質を用いて問題解決の方法を数学的に説明すること」が課題とされている。そのためには、問題解決の方法に焦点を当て、「用いるもの」と「用い方」を明確にして問題解決の方法を説明する活動を充実させることが大切であるといわれている。つまり、生徒達の意識の中に「この問題ではこの性質を使おう」という思考回路を作っていくこと、そしてそれを表現していくことが課題であるともいえる。

本校でも、答えしか書かない生徒や、全く何も書けない生徒は少なくない。答えしか書かない生徒は表現することの大切さを感じることができず「数学は答えが出ればよい」または「自分がわかればよい」という意識が強くあるのだと感じる。そのような生徒の多くは「頭で考えて答えが出ること」で満足し、答えが出た瞬間に思考は停止してしまう。考え方を深めたり、よりよい考え方を見つけたりしようという意識が低い。また何も書かない生徒は、「何を書けば良いのか」「何から考えれば良いのか」といった数学的な思考の回路ができていないように感じる。彼らの意識の中では、早く計算ができたり、たくさんの知識があったりすることが良いことだと考えている場合が多く、何も書かずに答えだけ出ている生徒を見て「さすがだね」「すごいね」という声をかけているのを耳にすることがある。また、クラスの中には、塾に通う生徒も半数以上いる。彼らのほとんどが学校の授業の予習をしており、「もうこの単元は知っているから」といって学校の授業をないがしろにしてしまう者もいるのが現状である。授業中に「知っている知識」を言いたくてしかたがない、早く問題を解いて優越感に浸りたいと考えている生徒も見受けられる。そのような生徒たちと数学に対して苦手意識を持つ生徒が混在する教室では、二極化がさらに進み、苦手な生徒の苦手意識をさらに大きくさせてしまうという悪循環に陥ってしまう。

このような現状を考えたときに浮かんでくるのが、「原因は教材にある」ということだ。「書かなくても答えが出てしまう問題」「答えが1パターンしか出ないような問題」である。数学においても「言語活動の充実」の大切さは言うまでもないが、これらの問題を提示し、話し合い活動やグループ活動をして、できる生徒がただ説明をして、「この人はすごいな」と、できない生徒が思うだけで終わってしまう。言語活動を行うにも、その課題が適切なものでなければ、活動に深まりがなくなってしまう。そこで、数学が得意な生徒は、考え方をさらに深め、苦手な生徒も、「数学はこのように考えるとよい」という感覚の涵養を図ることを授業の中で大切にしていきたいと考えた。

「数学的センス」とは、「ある課題に対して、数学的な考え方を用いて、すっきりと、ムダのないように美しく解く感覚」また、「ある事象をもとに一般化したり、予想したりして捉えられる数感覚（ナンバーセンス）を含む感覚」と今回の研究では定義した。本研究では、図形領域における数学的センスをみかく教材を工夫することにより、思考力・表現力をはぐくむことができると考え、本主題を設定した。

II 研究目標

数学的なセンスがみがかれるような教材を作成し、授業実践を通して有効性を明らかにする。

III 研究内容

- (1) 思考の過程が視覚的に理解しやすい「図形領域」において、学習過程を工夫し、多様な考え方が生まれ、学習に深まりがあるような授業モデルを考える。
- (2) 授業実践で提示した学習課題に対して生徒達の考え方をノートや発言により読み取り、どのように生徒の思考が変わるのか検証する。
- (3) ICT機器を用いたり、実際に操作できる教具を作成したりして、操作的活動を行うことや、その様子を見ることが生徒達の思考にどのように効果があるのか検証する。

IV 実践例

〈実践1〉中学校3年「三平方の定理の利用」

●正多面体の面積の求め方を考えよう

教材の意図 特別な直角三角形に着目して高さを考えるセンスを養う

授業展開	課題1 正六角形の面積を求める	}	適宜ペア学習やグループ学習を取り入れて
	課題2 正八角形の面積を求める		考え方を交流する
	問題演習①正十二角形の面積を求める		
	②正十角形の面積を求める	⇒	三角関数へつなげる課題
	本時のまとめ		

課題1 「半径3cmの円に内接する正六角形を作図し、面積を求めよう。」

【生徒の反応】

- おおよその生徒が正六角形は正三角形が6つ分であることは理解できたが、(正六角形の面積) = (正三角形の面積) × 6 という思考につながらない生徒もいた。
- 正六角形の中にある正三角形の面積を求めることができた生徒は全体の半数であった。
- 正三角形の面積を求めるのに、「三平方の定理」を用いて考えた生徒は全体の3割以上いた。
- ペア学習を取り入れ、課題解決することにより、何人かの生徒は「特別な直角三角形の比」を用いて答えを出す方法を考え、記述した。しかし、三平方の定理のままの生徒も多くいた。

【生徒の考え方 (授業プリントより)】

三平方の定理から、特別な直角三角形の比へ

小数の比の計算から整数の比の計算へ

課題2 「半径6 cmの円に内接する正八角形ABCDEFGHの面積を求めなさい。」

【生徒の反応】

- はじめは多くの生徒が正六角形の1つの辺の midpoint と内接円の中心を結び高さとしていたため、それ以上手が動かない生徒が多くいた。
- 「底辺と高さは必ずこの場所でないとダメなの？」と問いかけることで、何人かの生徒は高さの位置を変えることができた。
- 数学が得意な生徒でも、高さの位置を変えてもそこから面積を求めることができない者が多くいた。そして、個別追求の段階で面積が求められた生徒は全体の3割に満たない程度であった。
- グループ活動により、求め方を話し合い、全体での発表により多くの生徒は理解することができた。しかし、理解していない生徒も何人かいた。

【生徒の考え方（授業プリントより）】

高さが求められないことに気付く

高さの見方が変化

視点を変える!!
1つの考え! = 2つありわかれ! 色分け
1 = $\sqrt{2} = 6 \times 2$ 考えF3.

説明

$\triangle AOG$ の比が $1:1:\sqrt{2}$ だから
半径6cmだから $AO=OG=6\text{cm}$ $AG=6\sqrt{2}$
6を半分にしたら $\triangle AOH$ の高さに
底辺が6cmで高さが $3\sqrt{2}\text{cm}$ で計算したら $18\sqrt{2}$
で三角形の面積は底辺高さ $\times \frac{1}{2}$ だから
 $18 \times \frac{1}{2} = 9\sqrt{2}$ で三角形が8個ある
 $72\sqrt{2}\text{cm}^2$ になる

AGの半分が高さという見方

$18 \times 9\sqrt{2}$ $72\sqrt{2}$

説明

点B, H, D, Fを線ひきると正方形になる
正方形を使うと、正方形の辺の長さが $6\sqrt{2}$
その面積は 72 になる。
次に残った4つの三角形の面積を求める。
 $\triangle DOF$ の底辺は $3\sqrt{2}$ EOE の長さは 6
 $\triangle DEF$ の底辺は $(6-3\sqrt{2})$ 面積は $18-18$
また、 $\triangle DEF$ は他の $\triangle ABH$, $\triangle CDB$, $\triangle GHE$
面積が等しいため、 $3(18-18)$
つまり残った4つの三角形の面積は 0 。
最後に正方形 $BHDF$ と残った4つの三角形の
面積の和は、 $72\sqrt{2}\text{cm}^2$

別解
 $h=3\sqrt{2}$
 $\frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 6 = \frac{9\sqrt{2}}{2} \times 8$
 $= 9\sqrt{2}$
 $9\sqrt{2} \times 8 = 72\sqrt{2}$ $72\sqrt{2}\text{cm}^2$

$6\sqrt{2} \times (6-3\sqrt{2}) \times \frac{1}{2}$
 $= 30\sqrt{2} - 36$
 $= 18\sqrt{2} - 18$

グループ学習により、面積の求め方が変化
正方形を使わず、より一般化できる求め方へ

問題演習 問題1 「半径4 cmの円に内接する正十二角形の面積を求めなさい。」

問題2 「半径5 cmの円に内接する正十角形の面積を求めることはできますか。
求められる場合は求め、
求められない場合はなぜ求められないのか理由を書きましょう。」

【生徒の反応】

- 問題演習の際には、ほとんどの生徒が高さを頂点から半径へ下ろした垂線をかいていた。
- 問題1では頂点を1つとばして結んだ線分により、正三角形で考えている生徒も何人かいた。
- 問題2では数学が得意な生徒が一生懸命答えを出そうとする姿が見られた。

【ある生徒の問題演習プリント】

問題1 半径4 cmの円に内接する正十二角形の面積を求めなさい。

$360 \div 12 = 30$
 $1:2:h = 4$
 $2h = 4$
 $h = 2$
 $\frac{1}{2} \times 4 \times \frac{1}{2} = 1$
 $4 \times 12 = 48$
 $A = 48 \text{ cm}^2$

問題2 半径5 cmの円に内接する正十角形の面積を求めることはできますか。
求められる場合は求め、求められない場合はなぜ求められないのか理由を書きましょう。

$60, 30, 120$ が中心角の大きさにならないから
 (正角形)
 求められない。
 正十角形は中心角

問題3 正多角形の面積はどのような場合に求めることができますか。

中心角が $30^\circ, 60^\circ, 120^\circ$ の場合に求めることができる。

中心角 $= 30^\circ$ (正十二角形) $1:2:\sqrt{3}$ が使える。
 " $= 60^\circ$ (正六角形) $1:1:\sqrt{2}$ が使える。
 " $= 120^\circ$ (正三角形) $1:1:\sqrt{2}$ が使える。
 中心角 120° と半分にして 60° が作れるから

まとめ (今日の授業で学んだこと)

正八角形の高さにする場所がわかった。自分で出せるところをきちんと考えて高さにしなければいけないことを知った。
正多角形の中にも求められるものと求められないものがあるということを学び判断しているようにしたい。

課題2
で新たな視点
を見だし、
問題演習では
活かすこと
ができた

(この生徒の課題2)

今回の教材の考察

- 「高さ」という視点において「特別な直角三角形の辺の比」が使える位置を考える姿が見られ、数学的センスをみかくような課題であった。
- たくさんの考え方があり、ペア学習やグループ学習における学習課題としても有効であった。
- いろいろな単元の学び直しの機会にもなり、生徒達の間で特に「比」について学び直すことができた。
- 課題がレベルの高いものであり、数学が苦手な生徒にとってはさらに理解しやすくするための手立てが必要になる。
- 正八角形と正十二角形を比べたときには正十二角形の面積の方が求めやすいものであり、課題2と問題演習の順番については生徒の実態に応じて変えた方がよかった。
- 数値についても1辺の長さを考える必用があった。(課題1では半径3 cmよりも半径4 cmの方が簡単な問題になる)

〈実践2〉 中学校3年「円周角の定理」

●円周角と弧

教材の意図 1つの円において、円周角の大きさは弧に比例する感覚を養う

授業展開 課題1 円周を6等分する弧に対する円周角を求める

課題2 円周をn等分する弧に対する円周角の公式を見いだす

課題1「円周を6等分したとき、1つの弧がつくる円周角を求めなさい。」

【生徒の反応】

- 多くの生徒が図を書かずに求めることができたが、ペアで説明するときには図を書く必要性に気付いた。
- (中心角) $\div 2 = (360^\circ \div 6) \div 2$ を使って円周角を求める生徒がほとんどであった。
- 何人かは円周角を3つ集めると直径に対する円周角になることに気づき、 $90^\circ \div 3$ より円周角を求めていた。
- 六角形の1つの内角が 120° であることを使い $120^\circ \div 4$ で求めている生徒はほとんどいなかった。

課題2「円周をn等分したとき、1つの弧がつくる円周角を求めなさい。」

【生徒の反応】

- (中心角) $\div 2 = (360^\circ \div n) \div 2$ を使って円周角を求める生徒がほとんどであり、答えが出た生徒は他の考え方をそれ以上しようとしなかった。
- チャレンジ課題として「中心角を使わないで説明しよう」と問いかけたところ、数学が得意な生徒の多くがチャレンジし始めた。
- チャレンジ課題を達成した生徒は全体で2人であった。

【生徒の考え方(ノートより)】

チャレンジ課題により、初めて図をかく生徒

二等辺三角形の底角を用いて説明する考え方

今回の教材の考察

- ほとんどの生徒がn等分の式まで導くことができ、ほとんどの生徒が満足感を得られる課題である。
- 課題1、2ではペア学習やグループ学習による深まりがあまりなかった。
- チャレンジ課題では、「おお」「なるほど」の声が聞こえたため、新しい視点を生み出すことができたが、本来のねらいとは異なってしまった。

〈実践3〉中学校1年「図形の移動」

●対称移動・回転移動

教材の意図 操作的活動を取り入れ、図形の性質に対する感覚を養う

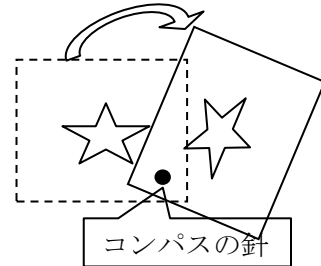
課題 「トレーシングペーパーを使って、描いた絵を対称移動や回転移動させよう」

(対称移動)

- ①トレーシングペーパーの左半分に好きな絵を描く。
- ②トレーシングペーパーを半分に折り、写し取る。
- ③広げてノートに貼る。

(回転移動)

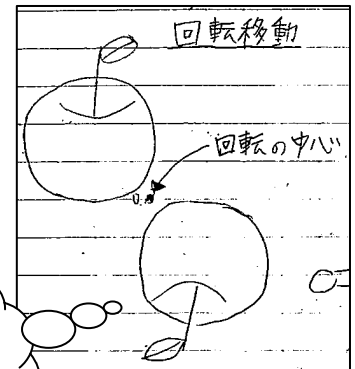
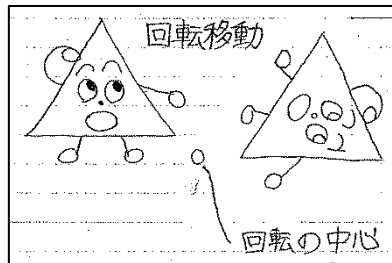
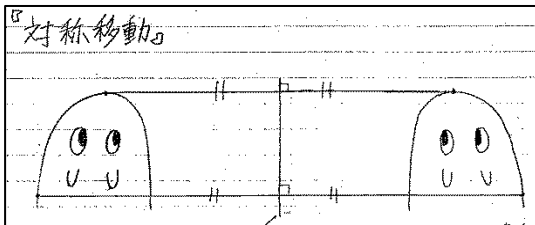
- ①ノートに好きな絵を描く。
- ②トレーシングペーパーで写し取り、ノートの絵と重ねる。
- ③右図のように1点をコンパスの針で押さえながら回転させる。



【生徒の反応】

- 対称移動では、線対称な図形を描いている生徒もいたため、その生徒は平行移動と同じような図になってしまった。そのため、他の生徒の図を見ることで、向きが変わることを理解させた。
- 回転移動では特に、1周して図が重なるときに感動している様子であった。
- 回転移動ではノートに貼る位置を 0° 回転と指定しなかったため、 180° 回転させ、点对称移動になっている生徒が多く見受けられた。

【生徒の図（ノートより）】



点对称移動の
ような移動
になる生徒

今回の教材の考察

- 平行移動との違いである「図の向きが変わる」ということに関しては理解しやすく、テストでも平行移動と混同する生徒はいなかった。
- 操作的活動により、数学が苦手な生徒も楽しく活動することができた。
- 対称移動については、線対称な図を描いた生徒に、非対称な図を書かせて、もう一度操作的活動をさせた方が、理解が深まったかも知れない。
- 普段使っている「回転」という言葉、そして「点对称移動した図形のもつ美しさ」により、多くの生徒が回転移動では「点对称移動した図」でノートに貼ってしまった。移動の角度を指定するなど、細かい指示をすることで、さらに感覚を豊かにできたかもしれない。

〈実践4〉 中学校2年「多角形の内角の和」

●百二角形の内角の和を求め、説明しよう

教材の意図 $180^\circ (n-2)$ の「 -2 」の意味を、点を動かすことで「三角形の数が1つずつ減っていく」という動的な見方をする事で理解できるようにする

前時まで 多角形の内角の和をいろいろな方法で求め、説明する活動をしておく

授業展開 課題1 五角形・六角形・七角形の内角の和を求める（頂点における分割で）

課題2 百二角形の内角の和を求め、ペア学習で説明する

課題3 $180^\circ (n-2)$ の意味を考える

問題演習

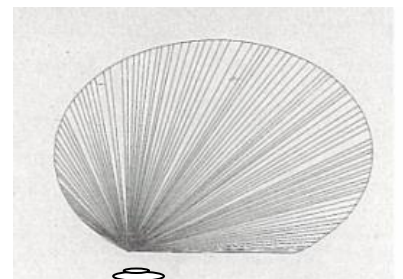
【生徒の反応】

- 百二角形の内角の和を帰納的に求めることはほとんどの生徒ができ、帰納的な説明も多くの生徒がすることができた。
- 動的な動きを電子黒板で見せると、多くの生徒が「 -2 」の意味を納得しているようであった。
- 問題演習では、公式に代入して求めるよりも、三角形の数に着目して、意味を考えながら求める生徒がほとんどであった。そのため、「十五角形の内角の和を求めなさい」という問題に対してはほとんどの生徒ができていたが、「内角の和が 1800° である多角形は何角形ですか」という問題に対しては多くの生徒が「三角形が10個できること」までは理解できたが、「三角形が10個できる多角形が十二角形になる」ことまで理解できない生徒もいた。

【授業の様子】

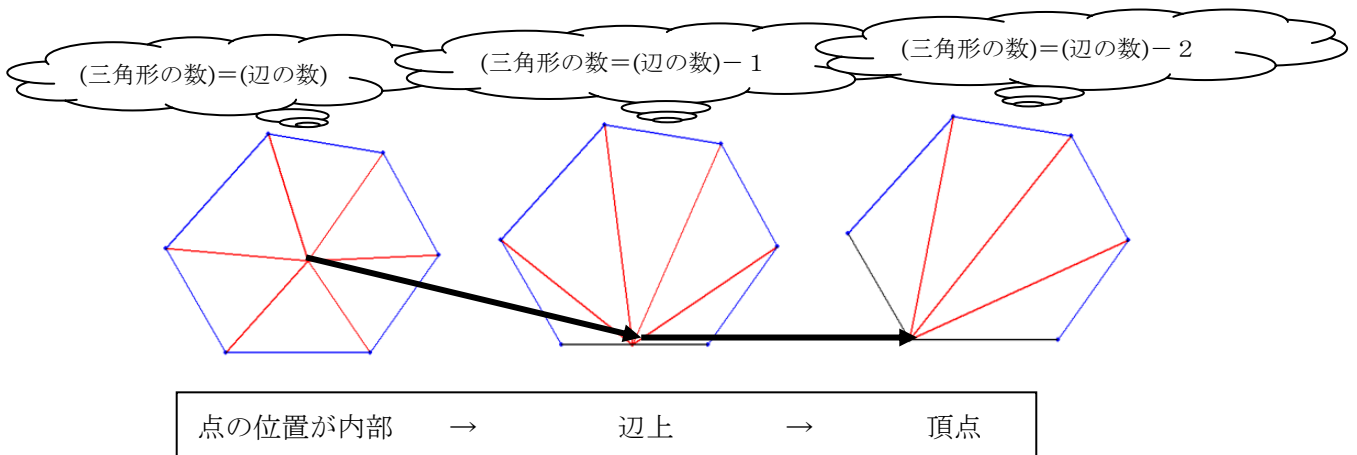


ペア学習で帰納的に説明



百二角形の分割の図

【I T C機器により提示した「点の位置を動かしたときに分割される三角形」の図】



今回の教材の考察

- 三角形の分割の仕方を関連づけることで、多様な考え方に共通点を見だし、それぞれの考え方に付加価値をつけることのできる教材であった。「 -2 」の意味の理解も生徒が納得している様子が見られ、わかりやすい教材であった。
- 「 -2 」の意味については多様な考え方は出ないため、個別追求が望ましいことがわかった。
- 技能の定着という面では課題が残り、問題演習の時間をとるなど、学習計画の見直しが必要になった。

V 成果と課題

【成果】

多様な見方ができる学習課題に対しては、数学が得意な生徒が意欲的に活動する場面が見られた。ペア学習やグループ学習で、自分の意見をわかりやすく伝えようと「図」をかいたり、図に吹き出しをかきこんだり、言葉での説明を何度も書き直したりする場面が多く見られ、自分の思考を積極的に表現しようとする学習意欲の面で有効であった。また、苦手な生徒にとっては、操作的活動を授業に取り入れることで、性質などがイメージしやすくなり、その後に数学的な言葉で表現しても、以前より理解する様子が多く見られるようになった。全体として、何も書かないという生徒は減少し、間違っていたとしても、そこからなぜ違うのかを考えようとする姿が多く見られるようになった。教材の工夫により、主に学習に取り組む姿勢が改善されてきた。

【課題】

教材によっては、生徒達の中で「今日はよくわからなかった」という感想しかない日もあった。その原因としては、基礎・基本の定着がしっかりとされていないことであると感じる。そのような日は、数学が得意な生徒のみが課題を解決し、それをできない生徒に教えるというだけの授業になってしまい、学習に深まりがなかった。今後は、活用に向けた基礎・基本の定着が課題であると感じた。

参考文献

「中学校学習指導要領解説数学編」文部科学省

「平成二十七年度全国学力・学習状況調査報告書中学校数学」文部科学省国立教育政策研究所

「はばたく群馬の指導プラン」群馬県教育委員会

「発問&板書で丸わかり！中学校新数学科授業ライブ第2学年編」江森 英世

「数学的センス」野崎 昭弘

未来に生きる思考力・表現力を育む算数・数学教育 ～問題解決能力を培う学習活動の構成～

南牧村立南牧中学校 入沢 祐輔

I 主題設定の理由

学習指導要領では、中学校数学科の目標を「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」と示している。そこで生徒は知識や技能の習得に留まらず、得た知識や技能を活用して思考・判断・表現することが求められている。また、活用する体験を通して数学の楽しさやよさに気付くだけでなく、必要性や意義を感じる機会となることで、実感を伴ってより深く理解することもできる。さらに、今後、算数・数学教育で必要なことは、「さまざまな事象に対して進んで関わり、解決に向けて見通しをもち、筋道を立てて考える力」や「自分で考えたことを、言葉や数、式、グラフ、表、図を用いて適切に表現する力」などの数学的な「思考力」「表現力」を育むことだといえる。

これらの能力を育むために、ただ知識の暗記となる受動的な学習ではなく、自ら積極的に学ぶ能動的な学習である問題解決型の学習が必要であると考えた。そこで問題解決型の学習の展開を「見通し、活用、振り返り」の区分に分けて構成していく。まず見通しでは、新たな問題に対して既習内容と比較したり、いくつかの具体例から帰納的・類推的に考察したりすることができる。生徒が本時の課題意識を持つことで、それが本時のめあてとなり生徒が主体的に学習するきっかけとなる。次に活用では、本校が前年度取り組んだ校内研修で言語活動に力を入れて取り組み、生徒たちは十分意見を表現し合っていた。本年度も言語活動を中心とした展開を行うことで、より充実した表現力を養うことができる。さらに振り返りでは、生徒一人ひとりが本時の学習内容や取り組み等について改めて振り返り考えることによって、本時の学習内容の再確認・再構築をしたり、本時の学習内容を発展・一般化したりして次回への見通しとすることができる。と考える。

以上のことから「見通し、活用、振り返り」を相互に関連付けて実践することで、「さまざまな事象に対して進んで関わり、解決に向けて見通しをもち、筋道を立てて考える力」や「自分で考えたことを、言葉や数、式、グラフ、表、図を用いて適切に表現する力」などの数学的な「思考力」「表現力」を育むことができると考え、本主題を設定した。

II 研究目標

数学的な思考力や表現力を育むために、「見通し、活用、振り返り」を基本とした学習活動の構成を取り入れることの有効性を、授業実践を通して明らかにする。

III 研究内容

研究では、【見通し】であるめあてと【振り返り】であるまとめや振り返りについて取り組む。

1 本時のめあてに繋がる課題意識を持つことができる導入とめあて【見通し】

めあてや学習内容に合わせた導入を分類し、それぞれについて実践する。

- (1) 日常生活について、数学的な視点で考察する導入
 - ↳ 数学的な構造によって事象を捉える活動へ
- (2) 既習事項を用いて解くことができるが、より効率のよい方法を必要とする導入
- (3) 既習事項を用いても解くことができない導入
 - ↳ 新たな定理や方法を理解して習得する活動へ
- (4) 既習事項を発展的に考えることで解くことができる導入
 - ↳ 新たな技能を身につけて習熟を図る活動へ
- (5) 「なぜ」「どうして」と疑問を持たせる導入
- (6) いくつか具体的な事象を考察し、類推的にきまりを考える導入
 - ↳ 事象やきまりについて証明する活動へ

2 本時の振り返りとめあてに沿ったまとめ【振り返り】

毎時間ごとに振り返りとまとめの時間を授業の最後に確保する。また、振り返りは生徒自身が学習内容や自身の取り組み等について個人の考えで書くが、まとめはめあてとの整合性が必ず成り立つように教師が設定する。

授業時間最後の5分間 ※単元テストや問題練習等の時間は除く

- 振り返りの時間（3分）


生徒自身が重要だと思ったポイントを各々ノートに書き込む。また、数人が発表することで意見交流をし、理解を深めたり広めたりする。
- まとめの時間（2分）

教師が板書したまとめを生徒全員が書き写すことで、本時のおさえるべき内容をめあてに沿って確認したり次時への意欲付けを行ったりできるようにする。

IV 実践例

1 めあてとまとめについて

- (1) 日常生活について、数学的な視点で考察する導入
 - ↳ 数学的な構造によって事象を捉える活動へ

学年	単元名	時間	ねらい
1	正負の数	1 / 26	身近にある負の数を知り、負の数の意味を考えていこうとする
導入	<p>問題場面として、天気予報の気温について提示し、「－」のついた数が表していることについて自由に発表させる。そのなかで以下のことについて簡単に考えさせ、めあてへ繋げる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ① 「－」の表記の仕方について ② 正の数、負の数が存在することについて ③ 基準がどこになっているのかについて ④ 負の数の大小について ⑤ 正の数と負の数の相違点について 		

めあて	身のまわりで「—」のついた数を見つけよう
まとめ	身のまわりで「—」のついた数が使われているのには理由や意味がある


(2) 既習事項を用いて解くことができるが、より効率のよい方法を必要とする導入

➡新たな定理や方法を理解して習得する活動へ

学年	単元名	時間	ねらい
2	連立方程式	6 / 14	代入法を用いて連立方程式を解くことができる
導入	<p>右の問題についてまず既習事項である加減法で解かせる。移項をすることで手間がかかることを確認してから、「もっと簡単に解く方法はないのか」と投げかけることで、めあてへと繋げる。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-left: 20px;"> <p>あるくだもの店では りんご1個とオレンジ5個の代金の合計は500円 りんご1個は、オレンジ2個より10円高い そうです。オレンジ1個の値段は何円でしょうか。</p> </div>		
めあて	加減法とのちがいに気をつけ、新しい解き方を知ろう		
まとめ	一方の式を他方の式に代入することができるときは、代入法で解くことができる		

(3) 既習事項を用いても解くことができない導入


➡新たな定理や方法を理解して習得する活動へ

学年	単元名	時間	ねらい
3	平方根	1 / 16	$\sqrt{\quad}$ の記号の意味を理解する
導入	<p>1辺が10cmの正方形Aを折って、面積が正方形Aの半分になる正方形Bを作る活動を行う。1枚目は自由に折らせるなかで、生徒から答えを導き出すようにする。2枚目は正しい折り方を一斉指導で確認する。</p> <p>そして、「面積がいくつになっているか」「一辺の長さがいくつになっているか」投げ掛けることからめあてへと繋げる。</p>		
めあて	2乗して50になる数を探そう		
まとめ	2乗して50になる数は、 $\sqrt{\quad}$ を使って表すことができる		

(4) 既習事項を発展的に考えることで解くことができる導入

➡新たな技能を身につけて習熟を図る活動へ

学年	単元名	時間	ねらい
1	比例と反比例	16 / 18	比例や反比例の考え方を利用して、具体的な問題を解決することができる
導入	シュレッダーで細かくされたコピー用紙のごみを提示し、A4のコピー用紙何枚分になって		

	<p>いるか知りたいと問題場面を確認する。そのためにはどんな情報を知りたいか問うことで、全体の重さと一枚の重さが必要なことに気付かせる。さらに、全体の重さと一枚の重さが比例の関係になっていることを見出させてから、めあてへと繋げる。</p>	
めあて	どのようにすれば枚数を求めることができるか考えよう	
まとめ	日常生活でも比例や反比例の考え方を利用することで、問題を解決することができるものもある	

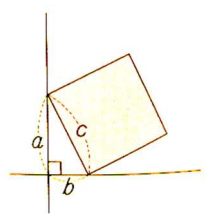
(5) 「なぜ」「どうして」と疑問を持たせる導入

➡事象やきまりについて証明する活動へ

学年	単元名	時間	ねらい
2	確率	1 / 10	事象の起こりやすさに興味を持ち、多数回の試行から起こりやすさの傾向を読み取ることができる
導入	<p>右の問題場面について実物を用意して、どの組み合わせが一番出やすいか予想させる。『赤玉2つ』を予想する生徒が多いと予測でき、実際に多数回の試行を行うことで、『赤玉1つと白玉1つ』の組み合わせが多くなり、疑問に思わせたところでめあてへと繋げる。</p>	<p>赤玉が3つ、白玉が2つ、黒玉が1つ入った箱から2回続けて引くことにする。ただし、取った玉は1回ごとに箱に戻すことにする。</p>	
めあて	あたりやすいのはどれでしょうか		
まとめ	多くの実験によって起こりやすさを知ることができる		

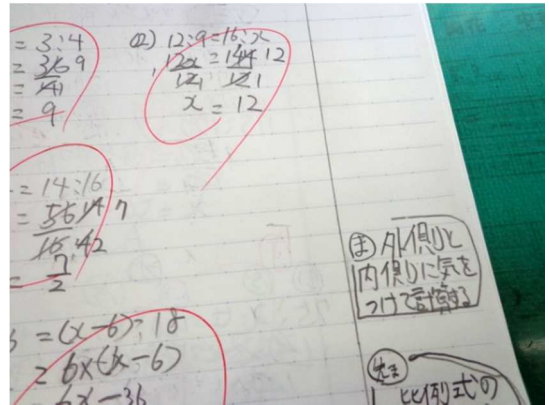
(6) いくつか具体的な事象を考察し、類推的にきまりを考える導入

➡事象やきまりについて証明する活動へ

学年	単元名	時間	ねらい
3	三平方の定理	1 / 16	三平方の定理を見出すことができる
導入	<p>平方根を学習した際に用いた正方形の図形を想起させる。そして、右の図で、a, bの長さをいろいろに変えたとき、cの長さを1辺とする正方形の面積 c^2 はどのように変わるか調べていくことを伝え、めあてへと繋げる。</p>		
めあて	辺の長さや正方形の面積の関係について考えよう		
まとめ	直角三角形の3辺の間には、 $a^2 + b^2 = c^2$ の関係が成り立ちそうである		

2 振り返りについて

生徒がノートに書いたポイント（振り返り）の紹介



《1年》

なぜ「n」を使って表すのか？

3の段とは言わず、3の倍数という

言葉の式にあらわしてから、数字や文字を入れて計算するとい

xを具体的な数になおすとわかりやすかった

とちゅうの計算は「=」をそろえないとダメだとわかった

(反比例のグラフは) なめらかな線にかく

表などにしてまとめて計算するとわかりやすい

式では考えづらい問題は、簡単なグラフを作る。表、数直線も使って考えてみる

まちがえがあったけど、答えを導けてよかった

(方程式を立式するときには) 平等なものを決めるとかきやすくなる

(座標について) xとyの順番に気をつける

公式が分かればかんたんにとくことができる

(座標を読み取る際に) 数をちゃんと数えよう

$y = ax$ をポイントとして答えをかく。答えるときにxをaにしない

《2年》

$y = ax + b$ の形にし、計算を間違えない

連立方程式の解とグラフの交点は同じ

錯角はZや逆Zをイメージするとよい

難しい問題のときには、まず補助線を使って解くとわかりやすい

直角三角形の証明をするときには、「条件集め」をしっかりする

三角形には、外角が3つある

問題を解くときには、図形に書きこんで考えると分かりやすい

直角三角形の合同条件には、「直角三角形で～」が付くので忘れないようにする

aがわからないとき、
x、yの式が2つ作れるときは、連立方程式を作る

成り立たない場合は、1つ例をあげる

二等辺三角形の底角が 90° 以上だと、三角形にならなくなってしまう

次回、対頂角・同位角・錯角の性質を利用して、角度をどンドン求めて図にかき込む

《3年》

比を求めるときには、
小：大=小：大を使う

場合によって、いろいろな技を使い分ける

(三平方) 2点間の距離を求めるときは、図をかく

自分の視点を変えることで、見えなかった三角形も見えてくる

(平行線と比) 直線同士が重なっていたら、その線の平行線を書いて考える

図形の向きに気をつけ

図に錯角や対頂角で角が同じものは、書き込んでおく。また、いろいろな見方をして、錯角や対頂角を見つける

頭を使って色々な角度から図形を想像する

様々な計算は関数を利用することでやりやすくなる

高さや距離などを求めるときには、比例式を使う

新しく図形を付け足す場合がある。また、もともとある図に線を引く

図形が合わないときには、回転させてやる

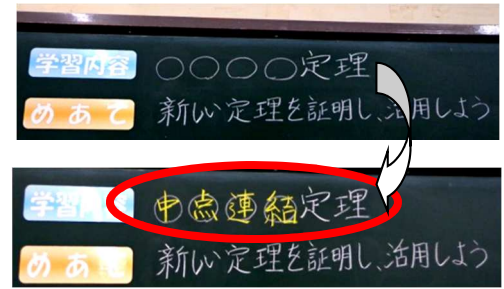
三角形の辺の中点を結ぶと相似の三角形が4つできる

(三平方) 3つの数すべてを2乗することに気をつける

V 成果と課題

1 成果

- ・めあてや学習内容ははじめから全文見せてしまうのではなく、一部穴抜きにしておき後で言葉を書き加えるやり方をしたところ、キーワードを意識させることができた。
- ・導入の部分で生徒に『知りたい』『やってみたい』など課題意識をうまく持たせることができたときには、その授業は特に意欲的に取り組む姿勢が見られた。
- ・導入の部分で前時の既習事項から確認することで、本時の学習内容との関連性に気付いたり、相違点などに注目して比較したりするなど、単元のつながりを感じる展開となった。
- ・毎時間同じ形式でめあての提示や振り返りをするすることで、生徒たちは次第に慣れ、めあてを自分たちの言葉で言い表すこともできるようになってきた。
- ・本時の振り返りをそれぞれノートに書き表す機会を毎時間設けることで、生徒一人一人が学習内容を思い返し整理する機会となった。また、各々の自由な振り返りを発表し合うことで、一人では気付くことができなかった新たな考えや視点を知ることができた。



2 課題

- ・めあてを教師から提示する展開に比べて、授業のはじめに生徒の課題意識を持たせてからめあてを生徒の言葉を参考に設定したことで、導入部分に時間がかかってしまった。そして、展開やまとめに時間をかけることができなくなったこともあった。そこで、本時の展開の内容をより精選していき、振り返りやまとめの時間を確保する。
- ・導入の活動からめあてを提示する活動へと強引に繋げてしまったこともあり、生徒の学習への意欲があまり上がらなかった。そこで、これからは生徒の立場に立ち生徒の思考に沿った授業展開を考えていく。
- ・まとめの際に教師が一方的にまとめを提示していたが、生徒の振り返りの際の言葉を使うことができればよかったと考える。
- ・1つの授業で内容が1つにならずに2つになることもあった。その際にまとめが1つとならず、めあてとまとめがどうしても合わない場合があった。
- ・全体的にねらいとめあてとまとめの一貫性を損なわないようにしたり、本時のねらいに沿ってめあてを考えるとときには、生徒に伝わる言葉へと変換したりすることがまだうまくできずこれからも研究を重ねていく必要がある。

未来に生きる思考力・表現力を育む算数・数学教育

～ 数学的な思考や表現の形成過程の考察 ～

研究員 藤岡市立西中学校 高橋 智之

研究の概要

中学校1年生の一次方程式の利用の学習において、文章問題を生徒が自ら立式できるようになることを目指して行った研究である。生徒にとって身近な課題を文章問題とし、それを少しずつ提示したり、解決に必要な情報を提示しなかったりすることで生徒はより文章問題を注意深く読めるようになった。その結果、問題場面を正しく把握し、文章問題を自力で立式できるようになるなど、本研究の有用性が明らかになった。

I 主題設定の理由

平成24・25年度に行われた「全国学力・学習状況調査」の結果から、群馬県では「言葉の式の意味を考え、数学的に解釈したり説明したりすること」、「問題解決の方法や根拠を数学的な表現を用いて説明すること」が課題として挙げられており、結果を問うだけでなく方法や根拠等を問い、説明できるようにする見方・考え方の力が重要視されている。また、記述式問題の無解答率が高い傾向がある。その理由として文章問題を読んでも、文章で示していることがどんな状況であるか（これを「問題場面」という）を把握することができていないのではないかと考えられる。一般的に文章問題を解決するときの思考の順序は、文章問題を読み、問題場面を把握し、立式し解くことである。しかし、生徒は文章問題を読み、問題場面を把握する前に数字だけを操作して立式して間違えたり、文章問題を読んでも問題場面を把握することができず無回答であったりする。つまり、問題場面の把握ができないことが文章問題を解決できないことの大きな原因であると考えられる。

本校の生徒の実態として、基本的な知識・技能等は概ね定着していると考えられる。しかし、アンケートの結果、「文章問題が苦手」と答えた生徒は学年の59.6%であったことから、文章問題に対して苦手意識があることが伺える。また、文章問題に苦手意識を抱えている生徒の多くが、「文章問題を読んでいる、途中で意味が分からなくなる」「文章から数量の関係を捉え立式することが苦手」と答えている。

学習指導要領には数学的活動の重要性について記してある。その中の「疑問や問いの発生、その定式化による問題設定、問題の理解、解決の計画、実行、検討及び新たな疑問や問い、推測などの発生と定式化へと続く。それら一連の活動を実体験することは、数学を学ぶことの面白さや考えることの楽しさをもたらしてくれるし、そこでは粘り強く考え抜くことが必要になり、成就感や達成感などを基にして自信を高め自尊感情をはぐくむ機会も生まれる。」と、かいてある。このことから、文章問題の苦手な生徒が数学的活動を行うためには、問題場面の把握が必要であると考えた。そこで、問題場面を把握するためには、文章問題を図で表し、視覚的に捉えることが大切である。しかし、長い文章問題から問題場面を図に表すことが難しい生徒も多い。そのような生徒が問題場面を把握するためには、少しずつ文章を区切って（これを「小出し」という）提示し、図に表すことで文章問題の問題場面を整理でき、最終的には問題場面を

把握することができると考えた。また、問題場面を把握せずに数字だけ操作して立式する生徒も多いことから、数字だけ操作しても問題を解決できない文章問題を設定することで、注意深く文章を読み、問題場面をより深く把握することができると考えた。

以上のことから、中学校一年生の一次方程式の利用の学習において、小出しの文章提示から図に表したり、問題場面をしっかりと把握しないと解決できない文章問題を設定したりすることで、より深く問題場面を把握できるようになると、生徒は自力で立式ができるようになると考え、本課題を設定した。

II 研究のねらい

一次方程式の利用の指導場面において、文章問題の提示を小出しで行い、それを図で表すことで問題場面が整理でき、把握できるようにする。また、文章問題から問題解決に必要な情報を抜き、必要な情報を自ら考えることで、さらに問題場面を深く把握できるようになることが、自力で立式することに有効であることを実践を通して明らかにする。

III 研究の見通し

図1の「研究構想図」のように見通しをもって研究を進めた。

1. 【見通し1】文章問題において、問題場面を絵で表すのではなく、数学的に能率的な図(短時間で簡単にかくことができ、かつ、問題場面を視覚的に捉えられる図)で表すことで、問題場面を視覚的に捉えることができるであろう。
2. 【見通し2】文章問題を小出しで提示し、それを図で表わすことで、文章問題が整理でき、問題場面を深く捉えることができるであろう。
3. 【見通し3】問題場面に必要な情報の一部を、あえて提示しないことで、文章を注意深く考察し、問題場面をより深く捉えられるであろう。

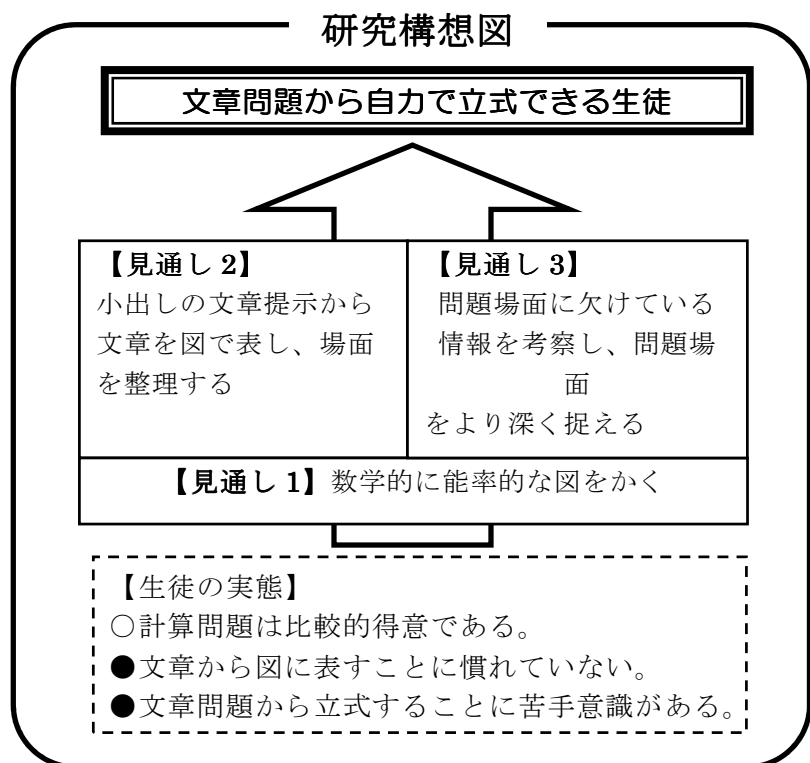


図1 研究構想図

IV 研究の内容と方法

1. 研究の内容
 - (1) 文章問題において、問題場面を数学的に能率的な図で表すことで、問題場面を視覚的に捉える

文章問題を解決するためには、問題場面を短時間で把握する必要がある。そこで、数学的に能率的な図が必要になってくるが、生徒は問題場面を数学的に能率的な図で表すということに慣れていないため、図で表すということが絵で表すことと同じ理解になっていることが多い。そのため、問題場面を数学的に能率的な図に表す指導を「一次方程式の利用」からではなく、「文字と式」の「文字式の利用」から行うことで、スムーズに「一次方程式の利用」へ取り組めると考えられる。

(2) 文章問題を小出しで提示し、その文章を図で表わすことで問題場面を視覚的に捉え、整理する

文章問題において、問題に取り組めない生徒、取り組めても問題の意味が分かっていない生徒は多い。このような生徒が抱えている一番大きな問題は、文章から問題場面をしっかりと捉えられていないことであると考えられる。そこで、文章問題の文章全体を提示するのではなく、小出しで提示し、それを段階的に【見通し 1】の数学的に能率的な図に表していく。すると、問題場面を視覚的に捉え、文章問題を整理でき、問題場面を深くとらえられると考えられる。

(3) 問題場面に欠けている情報を考察し、問題場面をより深く捉える

文章問題において、最終的には生徒は文章全体が表示されている問題を解くことになる。生徒は【見通し 1】、【見通し 2】の小出しの提示や図で表すことで文章問題を整理できるようになるため、次の段階は文章全体を提示する。その際、あえて必要な情報を提示しないことで、数字を操作し解答は得られても問題の本質は得られていない生徒や、問題場面を深く捉えていない生徒には問題解決できない状況を作り出す。このことにより、生徒は注意深く文章を読み、必要だが足りない情報を考え、問題場面をさらに深く捉えることができ、多様な問題に対応できるようになると考えられる。

2. 研究の方法

(1) 授業実践計画

対象	藤岡市立西中学校 1 学年 116 名
実践期間	平成 26 年 9 月上旬～10 月下旬
単元名	文字と式、一次方程式

(2) 検証計画

検証項目	検証の観点	検証の方法
見通し 1	数学的に能率的な、問題場面に見合った図がかけたか。	ノート、相互評価、観察
見通し 2	小出しの文章提示から、数学的に能率的な、問題場面に見合った図がかけ、問題場面の情報を整理できたか。	ノート、相互評価、観察
見通し 3	問題場面に欠けている情報が何か推測でき、それが整えば立式することができているか。	ノート、観察、テスト

V 研究の実践と考察

1. 研究の実践

単元・学習内容	実践の概要
文字と式 文字式の利用 関係を表す式	<p>《実践 1》（【見通し 1】の検証）</p> <p>一次方程式の利用で自力立式できる素地をつくるために、その前の単元である「文字と式」において、文章を小出しで提示し図で表す、問題に必要な情報を抜いて提示するなどの練習をする。また、方程式の利用における「両辺の関係」</p>

	を意識させるために天秤の図で表すことを意識させた。
一次方程式 一次方程式の利用	<p>《実践2》（【見通し2】の検証）</p> <p>榛名高原学校の思い出の写真を貼るという本校生徒にとって身近な場面において、実際の写真を利用することで意欲を高めた。そして、文章提示を小出しで行い、区切りごとに図をかくことで問題場면을整理する力をつけた。</p>
	<p>《実践3》（【見通し2と3】の検証）</p> <p>過不足問題において、定期テスト前に50時間勉強やろうという学年のキャンペーン（以下「チャレンジ50」という）をクリアした人はチョコレートもらえるという問題場面をつくり、実物を利用し、小出しの文章提示から図をかくことで問題場면을整理させた。また、文章中の個数を具体数でなく「いくつか足りません」とし、問題を解くための情報を欠いて提示することで、生徒はこの状況では問題が解決できないことに気がつくよう仕向けた。そこで、生徒に文章を注意深く読まないとい問題解決できないことを分からせ、足りない情報を推測させることにより、より深い問題場面の把握をさせた。</p>
	<p>《実践4》（【見通し3】の検証）</p> <p>速さの問題において、生徒は《実践3》までに問題を整理する力がついたため、文章の全文を提示した。また、速さの問題では表を利用して立式することも考えられるが、表を利用しての問題解決は数字を操作して解答が得られている場合も多く、複雑な問題場面においては問題場면을把握できずに立式できなくなる。そのため、線分図のかき方を教え込み、問題場면을線分図で考えさせた。なお《実践3》と同様に、問題を解くための情報を欠いて提示した。</p>

2. 研究の結果と考察

(1) 数学的で能率的な図がかけたか。【見通し1】

《実践1》より、生徒は文章問題から図に表すことに慣れていないため、まずは文字式の利用において文章問題から図をかくということに取り組みさせた。最初は「図で表す」ことができず、「絵で表す」生徒がほとんどであったが、数学的に能率的な図をかくということが、短時間で問題場面の把握をしやすいことに気が付き、徐々に数学的に能率的な図がかかるようになった（図2）。

(2) 小出しの文章提示から、数学的に能率的な、問題場面に見合った図がかけ、問題場面の情報を整理できたか。【見通し2】

《実践2》の問題文は「横の長さが75cmの模造紙に高原学校で撮った幅9cmの写真5枚を横一列に貼ります。この時、両端も含めて間隔が全て等しくなるように貼るには、間隔を何cmにすればよいでしょうか」である。《実践1》にて小出しの文章提示や数学的に能率的な図のかき方を学習していたため、多くの生徒は図のかき方がおおむね定着していた（図3）。この問題の小出しは「横の長さが75cmの模造紙に高原学校で撮った幅9cmの写真5枚を横一列に貼ります。」で、その状況を図に

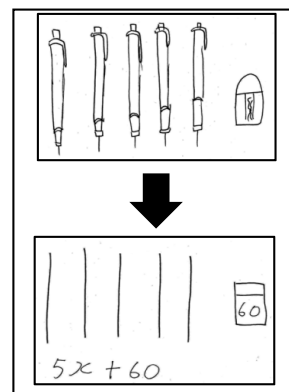


図2 数学的に能率的な図への変化

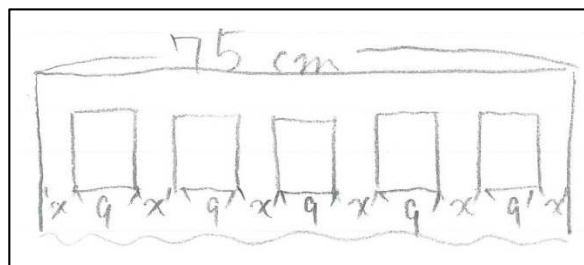


図3 《実践2》の数学的に能率的な図

表し、図がかけたら「この時、両端も含めて間隔が全て等しくなるように貼るには、間隔を何 cm にすればよいでしょうか」と提示した。この問題では、写真を模造紙の端からかいてしまう生徒もいると考えたので、事前に「きれいに貼りたい」という指示をしておいたため、ほとんどの生徒は問題場面の把握が出来ていた。また、幅を何 cm にしたらよいかわからないという声が聞こえたので、今回の幅の長さのように、図をかいている時に文中に数字がなく、問題文で問われていることなどを x とおくよう指導した。生徒は図をかけるようになったので、自力立式への次の手立てとして、問題場面の把握から立式して解くまでの流れを指導した。

- ① 問題場面を図で表す
- ② 何を x とおくか決める
- ③ 等しくなる関係を考える
- ④ ③を言葉の式で詳しく表す
- ⑤ 立式し、問題を解く

である。生徒はこの手順で文章問題から立式までを考えた。そのことにより、生徒は小出しの文章提示からイメージしたものを図に表していくことで問題場面の情報が整理でき、等しい関係を言葉の式で詳しく表すことで、言葉の式をそのまま数字や文字でかくと立式できることが分かった。

(3) 問題場面に欠けている情報が何か推測でき、それが整えば立式することができているか。【見通し 3】

多くの生徒は【見通し 2】で、文章から問題場面に見合った図をかき、そこから立式することが出来るようになった。しかし、生徒の中には問題場面を把握せず数字を操作して立式している生徒や、方程式を立式することなく小学校で得た解決方法で解く生徒もいる。そのため《実践 3》では、《実践 2》の小出しの文章提示に加え、図から立式するにあたって問題場面の把握をより深くさせるために、文章問題がそのままでは解決できないように、文章から問題解決するために必要な数量を抜いて提示した。《実践 3》の問題文は「チャレンジ 50 をクリアした人にチョコレートを配ります。1 人に 4 個ずつ配るといくつか足りません。そこで、1 人に 3 個ずつ配るといくつか余りました。クリアした人数とチョコレートの数はいくつでしょうか。」である。この問題を「チャレンジ 50 をクリアし

チョコをチャレンジ 50 をクリアした人に配ります。
 1 人に 4 個ずつ配ると 16 個足りません。
 また 1 人に 3 個ずつ配ると 13 個余りました。

① クリアした人数とチョコの数を求めよ。

(A) x 人

$(4x - 16)$ 個

(B) x 人

$(3x + 13)$ 個

② クリアした人数を x とする。

③ チョコの数

④ $(A \text{ のチョコの数}) = (B \text{ のチョコの数})$

⑤

$$4x - 16 = 3x + 13$$

$$4x - 3x = 13 + 16$$

$$x = 29$$

$4 \times 29 - 16 = 100$

A. 29人, 100個

図 4 《実践 3》のワークシート

た人にチョコレートを配ります。1人に4個ずつ配るといくつか足りません。」と小出しで提示することで、生徒は図をかき始めるが、かけないことにすぐに気が付いた。すると、ある生徒が「先生、これでは情報が足りなくて図がかけません」と言ったことから、「では、何が必要ですか。」と問うと、「いくつかというのはいくつですか。それが分からないと図がかけません。」というやり取りを経て、全体に対してその部分に分かれば問題を解決できるかと問うと、解決できると反応があった。そこで、「では、『16個足りない』ことにしましょう。」と進んでいくと、生徒は図をかき始めることができた。次の小出しの文章は、「そこで、1人に3個ずつ配るといくつか余りました。」のように区切り、同様のやり取りを進めた。最後に、「今回の文章問題では何を問われているでしょう。」との問いかけに、生徒は「人数が分かりません。」や「チョコレートの数が分かりません。」という反応があった。そこで、「今までの情報でチャレンジ50をクリアした人数とチョコレートの数が分かりますか。」と問うと「分かります。」という反応があったため、最後の文章である「クリアした人数とチョコレートの数はいくつでしょうか。」と提示した。本問では、《実践2》から指導した順序で考えていくためにワークシートを利用した。また、当初「いくつか」と書いていた部分は、消しゴムで消し、「16個」や「13個」となっている。(図4) また、この後に、図4の⑤にて、この生徒は『Aのチョコレートの数』の式に人数を代入しているが、『Bのチョコレートの数』の式に人数を代入している生徒もいたため、どちらがよいのか問うと、多くの生徒から「どちらの式も等しいのだから、どちらでもよいのではないか。」という反応が返ってきたことと、その発展問題として、チョコレートの数を x 個として考えた時にできる式 $\frac{4x+16}{4} = \frac{3x-13}{3}$ に対して、 $4x+16$ 、および $3x-13$ が何を表しているかという問いに、数名の生徒から「クリアした時に必要なチョコレートの数ではないか」という反応があったため、周囲の生徒で確認させ、発表させると、多くの生徒が納得した。このことから、必要な情報をあえて提示しないことで注意深く文章を読むことができたため、より深い問題場面の理解ができたのではないかと考えられる。また、この日の課題として一般的な問題集にある過不足問題を出題したが、8割程度の生徒が解くことができていたことから、小出しの文章提示や、注意深く文章を読ませることが有効であったことが伺えた。

《実践4》では、今までの実践を通して一般的な文章問題が解けるよう指導するために、小出しの

文章提示をせず、全文を提示した。ただし、注意深く文章を読ませるために、必要な情報を1点欠いて出題した。問題は「弟は家を出発して学校に向かいました。その後、兄は家を出発して弟を追いかけました。弟の歩く速さを毎分50m、兄の歩く速さを毎分70mとすると、兄は家を出発してから何分後に弟に追いつきますか。」である。この

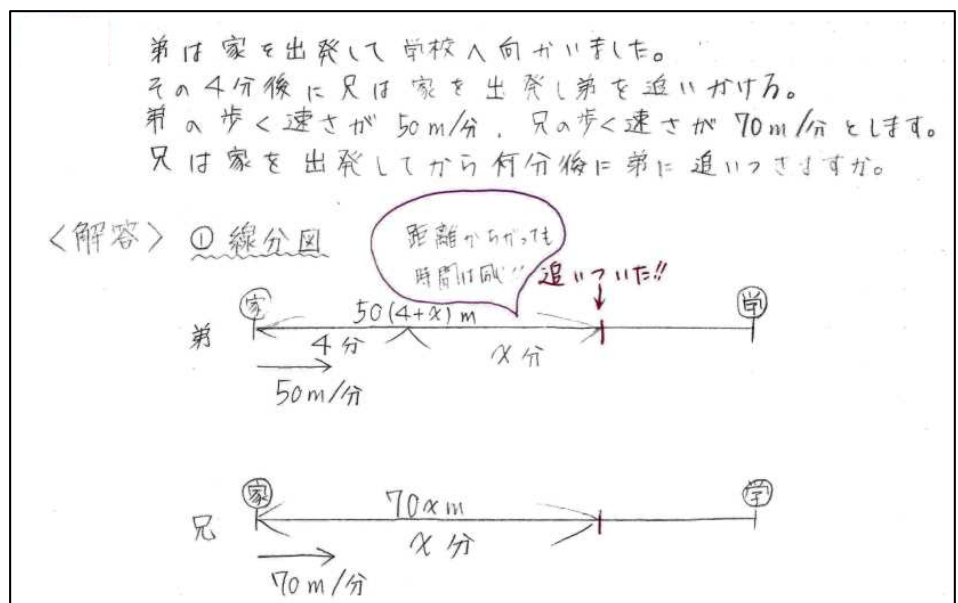


図5 《実践4》の線分図

状況

を数学的に能率的な図に表すことは生徒にとって容易ではないため、線分図の使い方を生徒に教え込んだ。生徒とのやり取りをしながら教師が線分図を板書していったが、時間を線分図にかきこむ際に生徒から「兄が出発したのは弟の何分後か分からないと図がかけません。」という発言があり、そこを「4分後」と修正した。線分図(図5)をかき終えてからは、今までと同様のやり方で生徒に立式から解を出すまで取り組ませ、多くの生徒は問題解決ができた。このことから、注意深く文章を読むことで問題場面をより深く把握し、欠けている情報が何か推測でき、それが整えば立式することができるようになったことが伺えた。

また、この後の類題で「姉は朝9時に家を出発して駅に向かいました。姉の忘れ物に気付いた妹が9時10分に家を出発して自転車で姉を追いかけてきました。姉の歩く速さを毎分60m、妹の自転車の速さを毎分210mとすると、妹が姉に追いつくのは9時何分ですか。」という問題に対して、多くの生徒が妹が自転車に乗っている時間を x とした。その際、 $x=4$ となるのだが、ほとんどの生徒が出てきた x の値を答えにするのではなく、妹が出たのは9時10分だから、追いつくのは9時14分と解答した。(図6)このことから、線分図の利用が問題場面を把握することに有効であったことと、注意深く文章を読むことができるようになったことが伺えた。

① 線分図

② 妹が家を出てからの時間を x とする。

③ 道のり (家から追いつくところまで)

④ (姉の道のり) = (妹の道のり)

$$60(10+x) = 210x$$

$$600 + 60x = 210x$$

$$60x - 210x = -600$$

$$-150x = -600$$

$$x = 4$$

最後に10を足すのを忘れずに!!!

A. 9時14分

図6 《実践4》の類題におけるノート

VI 研究の成果と今後の課題

1. 研究の成果
 - 「文章を数学的に能率的な図に表す」ことで、文章問題に苦手意識があり、取り組めない、または何から取り組んでいいのかわからない生徒に、「文章問題が出たら、まずは問題場面を図にかけばよい」という指標ができた。(図 7)
 - 「文章問題を小出しで提示する」ことで、文章問題を読んでいて、途中で意味が分からなくなってしまう生徒に、「文章問題が出たら少しずつ文章を切って問題を考えていけば解決策が見つかる」という意識を持たせることができた。(図 8)
 - 「問題場面に必要な情報をあえて提示しない」ことで、生徒は問題を図に表す際に違和感を感じ、問題場面の把握のために必要な情報を考えたため、より深い問題場面の把握ができるようになった。また、必要な情報を考えることに関しては成績下位群の生徒も意欲的に取り組んでいたため、この問題の提示方法は意欲を高める手段としても有効な手段だったといえる。
 - 速さの問題において、道のりを求める際に時間を x とおいて解いても、計算後の x の値から(時間)×(速さ)で道のりを求められる生徒がみられたことから、問題場면을深く把握している様子が見てとれた。
 - 一次方程式の単元の指導後のアンケートにおいて、「問題場면을図に表わすことは、文章問題から立式することに有効であったか？」という質問に対して「有効だった、まあまあ有効だった」という回答が 90.4%だったことから、図をかくことが自力での立式に有効であったといえる。
2. 今後の課題
 - 問題場面は把握できたが、そこから言葉の式や立式まで到達しない生徒がいた(例えば、買い物の問題場面で、(みかんの代金) + (リンゴの代金) = (代金の合計)は分かるが、みかんの代金が(一つの代金) × (個数)ということが分からないなど)。その都度、文字を使わずに具体的な数字で指導すれば理解できたが、文章問題に入る前に、買い物の場面などの小学校の復習を行っておく必要があった。
 - 問題場面を把握できているが、図にかき表すことが苦手な生徒は「状況が分かっているのに図をかく意味が分からない」と言っていた。しかし、複雑な問題では数学的に能率的な図に表すことが問題場面の把握に必要なため、数学的に能率的な図を丁寧に指導する必要があった。
 - 学力の高い生徒の中には問題場面を把握し図もかけるため、基礎的な問題では図をかく必要性を感じられなかった生徒もいた。しかし、その生徒も、速さの問題に関しては「線分図をかかないとイメージできないので、図が必要」と言っていたことから、複雑な文章問題では図をかいて問題場面を深く把握しないと解決できないことは多い。そのため、そのような生徒にはもっと複雑な文章問題を与えることが必要であった。

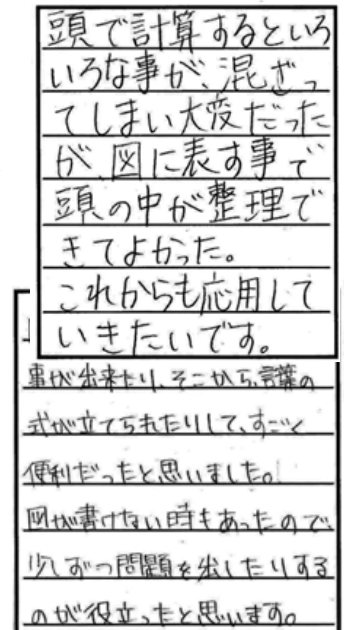


図 8 生徒の感想 2

研究主題

未来に生きる思考力・表現力を育む算数・数学教育

サブテーマ

～言語活動を重視した授業づくり～

高崎市立南八幡中学校 山口 希美子

I 主題設定の理由

学習指導要領では「生きる力」を育むことを目指し、中学校数学科では、「生徒が数学的活動に主体的に取り組み、基礎的・基本的な知識及び技能を確実に身に付けるとともに、思考力、判断力、表現力等を高め、数学を学ぶ楽しさや意義を実感できるようにする」ことを重視している。その中で、数学的活動として、数学的な表現を用いて自分なりに説明し伝え合う活動の重要性を掲げている。群馬県では平成27年度の学校教育の指針（群馬県教育委員会）で、基本目標を「たくましく生きる力をはぐくむ～自ら学び、自ら考える力を～」としている。

また、本校の学校教育目標は「高い知性 美しい心 たくましい体」で、目指す生徒像の一つとして「(知) 自分の考えが表現でき、積極的に課題解決できる生徒」がある。本校の今年度の校内研修課題は「自ら考え表現する生徒の育成～各教科の特性に応じた言語活動の工夫～」である。

現代社会を生きていく子どもたちにとって、変化が激しく膨大な情報にあふれる社会を生きていくためには、単に多量の知識を記憶しているということではなく、学習によって習得した事項や力を生かし、初めて遭遇する問題場面において活用して自ら学び自ら考え判断し問題をよりよく解決していく力が必要になっている。現在の子どもたちは表現力が弱く、自己主張することなく、自分で考えたり意思決定したりするとはばかり傾向が強い。それは、本校生徒においても当てはまり、定期テストが高点数の生徒であっても例外ではない。それ故、ともに学ぶ授業を形成していく上で言語活動の工夫が必要となってくる。授業において生徒が自分の気持ちや考えを表現し伝え合うことで、何事においても意欲的に取り組めるようになり、確かな学力定着、ひいては生きる力の育成につながると考えている。

それらを受け、サブテーマを「言語活動を重視した授業づくり」とした。いかに学んだことを自分のことばで表現できるか、自分なりの考えや工夫したことを相手にどう伝えるかが重要となってくる。授業内で自ら考えたことや工夫した考えなどを説明し伝え合う機会を多く設けることで、まずは表現することに慣れさせる。その積み重ねで、表現力を付けさせていきたい。それこそが、基礎学力の向上にもつながると考える。また、考えを発表しあい学び合いを行うことで、一人では気付くことのできなかつた新たなことを見いだしたりできるなど、学び合いの有効性が浮かび上がってくる。なぜ、そのように考えたのかと常に問い掛け、追究の結果だけでなくその過程について、根拠を明確にしながら説明させることも重要である。また、「ここでいう学び合い」とは、単に相手に答えを伝えるといったことだけではなく、例えば分からない生徒へはどう説明すればよいかを考えることも学び合いから生まれる新たな課題とな

り、人間関係をも高め合うことにもつながってくるであろう。教師からの受け身的な授業ではなく、自ら思考して表現すること学び合いが重要であり、それに必要な「言語活動を重視した授業づくり」を図ることが大切と考え、本研究主題を設定した。

II 研究目標

基礎学力の向上のために、数学の授業における言語活動の仕方をいろいろと試し、どのような授業がよいのかを研究していく。

III 研究内容

○学習体制の工夫

- ・教師主導で学ぶところと生徒同士で学び合うことが有効的な単元、内容を研究し、学習計画の作成。
- ・どんなことを表現させていくか、ねらいに基づいた授業計画作り。
- ・読む、書く、発表するの有効的な場面設定の計画。
- ・ペア学習の効果的な活用方法。
- ・グループ学習の効果的な活用方法。

○導入方法

- ・既習事項の確認としての活動。
- ・課題把握としての活動。
- ・自分で考えた後の意見交換としての活動。
- ・ペアやグループで考えを話し合った後のまとめ活動。
- ・授業の振り返りとしての活動。

○表現方法

- ・学んだこと、気づいたこと、考えたことなどの言語活動。
- ・数、式、図、表、グラフなどを必要に応じて用いた言語活動。
- ・根拠を明らかにし、説明する言語活動
- ・他者の考え、表現に対して意見を交換する言語活動。

IV 実践例

○表現することに慣れさせる。

①教科書の例題、ポイントをペア同士や全体で読み合う。

- ・代表者だけが読むのではなく、みんなで声に出して言うことで内容の確認を図る。
- ・自分たちで読むことで、受容的な授業から参加型の授業へと導く。
- ・数学の学習においても、声に出して表現することの大切さを伝えていく。

②全員が発言、表現できる機会を作る。

- ・挙手に加え、なかなか発言できない生徒でも学力を考慮して意図的に指名を行い、全員が発言する環境を作る。
- ・ペア学習においてはたとえ正解が分からなくても、少しでも気づいたことを伝えあうことが目的であり、正答だけが正解でないことを押さえ、自分なりの考えを発表しあう場面にする。
- ・自分の考えに自信がない生徒が多いので、質問して直接分かったことや答えを時には直接挙手で答えさるのではなく、ペアで内容を確認した後に分かったことや答えを発表させる機会を作る。
- ・ペア学習の後に、自分の考えではなく相手の考えや気づきを発表させる。
- ・授業の終わりに、本時で学んだことを発表しあう。

○実践的な発表で問題解決を行う

①演習問題において答えを発表しあう。

- ・単位答えや分かったことを確認的に発表しあう。
- ・式や数、式、図、表、グラフなどを必要に応じて用いた言語活動。
- ・多様な考えを出し合う言語活動。

②初めて遭遇する問題場面での話合い

- ・どんな既習事項が使えるのかを発表しあう。
- ・式や数、式、図、表、グラフなどを必要に応じて用い、それを元に問題を解決していく。
- ・根拠の通った考えを発表しあう。

<授業実践例>

中学2年 4章 平行と合同 1節 平行線と角

問題演習

次の図で、 $l \parallel m$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

①問題を全員で読む。

平行線の性質をペア（隣同士）で確認しあう。

「同位角が等しい。錯角が等しい。」

ある生徒に発表させる。

②今回はそれが直接使えない。そういう場合は線を引くとよいと伝える。

これまでにどんな線を引いてきたかペア（隣同士）で確認しあう。

「補助線。延長線。平行線。」

ある生徒に発表させる。

③ここでは平行線を引くことを伝える。

どこに引くかペア（隣同士）で図に指さししながら確認しあう。

次にそのことをことばで何と説明するかペア（隣同士）で発表しあう。

「Pを通過して l と m 平行な線をひく。」

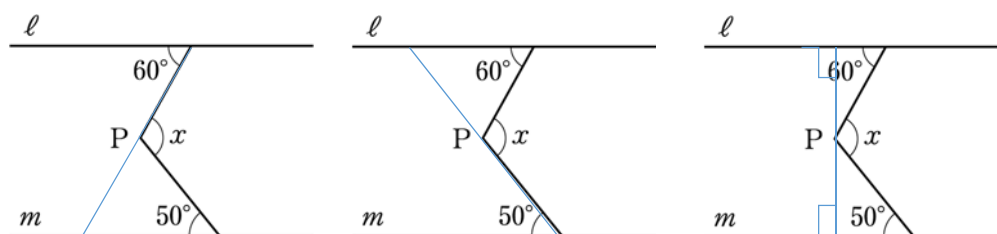
ある生徒に発表させる。

④この場合のやり方を教師が示す。

⑤これ以外の線の引き方で $\angle x$ の大きさを求めることができないか、各自で考えノートに書く。

他にどんな線があるかペア（隣同士）で確認しあう。考え方も確認しあう。

グループでも確認しあう。



など

黒板に出てきて板書させる。

板書した生徒とは違う同じ方法で解いた生徒に説明させる。

⑥類題を解く。

⑦授業の終わりに、今日学んだことをペア（隣同士）で発表しあう。

V 成果と課題

言語活動を多く取り入れたことで、日頃発言できない生徒でも簡単な活動では生き生きと参加する姿が見られた。授業の流れを生徒がつかみ慣れていくにつれ、ポイントや問題を読むことについてはテンポよく進むようになった。特に、授業の振り返りとして授業の最後にその日に学んだことをペアで表現しあう活動は効果があった。競争心を持って相手と競うように発表しあうペアの姿や、ノートや教科書や黒板の板書を確認しながら学んだことを発表しあう姿が見られた。振り返りにおいて、教師側からこれが大事と伝えてしまうことが簡単だが、ペアで発表することで自分のことばで学んだことを整理できるのは大変有効的であると感じた。書くのと違いわずかな時間でも行えること、書くのと違い口にして伝えるため違ったことを言った場合には相手が訂正してあげることがあったり、相手が自分と違うことをいうことで、2つの内容が確認できたことであった。ここでの正解は特になく、気づいた事学んだ事何でもよいとしたことがよかった。今後はそのペアで振り

返る場面がより充実するよう、押さえない本時のねらいやキーワードや重要項目を整理して確認するなどして、よりねらいに沿った振り返りをさせられるとよい。また、言語活動が単なる活動で終わってしまわないように、学習内容の定着が図れるような手立ても探っていく必要がある。

ペアでの言語活動にポイントを絞って振り返ると、全体の前ではなかなか発表できない生徒でも、ペアでなら口にして考えや答えを発表しあう場面が多く単純や活動以外は学力差により、3つのパターンに分かれてしまうこともあった。1つめはお互いに言語活動できるペア。学力差があるなしに関係なく相互的な活動ができていた。2つめは一人のみが発言しているペア。学力差がある場合は、学力の高い生徒がよく発言し、学力の低い生徒はただ聞いているだけといった場面も見られた。教え合いという意味では、分かる生徒が一生懸命説明し、相手が理解できるように働きかけているペアもいれば、ただ一方的にとりあえず伝えただけの生徒も見られた。学力がある生徒の中には、自分だけ分かっている、分かればよいという気持ちを持っている生徒も見られた。3つめはともに発言できないペア。両者の学力がともに低く、活動に必要な数学的な基礎知識が定着していないがため表現できない姿もあった。まずは基礎知識の向上を目指して、手立てを考えていきたいと感じた。そして、さまざまな言語活動を充実したものにするためには、時には座席の工夫も必要であろう。または席を離れて色々な人と考えを発表しあう学習も試してみたい。また、ペアで発表できての積極的にみんなの前で発表できる生徒は多くないので、多くの生徒が自ら発表できるような授業構成を考えていくことが大切である。

次に、言語活動においては評価を行うのは非常に難しいと感じた。全員で読み合う時は参加しているかいないかを把握することはできるが、それ以外の活動については、全員の前で発表したりしない限り、誰がどんな表現をどこまでしたかなどと全員を把握することはできない。活動に参加した、しないの意欲・感心面を観察により評価するのではなく、その活動内容、表現内容はどうなのかなどを把握できるように、例えば文章で授業の振りかえりなどして記録として残し、評価できるようにつなげられるとよい。

また、今回言語活動に力を入れた場合では、書くことに力を入れて学習することが弱かった。分かったこと、気づいたことを口にして表現することはもちろん大切だが、しっかりとした文章表現できる生徒の育成も課題である。

いずれにせよ、確かな学力、思考力、表現力を身につけさせるために、充実した授業や魅力のある授業づくりを目指し、さらなる研究を行っていきたい。

未来に生きる思考力・表現力を育む算数・数学教育

～数学的活動を生かした図形の指導～

館林市立第三中学校 齋藤 潤

I 主題設定の理由

学習指導要領では、「事象を数理的に考察し表現する能力を高めること」「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感できるようにすること」「活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てること」が中学校数学科の目標として示されている。このことから、数学的な思考力や表現力の育成が重要であると考えられる。

本研究で扱う、第1学年の図形領域では、「観察、操作や実験などの活動を通して、見通しをもって作図したり図形の関係について調べたりして平面図形についての理解を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を培う」ことを目標としている。目標達成のために、生徒が主体的に探究したり、生徒同士で考えを練ったりする時間の確保が必要であると考えられる。「なぜそのような作図することができるのだろうか」「作図を行うためにはどの性質を利用したらよいのだろうか」などの課題を解決する学習に取り組めるよう、数学的活動を授業の中に位置付けていく。また、図形について考察する中で、数学的な表現力を育むことも必要であると考えられる。

以上のことから、研究主題である「未来に生きる思考力・表現力を育む算数・数学教育」のもと「数学的活動を生かした図形の指導」をサブテーマに設定した。

II 研究目標

第1学年の「平面図形」の単元において、数学的活動を位置付けた授業づくりを行うことは、論理的に考察し表現できる生徒を育成するために有効であることを明らかにする。



Ⅲ 研究内容

(1) 数学的活動の充実

第1学年における数学的活動として、中学校学習指導要領解説数学編では、次の3つの活動が示されている。

- ア 既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見いだす活動
- イ 日常生活で数学を利用する活動
- ウ 数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動

本研究で扱う「平面図形」では、操作活動を通して図形の性質を見いだしたり、作図の方法を見つけて作図の手順を説明したりすることが学習の中心となるので、アとウの活動について考える。

「ア 既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見いだす活動」では、図形の性質を見いだすために、操作活動を取り入れて図形に対する興味や関心をもたせ、直観的な見方や考え方を大切にしながら図形を考察させる。また、基本的な作図は、図形の学習における技能として重要であり、図形についての論理的な考察を促し、理解を深める大切な活動である。そのために、作図の手順や根拠を説明できるようにさせたい。基本的な作図では、「定規＝直線をひく道具」「コンパス＝円をかいたり、等しい長さをうつしとったりする道具」として利用させ、垂線や線分の垂直二等分線、角の二等分線の作図の方法を考え、作図の方法が適切かどうかを考えさせる。

「ウ 数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動」では、生徒が考えたことや工夫したことなどを数学的な表現を使って説明し伝え合う活動を通して、数学的に表現することのよさを実感できるようにすることが大切であると考えられる。そこで、数学的な表現を使って説明し伝え合う活動を行うために、グループ学習を取り入れ、自分の考えを発表したり他者の意見を聞いたりする場面を設定する。

(2) 数学的活動を位置付けた単元指導計画の作成

1単位時間ごとの学習内容や目標、主な数学的活動と留意点をまとめた単元指導計画を作成し、計画的に数学的活動を取り入れて授業を行う。それによって、生徒が主体的に考える活動ができるようにすることで、単元を通して数学的な表現力を伸ばしていく。

(3) 学習形態の工夫

説明し伝え合う活動を行う際に、3人1組のグループをつくり、自分なりに考えたことを説明することができるようにする。また、相手の意見を取り入れて新たな考えをもつことができるようにする。

	学習内容	めあて	数学的活動
1節 平面図形とその調べ方	・直線、半直線、線分の意味	直線や半直線, 線分について理解することができる。	・直線の決定条件について考察する ・直線、半直線、線分が交わるかどうかについて考えを発表する
	・2点間の距離 ・円の弧、弦の意味	点と点の距離について理解し、円について理解を深めることができる。	・1点から等しい距離にある図形について考察する
	・2直線の位置関係 ・2直線がつくる角	2直線がつくる角について調べることができる。	
	・点と直線との距離 ・円と直線の位置関係	点と直線、平行な2直線、円の接線について理解することができる。	・円と直線との位置関係を、共通な点数によって分類する
2節 図形の移動	・移動の意味 ・平行移動、回転移動、対称移動の意味	図形の移動について考察し、理解することができる。	・実際に図形を操作し移動について考察する
	・平行移動、回転移動、対称移動させた図形ともとの図形との関係	移動させた図形ともとの図形の間にある性質を理解することができる。	・移動させた図形ともとの図形の間になり立つ性質を考察し、性質をまとめる
	・図形を移動させる	移動させた図形をかくことができる。	
3節 図形と作図	・点の集まりの意味	2つの条件を満たす点の集まりについて調べ、理解することができる。	・2つの条件を満たす点の位置について考察し、意見を伝え合う
	・2点から等しい距離にある点の集まり ・線分の垂直二等分線の作図	線分の垂直二等分線について調べ、性質を理解することができる。	・紙を折る操作を通して、線分の垂直二等分線の性質を考察する ・2点から等しい距離にある点がどんな線上にあるのか考察する
	・2直線から等しい距離にある点の集まり ・角の二等分線の作図	角の二等分線について調べ、性質を理解することができる。	・紙を折る操作を通して、角の二等分線の性質について考察する ・2直線から等しい距離にある点がどんな線上にあるのか考察する
	・垂線の作図 ・円の接線の作図	垂線や円の接線の作図の仕方を考え、作図することができる。	・円の接線の作図の手順について考えを記述し、意見を伝え合う
4節 移動と	・図形を動かした跡にできる線	図形を動かした跡にできる線について調べ、作図することができる。	・図形を回転させた跡にできる軌跡について予想する ・回転移動の特徴を振り返りながら軌跡を作図する

・最短の道のり	図形の移動を活用して身のまわりの最短の道のりを考えることができる。	・折れ線の最短距離について、図形の移動の考えを利用して説明する
---------	-----------------------------------	---------------------------------

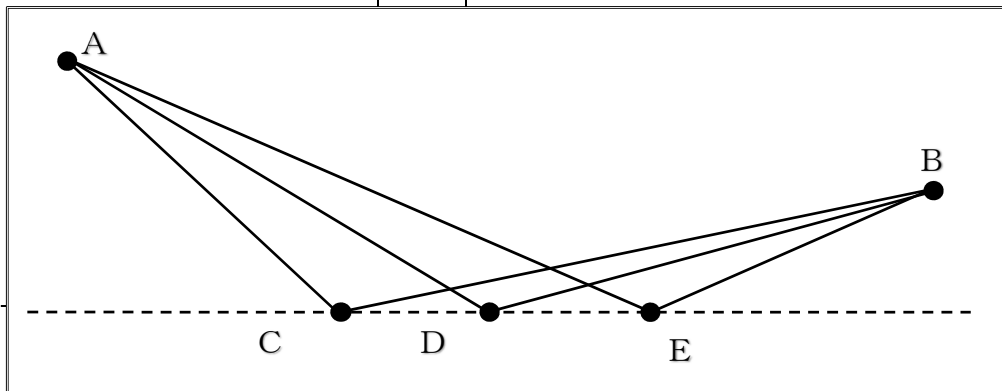
IV 実践例

(1) ねらい 図形の移動を利用して最短の道のりを考えることができる。

(2) 準備 ワークシート、掲示用プリント

(3) 展開

学習活動 予想される児童生徒の反応	時間	指導上の留意点及び支援・評価 ◎努力を要する生徒への支援 ○力を高めたい生徒への支援
めあて：「図形の移動」を利用して問題を解決しよう！		
○本時のめあてを確認する。	10	<ul style="list-style-type: none"> ・めあてを明確に示すことで、本時の活動に見通しをもつことができるようにする。 ・既習事項である移動について確認し、黒板に掲示することで、思考する場面で利用できるようにする。
○既習事項を確認する。 (平行移動、対称移動、回転移動)		
○最短距離を選択する。	35	<ul style="list-style-type: none"> ◎難易度の低い問いを提示し、課題に対し意欲をもって取り組めるようにするとともに、2点は直線で結ばれるときに最短であることを意識できるようにする。 ・どの経路が最短距離であるのかを選択式にすることで、一人一人が考えをもつことができるようにする。 ○どのように考えたのかを意識して理由を説明させることで、常に根拠をもって説明できるようにする。
① A→B <ul style="list-style-type: none"> ・直線(線分)が最短距離だ ・曲線は遠回りをしている ② A→中継点→B <ul style="list-style-type: none"> ・等しい距離にある点を通るだろう ・定規で測ってみよう 		



○図形の移動を使って距離を比べる。

- ・対称移動で等しい距離を移動させればいいのか
- ・直線で表せるものが最短だ

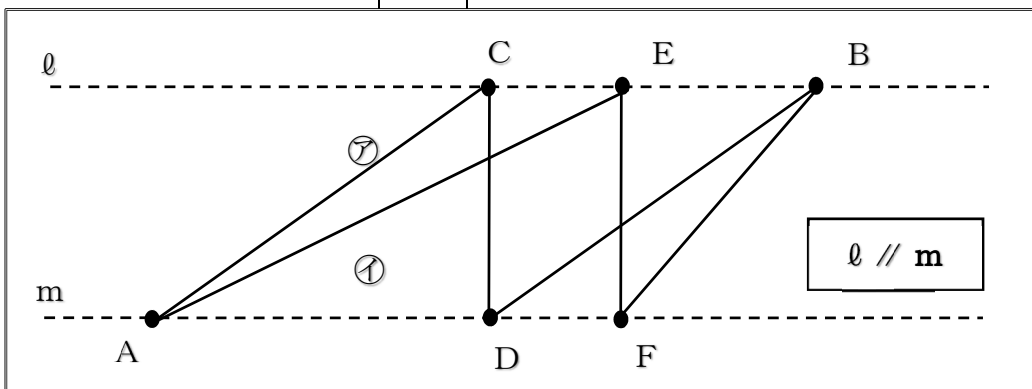
○適用問題に取り組む。

- ・移動を利用して直線を作ろう
- ・対称移動では解けなそうだから別の移動を試してみよう

・それぞれの経路について、対称移動を行い図に示すことで、視覚的に最短距離を比べることができるようにする。また、直線に表すことができるものが最短距離であることに気づくことができるようにする。

◎対称移動以外の移動について考えさせ、図に示すことで、適切な移動を選び、直線を作ることができるようにする。

○なぜ最短距離になるのかを記述させる際に、机間支援を行い、どのように比べたのかを式を利用して説明できるようにする。



○本時の振り返りを行う。

〈表れてほしい生徒の意識〉

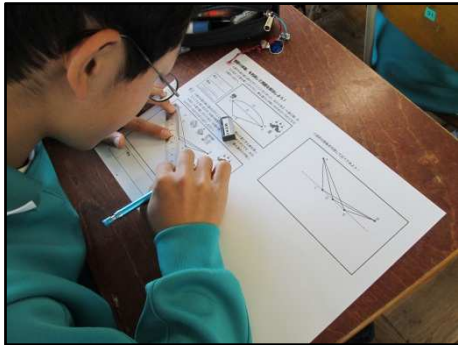
- ・図形の移動を利用して直線をひくことができると、最短の道のりがわかるんだなあ

5

・振り返りを行う際、わかったこと・気づいたこと・疑問点などに気を付けながら記述できるよう助言し、理解を深められるようにする。

評価項目及び方法【思考力・表現力】

◇図形の移動を活用して、最短の道のりを考えることができている。(発言、ワークシート)



V 成果と課題

(1) 成果

数学的活動の充実を図るために、数学的活動を位置付けた単元計画を作成したことで、生徒たちが目的意識をもって学習に取り組むことができた。操作活動をする場面では、興味をもって学習に取り組み、図形の性質を調べたり、作図の方法を考えたりすることができた。作図をする場面では、実際に紙を使って調べたことをもとに線分の垂直二等分線や、角の二等分線の作図の方法や手順を考察することができた。これまでも継続して行ってきた振り返りでは、図形の性質や作図の方法について、図を使って説明を記述したり、ポイントとなる数学的な表現を使って記述したりすることができた。このことから、数学的活動を充実させたことは、数学的な表現力を向上させるために有効であったと考える。

学習形態については、自分の意見をしっかりともてるように個別に考える時間とったり、自分の考えに自信をもたせるためにペア学習を行ったり、考えを伝え合って深めさせるためにグループ学習を行った。グループやペアの相手を決めておくことで、以前よりスムーズに話し合いが行えるようになった。また、考えがもてない生徒に一生懸命に説明しようとする生徒が増えた。

(2) 課題

・数学的活動を位置付けた単元計画について

単元を通して伝え合う活動や操作活動を取り入れ、それらをまとめた計画を立てたことで、指導する際に、数学的活動を意識させて授業を行うことができたが、作業や話し合いの時間が予想以上にかかってしまった。数学的活動を行う際の留意点を細かく計画に記載して、時間の問題の改善や活動の質を向上させることが必要であった。

- ・学習形態の工夫について

自分の意見をもつことができない生徒への指導の際に、一人あたりにかける時間が多くなってしまったことで、その後のペア学習や、グループ学習に意見をもたないまま参加する生徒ができてしまった。ヒントカードや、机間支援の際の言葉がけなどを工夫し、より多くの生徒に対して支援を行えるように改善していく。

未来に生きる思考力・表現力を育む算数・数学教育

～繰り返し学習による基礎学力の定着～

邑楽町立邑楽南中学校 八塚 絢子

I 主題設定の理由

学習指導要領では、数学科の目標として「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる」ことが挙げられています。数学科の学習では、身につけた数量や図形に関する知識、数学的な表現や処理、数学的な見方や考え方の基礎・基本を活用して、課題を解決していくために思考力・判断力・表現力などの実践的な資質・能力を培い、養っていくことが必要です。また身につけた知識や技能を活用することのよさを感じ得ることで学ぶことの楽しさや充実感を味わうことができるようにしたいと考えています。その第1段階として、基礎学力を身につけることはとても重要です。

本校では、昨年度から校内研修のメインテーマとして「学力向上」（3年計画）を掲げています。昨年度の研修から「しっかりとした学習習慣が身につけていない」「基礎学力の定着が図れていない」「基礎的基本的な知識の定着を踏まえた上で、活用できる生徒を育成できていない」ことが課題となりました。

これらの課題を踏まえ、本年度は「基礎的基本的な知識・技能を活用できる生徒の育成」を主題に研修を行っており、その主題達成のために、基本的な知識・技能を明確に示し確実に定着させることが必要と考え、「学習のめあてをつかみ、振り返りのできる授業の工夫を通して」という副主題を設定しています。

特に中学2年生は、新年度におこなわれたNRTテストで、「数と式」「図形」「関数」「資料の活用」の各領域正答率が94、95、87、72で、偏差値平均も47.4でした。また無答率がどの問題に対して非常に多い状況です。

このことから、数学の問題に対する学習意欲の低下や基礎的基本的な知識の定着が図れていないことが明確です。

中学2年生で学ぶ単元は、内容が難しく、基本的な知識の定着を図ることが今まで以上に困難であると考えています。だからこそ、1学期は「繰り返し学習の機会を今まで以上に増やす」「できたという実感と達成感を与え、学ぶことの楽しさや充実感を味わわせる」ことに重点をおき、2学期以降は、1学期を踏まえた上で「学習習慣を身につけさせる」、というように段階を踏んで、繰り返し演習不足の改善をはかる授業構成をし、学力向上をはかれる取り組みをしていきたいと考え、このテーマを設定しました。

Ⅱ 研究目標

繰り返し演習をさせる機会を増やすことによって、できた達成感から生徒の学ぶ意欲や考える力を高め、基礎学力の定着をはかることができるかを明らかにします。

Ⅲ 研究内容

< 1 学期 >

① 確認テストの実施と工夫

毎時間、前回の学習内容の確認テストを実施します。解き方を解説しながら答え合わせを行うことで、前回の復習ができるようにします。生徒の習熟度によって解く時間に差が生じるため、プラス α の問題も用意し、各生徒が必要な内容を確認できるものにしていきます。生徒の間違が多かった問題については、次回のテストにもう一度出題するなど工夫をし、生徒に達成感を与えます。

また、できなかった生徒やミスをしてしまった生徒がもう一度復習できるように、確認テストを両面にし、再度確認させる機会を増やします。

② 導入の工夫

ねらいを明確にするために、確認テストの解説後、本時のめあてを板書します。授業の最初に行う確認テストによって、本時のめあてとの関連と学習の見通しをもたせ、生徒の関心意欲を高めるとともに、基礎的・基本的な知識・技能が定着できるようにしていきます。

③ 家庭学習の工夫

毎回の授業の最後に、テスト前の課題となるワークについて、今の段階でできるページを明確にし、具体的に家庭学習として取り組めることを伝え学習させていきます。

復習が必要だと感じる内容については、家庭学習として、各自プリントに取り組めるようにしていきます。また、状況に応じて、こちらから課題を出していきます。課題プリントについては提出をさせ、状況をみながら正解が増えていくよう繰り返し取り組ませ、繰り返すことでできるようになるということを実感させながら、家庭学習の重要性と学習に対する意欲をもたせていきます。

< 2 学期以降 >

1 学期の①～③は継続。

④ 学習習慣の工夫

1 週間で最低ノート 1 ページは自主勉強をするという条件を設け、自主勉ノートを提出させます。内容は課題プリント、教科書やワークの問題、確認テストのやり直しなどをやるように伝えます。月末に自主勉の記録表を配り、がんばってできたという達成感を与え、家庭学習の習慣を少しずつ身につけられるようにします。

IV 実践例

<授業実践>

- 1 単元 連立方程式
- 2 本時の目標 係数に小数や分数が含まれる連立方程式を解くことができる。
- 3 本時の展開

学習活動	時間	指導上の留意点
<ul style="list-style-type: none"> ○確認テストを実施する。(No.3) ○確認テストの解説をする。 	10分	○代入法と加減法の解き方を振り返り、本時につなげていく。
<ul style="list-style-type: none"> ○本時のめあてを把握する。 <p style="text-align: center;"><学習のめあて></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin: 10px auto; width: fit-content;"> 小数・分数をふくむ連立方程式の解き方を理解しよう！！ </div> <ul style="list-style-type: none"> ○問題を提示する。 1、次の連立方程式の解き方を考えよう。 $\begin{cases} 2x - 4y = -11 \cdots \textcircled{1} \\ 0.6x + 0.5y = 1.8 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ <ul style="list-style-type: none"> ○全員で解き方を考える。 ○全員で解き方を確認する。 	5分	<ul style="list-style-type: none"> ○今までとの違いは係数が小数であること。係数が整数になれば既習内容で解くことができることを伝え、係数を整数にすることにはどうしたらよいか問いかける。 ○②×10で係数を整数にする。①×3でxの係数をそろえxを消去する。yの値を①に代入する。という手順を生徒に発言させ、全員で確認しながら解かせる。 ○もう一度解き方を確認する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin-top: 10px;"> 既習内容をもとに、小数を含む連立方程式の解き方を説明することができる。 【数学的な見方・考え方】 </div>
○Q2（2問）を解かせる。	10分	<ul style="list-style-type: none"> ○演習中は、T2と机間支援をし、遅れがちな生徒のフォローをする。 ○解き終わった生徒には、ワークの問題を解くよう指示をだしておく。 ○解き方に慣れてきたら、「短い時間で正確に解く」という次の目標を意識させ演習に取り組みさせる。

<p>○答え合わせする。</p>		<p>○生徒に解き方を発言させながら確認する。</p>
<p>小数を含む連立方程式を解くことができる。【表現・処理】</p>		
<p>○問題を提示する。 2、次の連立方程式の解き方を考えよう。</p> $\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{2y}{5} = 3 \cdots \textcircled{1} \\ x - 2y = -24 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ <p>○全員で解き方を考える。 ○全員で解き方を確認する。</p>	<p>7分</p>	<p>○係数を整数にするために分母の最小公倍数をかければよいことを確認する。</p> <p>○①×20で係数を整数にする。②×4でyの係数をそろえyを消去する。xの値を②に代入する。という手順を生徒に発言させ、全員で確認しながら解かせる。</p> <p>○もう一度解き方を確認する。</p>
<p>既習内容をもとに、分数を含む連立方程式の解き方を説明することができる。 【数学的な見方・考え方】</p>		
<p>○Q2（2問）を解かせる。</p> <p>○答え合わせする。</p>	<p>15分</p>	<p>○演習中は、T2と机間支援をし、遅れがちな生徒のフォローをする。</p> <p>○解き終わった生徒には、ワークの問題を解くよう指示をだしておく。</p> <p>○解き方に慣れてきたら、「短い時間で正確に解く」をいう次の目標を意識させ、演習に取り組みさせる。</p> <p>○生徒に解き方を発言させながら確認する。</p>
<p>分数を含む連立方程式を解くことができる。【表現・処理】</p>		
<p>○本時の振り返りをする。</p>	<p>2分</p>	<p>○小数と分数を含む連立方程式は、係数を整数にして解くことを確認する。</p>
<p>○次回の授業内容について提示。</p>	<p>1分</p>	<p>○教科書の次のページを開かせ、次回の授業内容をイメージさせる。</p>

V 成果と課題

① 確認テストの実施と工夫

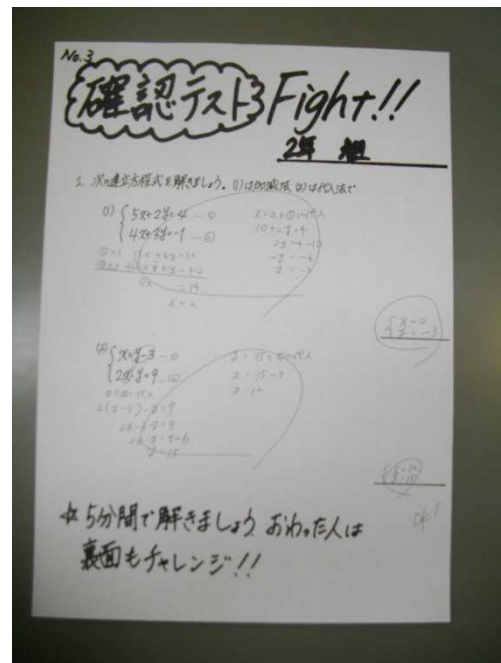
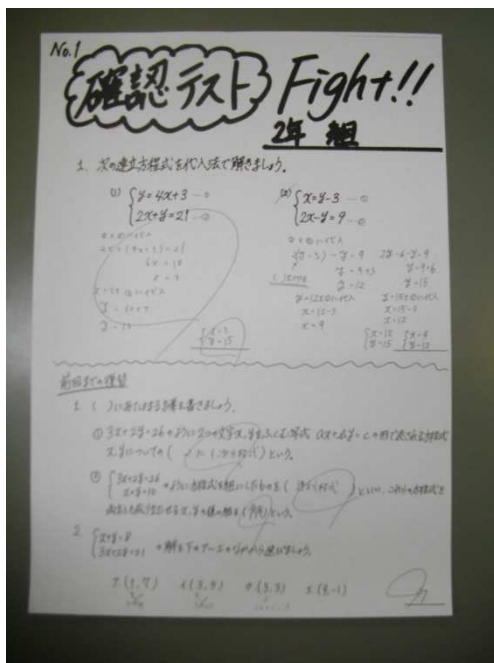
<成果>

確認テストを行うことで、「学習内容が身についているか自分自身で確認する」「再度解き方を確認する」場が作れ、数学が苦手な生徒も復習する機会が増えたことによって、少しずつ基本的な内容の定着が図られてきました。

また、生徒の間違いが多かった問題は、3回ほど繰り返し出題したところ、ほぼ全員が3回目には正解にたどりつき、できなかった問題が解けるようになったという自信につなげることができました。

<課題>

学習内容や進度の関係で、実施できない時期ができてしまいました。口頭での確認など、実施する形態にも工夫が必要です。



※No.1 で1(2)はできなかったが、No.3 の1(2)では正解している。

② 導入の工夫

<成果>

授業の最初に、確認テストを行うことで、下位層の生徒たちも、本時のめあてに対して既習事項を活用しながら自らの発想で課題を解決することができました。

また難しい内容でも取り組みやすい状況を作ることができました。

<課題>

確認テストと本時の学習内容の関連性をもたせることができない単元もあり、その場合の導入の工夫が必要です。

③ 家庭学習の工夫

<成果>

毎回の授業の最後に、テスト前の課題となるワークについて、今の段階でできるページを伝えることによって、テストを意識し、テストに向けて早めに取り組む生徒が増えました。

そして、余裕をもって課題となる部分を発見し、質問したり練習プリントで繰り返しの学習をすることで家庭学習をする日数と時間が自然と増えるようになりました。

<課題>

2学期以降は、勉強に対するマンネリ化とともに学習内容が難しくなったこと、行事・イベントがつづいたこともあり、下位層の生徒は、家庭学習に対する意欲と意識が薄れ、1学期に比べると自ら家庭学習を率先して行うことができなくなっていました。1、2週間という短い期間で、家庭学習として何か課題を出し取り組ませていくような、1学期と違う状況を作っていかなければいけないと感じました。

④ 学習習慣の工夫

<成果>

自主勉ノートの提出があることで、テスト前しかなかなか勉強しなかった生徒も、自分自身で学習すべきことを考え、取り組むことができました。提出させることによって、学習した内容や家庭学習の仕方を1人1人確認することができ、家庭学習に対してのアドバイスもすることができました。

また、10月、12月、2月、3月の月末に、自主勉の記録表を配ることによって、各生徒の努力が目に見えるような形になり、生徒たちが互いに刺激し合いながら、自主勉強への意欲を高めることができました。そのため、学習する量が2学期のスタート時から全体的に少しずつ増え、自然と家庭学習ができる生徒が増加しました。

<課題>

自主勉強をやることに満足してしまい、自分自身にとって復習すべき学習内容が何かを考えずに取り組んでしまっている生徒がいます。自主勉強の内容もしっかり考えさせる指導が必要です。

9、10月自主勉記録表

科目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
国語																																
算数																																
理科																																
社会																																
英語																																
音楽																																
美術																																
体育																																
家庭科																																
その他																																

11、12月自主勉記録表

科目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
国語																																
算数																																
理科																																
社会																																
英語																																
音楽																																
美術																																
体育																																
家庭科																																
その他																																

テストでの成果

① 定期テスト

1 学期期末・・・平均点 68.2 点となり、計算力の向上がみられました。また、下位層の多くの生徒が、連立方程式の応用である食塩水の問題ができており、応用問題に対して、取り組んでみようという意識が感じられました。

2 学期中間・・・1 次関数では、思考力が試される問題でかなり差がついてしまい、平均点 48.3 点とかなり低い結果となりました。

しかし、その中で、基礎問題となる式やグラフを求める問題を 8 割以上正解している生徒が 79.6%おり、基礎学力は身につけてきました。

2 学期期末・・・平行と合同では平均点 71.1 点で、その中でも角度を求める問題では、8 割以上正解した生徒が 74.7%いました。

また、完全証明では、正解した生徒が 61%、部分点をもらった生徒が 22%おり、下位層の生徒も書こうという努力がみられました。

② 基礎基本テスト

夏休み明けに、町の小中学校で実施された「第 1 回基礎基本確認テスト」では、昨年の 90 点以上 30.8%、40 点以下 18.5%に対し、今年は 90 点以上 48.1%、40 点以下 13.9%となり、計算力の向上がみられました。

冬休み明けに実施された「第 2 回基礎基本確認テスト」では、昨年の 90 点以上 40.0%、40 点以下 24.0%に対し、今年は 90 点以上 44.9%、40 点以下 10.3%となり、計算だけでなく、角度や関数の基礎問題に対する向上がみられました。

VI 研究のまとめ

確認テストや家庭学習で、繰り返し学習する機会を増やしたことによって、昨年と比べて全体的に基礎学力の定着をはかることができました。

しかし、全体の約 10%の生徒は、それでも基礎学力の定着を図ることが困難であり、学習意欲をもって課題に取り組ませることができませんでした。今後は個別での対処法を考えていく必要があります。

また、今回の研究は、「思考力・判断力・表現力などの実践的な資質・能力を身につける」ことへの第 1 段階であり、身についた知識をどう活用していくかが今後の課題となります。「基本的な知識を活用し、思考力・判断力・表現力を育む」授業づくりを目指し、今後も指導内容の改善を図っていきます。

未来に生きる思考力・表現力を育む算数・数学教育

～洞察を重視した読式の工夫を手だてとした文字式による論証能力の挽回～

太田市立藪塚本町中学校 樋口 孝行

I 主題設定の理由

数学における問題解決において、「記号化」により、問題を日常から数学のステージにのせることがその本質である。中でも、「記号化」する力が解決の出来を大きく左右するであろう文字式による論証に焦点を当て、文字式による論証能力を伸長するためのアプローチを構築し、実践を通して、その有効性を明らかにしたいと考えた。さらに、文字式による論証能力をとらえる場合、生徒が、「論証の意義」である一般性を理解して「証明」できることが大切である。本研究において、生徒に身に付けさせることを目指す文字式による論証能力とは、単に「証明」ができる能力ではなく、この「論証の意義」を理解して「証明」できる能力である。

4次報告(樋口,2015a)では、樋口(2011,2012,2013,2014)の継続研究(1～3次報告)で明らかした「文字式による論証能力」を伸長するための効果的なアプローチである「洞察を重視した読式の工夫による論証指導」を各学年の論証指導に具体的に位置付けた。

5次報告に当たる本研究は、中学3年から担当した生徒たちの文字式による論証能力の低い実態(「論証の意義」を理解して「証明」できた生徒は0%、「証明」できた生徒0%、「記号化」できた生徒1%、「文字の理解」:変数の理解69%、「文字式の理解」:一般的な表現の理解16%)を受けて、これまでに明らかにした文字式による論証能力を伸長するための効果的なアプローチである洞察を重視した読式の工夫を効果的に組み合わせた論証指導を行うことによって、中学3年において、3年間分の論証能力の挽回を目指すものである。

II 研究目標

生徒が文字式による論証能力を伸長できるような効果的なアプローチを探り、実践・検証を通してその有効性を明らかにする。5次報告に当たる本研究は、これまでに明らかにした洞察を重視した読式の工夫に当たるアプローチを効果的に組み合わせた論証指導によって、中学3年において文字式による論証能力の挽回を図る。

III 研究内容の概要

1. 身に付けさせたい文字式による論証能力

(1) 身に付けさせたい文字式による論証能力

基本的な整数概念を「論証の意義」を理解して「証明」できる力。

(2) 文字の理解と文字式の理解の水準

「文字の理解の水準」

- [水準0] 文字を数の代わりととらえていない
- [水準I] 文字を1つの数の代わりととらえられる
- [水準II] 文字をいろいろな数の代わりともとらえられる・・・★☆

「文字式の理解の水準」

- [水準I] 文字式を操作(求める式)ととらえている
- [水準II] 文字式を操作(求める式)とともに結果としてとらえている・・・★
- [水準III] 文字式を一般的な表現ととらえている・・・☆

栗原(2003)は、「文字の理解」と「文字式の理解」の発達水準を設定し、実際の調査からその妥当性を得ている。さらに、★を付けた水準まで、文字式による論証を学習する前に高めておく必要があることを検証から導いている。☆は、筆者が、論証の学習における「論証の意義」の理解でねらう発達水準である。

(3) 文字式による論証能力とその段階

＜筆者が生徒に身に付けさせたい文字式による論証能力＞

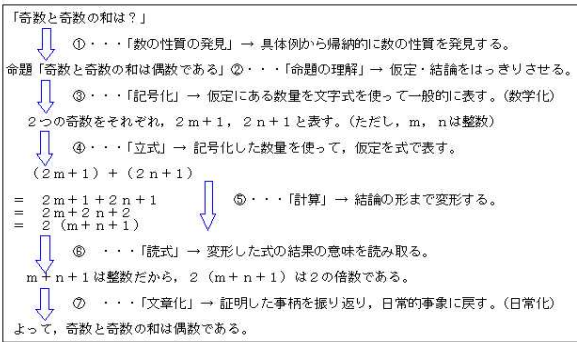
○ 「論証の意義」を理解して、整数概念の基本的な「証明」ができる力。
 ・【水準Ⅲ】（〔水準Ⅱ〕）を達成して、整数概念の基本的な証明ができる。

＜文字式による論証能力の段階＞

『段階Ⅰ』：整数概念の基本的な証明ができない。
 『段階Ⅱ』：整数概念の基本的な証明ができる。【水準Ⅱ】（〔水準Ⅱ〕）
 『段階Ⅲ』：論証の意義を理解して整数概念の基本的な証明ができる。
【水準Ⅲ】（〔水準Ⅱ〕）

筆者が本研究で身に付けさせたい文字式の論証能力を『段階Ⅲ』に位置付ける。

2. 文字式による論証過程



国宗他(1997)で示されている整数概念の文字式による論証過程(「表現」→「計算」→「読式」)を、筆者は図1に示すように細分してとらえている。また、整数概念の文字式による「証明」における「記号化」「立式」「計算」「読式」「文章化」については、図1の論証過程の中に示すように定義している。そして、樋口(2012)と同様に、この論証過程を適用した「文字式による論証展開シート」を用いた学習指導を行う。

図1 文字式による論証過程

3. 洞察を重視した読式の工夫による論証指導

(1) 「積極的に洞察する読み」による双方向の思考

「文字式の意味」の水準を向上させるためには、「具体的な場面での文字式の表す意味の理解」が重要であり、「計算および計算結果の文字式」と「具体的な場面での文字式の表す意味」との間を行き来する双方向の思考により理解が進んでいくと考える。よって、この思考を行わなければならない場面を授業中に意図的に設定する必要がある。この「文字式」と「具体的な場面での

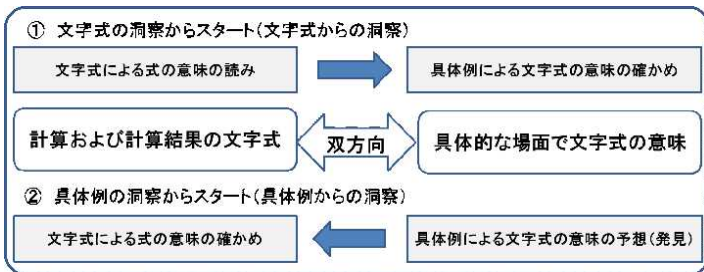


文字式の意味」との間を行き来する双方向の思考について、その本質は「積極的に洞察する読み」であると考えられる。まとめると図2のような図式で表すことができる。

図2 「積極的に洞察する読み」による双方向の思考の図式

(2) 具体例による洞察を重視した読式の工夫(中学1年)

樋口(2012)では、「計算および計算結果の文字式」と「具体的な場面での文字式の意味」の双方向の思考の様相を明らかにした。文字式の意味を読む際に、図3に示したように、①「文字式



からの洞察」と②「具体例からの洞察」の二つの思考の様相を呈する。筆者が着目したのは、①の「具体例による文字式の意味の確かめ」と②の「具体例による文字式の意味の予想」である。どちらも、具体例による「積極的に洞察する読み」に当たる。

図3 具体例による洞察を重視した読式の様相

中学1年で初めて文字式による数量の一般的な表現を学習する生徒にとって、この具体例による洞察が重要である。この「具体例による文字式の意味の予想」と「具体例による文字式の意味の確かめ」を重視した式の意味を読むことを重視した学習指導を「具体例による洞察を重視した読式の工夫」と定義し、これを中学1年の文字式の学習において、整数概念の「記号化」や「文字の理解」、「文字式の意味」を伸長するためのアプローチに位置付ける。「式の表す意味(整数概念)」→「式による数量の表し方(整数概念)」と整数概念を表す文字式について「読式」→「記号化」の順に学習を行う。中学1年で、具体例による洞察を重視した読式の工夫を具

体化した授業実践により、中学2年から行う論証の学習素地を整えることができた(樋口,2013)。「証明」に必要な整数概念の「記号化」ができ、さらに、それを支える「文字の理解」を【水準Ⅱ】に、「文字式の理解」を【水準Ⅱ】以上(【水準Ⅱ】【水準Ⅲ】)に高めることができた。具体的な実践と成果については、発表補助資料(樋口,2015b)参照。

また、研究実践(樋口,2013)の結果、「具体例からの洞察」と「文字式からの洞察」について、学習初期においては「具体例からの洞察」を重視し、学習が進むにつれ、「文字式からの洞察」を重視すべきであるとの結論を得た。これにより、整数概念の記号化においても、「文字式からの洞察」を行うことができるようになる。

(3) 計算結果の洞察を重視した読式の工夫(中学2年・3年)

中学2年・3年で学習する文字式による整数概念の証明において、計算結果である文字式を積極的に洞察して、文字式の意味を読むことを重視した学習活動を具体化して、意図的に取り入れることにより、「計算および計算結果の文字式」と「具体的な場面での文字式の表す意味」との間を行き来する双方向の思考を実現する。この計算結果である文字式を積極的に洞察して、文字式の意味を読むことを重視した学習活動を「計算結果の洞察を重視した読式の工夫」と定義し、これを、中学2年・3年の文字式による整数概念の証明の学習において、「証明」と「文字式の理解」を伸長するためのアプローチに位置付ける。中学2年で、計算結果の洞察の洞察を重視した読式の工夫を具体化した授業実践により、「論証の意義」を理解して「証明」できる生徒を育成できた(樋口,2014)。具体的には、整数概念の「証明」ができ、さらに、「論証の意義」の理解に当たる「文字式の理解」を【水準Ⅲ】に高めることができた。具体的な実践と成果については、発表補助資料(樋口,2015b)参照。

① 問題解決スキーマの適用による「証明の考えの進め方」の理解

図形の論証の「証明のしくみ」を問題解決スキーマに当てはめた(樋口,2004)のと同様に、整数概念の文字式による論証過程を問題解決スキーマに当てはめて考えさせる。命題の理解(「仮定」と「結論」を確認)させて、「証明」の「スタート」と「ゴール」を明確にして、「計算」によって、「仮定」から「結論」を導くことを押さえる。そして、「結論」がいえるためには、「どういう形まで式変形する必要があるか」を明確にさせて証明に取り組ませる。

② 「計算の意味」の理解(計算結果の洞察を重視した読式の工夫1)

文字式による論証の論証過程では、整数概念の文字式による「証明」ができるようになるためには、「計算」において、「結論」を意味する形まで目的をもった式変形をすることができなければならない。そのために、「計算」において、計算結果の文字式が「結論」の意味を表しているといっただけではどうか、「計算結果の洞察を重視した読式」により、「計算および計算結果の文字式」と「具体的な場面での文字式の表す意味」との間を行き来する双方向の思考を実現し、「一般性の観点」から検討(討論)を行い、「結論」の意味を表す式まで変形する必要性(「計算の意味」)を理解させる。

群馬県内の中学校数学教師319人(信頼度95%で標本抽出)に行った調査(樋口他,2012)では、「証明の計算が不完全なものを取り上げ、変形した式の結果が結論の意味を表すのに十分かどうか、もし不十分ならどうしたらよいかを生徒に考えさせる学習指導を行っている」という質問に4件法(1当てはまる、2やや当てはまる、3あまり当てはまらない、4当てはまらない)で、「1当てはまる」と回答した教師は22%であった。

③ 発展的読式(計算結果の洞察を重視した読式の工夫2)

樋口(2012)の中学3年の学習と同様に、中学2年の学習においても、証明した後に、「計算」した結果の文字式に戻り、計算結果を洞察することにより、必要に応じて式を変形をして、別の意味を読み取る発展的読式を取り入れた学習活動を整数概念の文字式による「証明」の論証過程に組み込む。中学2年の内容では、結論を別の意味で読むことができる命題は数少ないが、この学習活動を意図的に取り入れることにより、「文字式の理解」を伸長できる(【水準Ⅱ】→【水準Ⅲ】)。

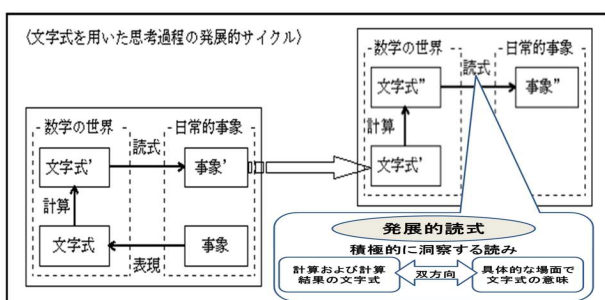
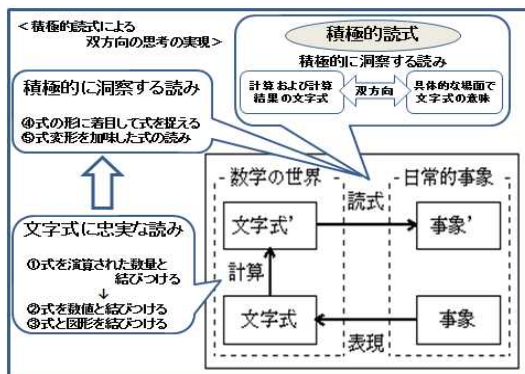


図4 文字式を用いた思考過程の発展的サイクル

樋口他(2012)では、「命題を証明した後に、計算結果に戻り、必要に応じて式を変形して、別の意味を読み取ることができるかを生徒に考えさせる学習活動を行っていますか」という質問に4件法で「1当てはまる」と回答した教師は24%であった。

④ 積極的読式（計算結果の洞察を重視した読式の工夫3）

発展的読式を経験した生徒たちに、命題を決定問題の形で与え、「結論」を帰納的な推論に



より発見させずに、計算結果を洞察することにより、必要に応じて式変形をして、計算結果から「結論」を読み取る学習活動を行う。これを「積極的読式」と定義する。この積極的読式を取り入れることにより、「文字式の理解」をさらに伸長できる。通常の「証明」における文字式の思考過程のサイクルでは、「積極的に洞察する読み」を行わせることは難しいが、図5に示したように「積極的読式」を取り入れた思考過程では、「文字式に忠実な読み」だけでなく、「積極的に洞察する読み」により、文字式と文字式の意味における双方向の思考を実現できる。

図5 積極的読式による双方向の思考の実現

V 授業実践

1. 文字式による論証能力の実態

(1) 「文字の理解」と「文字式の理解」の発達水準

調査問題と水準判定基準は、栗原(2003)による。発表補助資料(樋口,2015b)参照。

3年論証学習前に、行った調査結果は次の通りである。

(調査は、平成27年5月、3年生108人を対象)

文字の理解	n = 108		文字式の理解	n = 108	
[水準0]	9人	8%	【水準Ⅰ】	57人	53%
[水準Ⅰ]	14人	13%	【水準Ⅱ】	31人	29%
[水準Ⅱ]	75人	69%	【水準Ⅲ】	17人	16%
判定不能	10人	9%	判定不能	3人	3%

(2) 整数概念の「証明」能力の実態

3年論証学習前に、基本的な整数概念の「証明」について行った調査結果は次の通りである。

(調査は、平成27年5月、3年生108人を対象)

命題「4で割って1余る数と4で割って3余る数との和は、4の倍数である。」

基本的な整数概念の「証明」 n = 108	
「証明」	「記号化」
0人 0%	1人 1% (5人 5%)

※「記号化」のカッコ内の人数、%については、文字使用上の規約を理解しておらず、仮定の中の二つの数量を同じ文字を使って、記号化した人数とその割合。

(3) 文字式による論証能力の段階の実態

3年論証学習前の、生徒の文字式による論証能力の段階の実態は次の通りである。

文字式による論証能力の段階	n = 108
『段階0』：整数概念の基本的な証明ができない。	108人 100%
『段階Ⅰ』：整数概念の基本的な証明ができる。・・・【水準Ⅱ】([水準Ⅱ])	0人 0%
『段階Ⅱ』：論証の意義を理解して整数概念の基本的な証明ができる。・・・【水準Ⅲ】([水準Ⅱ])	0人 0%

2. 授業実践のねらい

中学3年で、論証の素地が整っていない生徒たちに、洞察を重視した読式の工夫を具体化した

授業を効果的に組み合わせた実践により、「論証の意義」を理解して「証明」できるようにする。
『段階Ⅱ』を達成する（「証明」できる、文字の理解の【水準Ⅱ】、文字式の理解の【水準Ⅲ】を達成する）。次に示す手だてにより、段階的に、文字式による論証能力の伸長を図る。

(1) 具体例による洞察を重視した読式の工夫を具体化した授業実践（中学1年内容）

「証明」に必要な整数概念の「記号化」ができるようにする。さらに、それを支える「文字の理解」を【水準Ⅱ】に、「文字式の理解」を【水準Ⅱ】以上（【水準Ⅱ】【水準Ⅲ】）に高め、論証の学習素地を整える。

(2) 計算結果の洞察を重視した読式の工夫を具体化した授業実践（中学2年・3年内容）

論証の素地を整えた生徒たちに整数概念の「証明」ができるようにする。さらに、「文字式の理解」を【水準Ⅲ】に高める。

3. 指導計画

生徒の文字式による論証能力の実態を受けて、洞察を重視した読式の工夫を具体化した学習活動を組み合わせて、次のような指導計画で、3年の「式と計算の利用」における基本的な整数概念の文字式による論証の学習指導を行う。

(1) 文字式による数量の一般的な表し方の理解・・・1年内容

① 整数概念の読式・記号化（整数概念の読式→記号化）・・・実験授業Ⅰ

「式の表す意味（整数概念）」→「式による数量の表し方（整数概念）」

具体例による洞察を重視した読式の工夫による「文字と文字式の理解」, 「記号化」の伸長

ア) 文字の変数としての理解, 数の構造の理解

（【水準Ⅱ】を達成, 【水準Ⅱ】以上を達成, 整数概念の「記号化」ができる）

↓

(2) 整数概念の文字式による証明・・・計算結果の洞察を重視した読式の工夫

② 「奇数と奇数との和は？」・・・2年内容・・・実験授業Ⅱ+習熟

ア) 論証過程の理解（文字式による論証展開シート）

イ) 文字使用上の規約の理解・・・すべての組み合わせを表すには違う文字を使用する。

ウ) 問題解決スキーマの適用とゴールの明確化による「証明の進め方の理解」

エ) 計算結果の洞察を重視した読式の工夫による「計算の意味」の理解

・計算結果が結論の意味を表しているか。

すべての場合で成り立つことを示すにはどのように式変形すればよいか。

・・・習熟 「7で割って3余る数と7で割って4余る数との和は？」

↓

③ 「連続する二つの奇数の和は？」・・・2年内容・・・実験授業Ⅲ

ア) 文字使用上の規約の理解・・・連続する数量は同じ文字を使用する

イ) 表現の精練 $2n+1, 2n+3$: ゴール $4(n+1)$

→ $2n-1, 2n+1$: ゴール $4n$

ウ) 発展的読式による文字式の理解の伸長（【水準Ⅱ】→【水準Ⅲ】）

精練された表現の計算結果である $4n$ をもとに、記号化した数量に着目させて、式変形や変形した文字式の意味を読ませる。 $4n = 2 \times 2n$ 間の偶数の2倍

それをもとに、 $4(n+1) = 4n + 4 = 2(2n+2)$

+

③' 「連続する2つの奇数の積に1を加えると？」・・・3年内容・・・実験授業Ⅲ

ア) 発展的読式による文字式の理解の伸長（【水準Ⅱ】→【水準Ⅲ】）

精練された表現の計算結果である $4n^2$ (4の倍数) をもとに、記号化した数量に着目させて、式変形や変形した文字式の意味を読ませる。 $4n^2 = (2n)^2$ 間の偶数の2乗

それをもとに、 $4(n+1)^2 = (2n+2)^2$

↓

④ 「連続する奇数の大きい方の平方から小さい方の平方をひいた差は？」・・・実験授業Ⅳ

ア) 発展的読式による文字式の理解の伸長（【水準Ⅱ】→【水準Ⅲ】）

精練された表現の計算結果である $8n$ (8の倍数) をもとに、記号化した数量に着目させて、式変形や変形した文字式の意味を読ませる。

$8n = 4 \times$ を示して、 $8n = 4 \times 2n$ を考えさせる 間の偶数の4倍

$8n = 2 \times$ を示して、 $8n = 2 \times 4n$ を考えさせる

$8n = 2 \times \{ () + () \}$ を示して考えさせる

$8n = 2 \times \{ (2n-1) + (2n+1) \}$ 2つの奇数の和の2倍

↓

⑤ 「 15×15 25×25 35×35 の計算のひみつは？」・・・実験授業Ⅴ

ア) 積極的読式による文字式の理解の伸長（【水準Ⅱ】→【水準Ⅲ】）

整数概念（有限事象）の「証明」と論証過程の考察

「計算結果」の洞察から、2けたの整数の一の位どうしがどのような関係の時に発見した速

算のひみつが成り立つか考える。

$(10x + y)(10x + z) = 100x^2 + 10x(y + z) + yz$ の考察
 $y + z$ がどのような数になっているとき、発見した速算のひみつが成り立つのだろうか？

4. 実践の概要と考察

(1) 実験授業 I 「文字の変数としての使い方」、「数の構造の理解」の授業・・・1年内容

① 「式の表す意味（整数概念）」の授業

n を整数とすると、次の式で表される数量はどんな数を表していると考えられますか。

(1) $2n$
 $2 \times 1 = 2$
 $2 \times 2 = 4$
 $2 \times 3 = 6$
 } 偶数、2の倍数
 $2 \times (\text{整数})$
 ↓
 2の倍数
 偶数、2を何回か3数

(2) $3n$
 $3 \times 1 = 3$
 $3 \times 2 = 6$
 $3 \times 3 = 9$
 } 3の倍数
 $3 \times (\text{整数})$
 ↓
 3の倍数

(3) $2n + 1$
 $2 \times 1 + 1 = 3$
 $2 \times 2 + 1 = 5$
 $2 \times 3 + 1 = 7$
 } 奇数
 $2 \times (\text{整数}) + 1$
 ↓
 2を何回か3数、奇数

(4) $5n + 3$
 $5 \times 1 + 3 = 8$
 $5 \times 2 + 3 = 13$
 $5 \times 3 + 3 = 18$
 } 5の倍数
 $5 \times (\text{整数}) + 3$
 ↓
 5を何回か3数

(5) $n, n+1$
 $1, 2$
 $2, 3$
 $3, 4$
 } 連続する2つの整数

(6) $2n, 2n+2$
 $2, 4$
 $4, 6$
 $6, 8$
 } 連続する2つの偶数

n を整数とすると、次の式で表される数量はどんな数を表していると考えられますか。

(1) $2n$
 $2 \times 1 = 2$
 $2 \times 2 = 4$
 $2 \times 3 = 6$
 } 偶数、2の倍数
 $2 \times (\text{整数})$
 ↓
 2の倍数

(2) $3n$
 $3 \times 1 = 3$
 $3 \times 2 = 6$
 $3 \times 3 = 9$
 } 3の倍数

(3) $2n + 1$
 $2 \times 1 + 1 = 3$
 $2 \times 2 + 1 = 5$
 $2 \times 3 + 1 = 7$
 } 奇数
 $2 \times (\text{整数}) + 1$
 ↓
 2を何回か3数、奇数

(4) $5n + 3$
 $5 \times 1 + 3 = 8$
 $5 \times 2 + 3 = 13$
 $5 \times 3 + 3 = 18$
 } 5の倍数
 $5 \times (\text{整数}) + 3$
 ↓
 5を何回か3数

(5) $n, n+1$
 $1, 2$
 $2, 3$
 $3, 4$
 } 連続する2つの整数

(6) $2n, 2n+2$
 $2, 4$
 $4, 6$
 $6, 8$
 } 連続する2つの偶数

<具体例からの洞察重視のワークシート>

<文字式からの洞察重視のワークシート>

生徒の実態から、具体例からの洞察を重視すべきであると考え、「式の値」により具体例を三例求め、具体例から洞察し、それらの計算式や値を比較して、帰納的に共通していえるきまりや法則として「数の構造」や「文字式の表す意味」を発見した。次に、文字式に戻り式を洞察し、具体例から読み取った「数の構造」や「文字式の意味」を文字式で確認した。

上掲左のワークシート（以下WSとする）は中位群の生徒のものである。（1）「偶数」、（2）「3の倍数」、（3）「奇数」までは、上記した具体例からの洞察による「計算および計算結果の文字式」と「具体的な場面での文字式の意味」の間の双方向の思考で考えを進めている。（4）については、同じく具体例を三例求め具体例からの洞察を進めたが、結果を比較しても共通していえるきまりや法則として「5で割って3余る数」を発見することは困難であった。そこで、式の洞察に移り、式から「数の構造」と「文字式の表す意味」をとらえた。その後、連続する二つの数量の意味を読む（5）（6）では、具体例からの洞察により文字式の意味を読んでいる。それに対して、上位群の生徒のものである上掲右のWSは、（1）を具体例からの洞察で読んだ後は、文字式からの洞察や類推により文字式の意味を読んでいる。

樋口(2013)では、中学1年の実践で、学習初期においては「具体例からの洞察」を重視し、学習が進むにつれ、「文字式からの洞察」を重視すべきであるとの結論を得たが、中学3年の実践でも、理解が浅いうちは、「具体例からの洞察」を重視し、理解が進むにつれ、「文字式からの洞察」を重視すべきであるとの結論を得た。

② 「式による数量の表し方（整数概念）」の授業

多くの生徒が、「式の表す意味（整数概念）」の学習における、「具体例からの洞察」と「文字式からの洞察」の「具体例による洞察を重視した読式」によって、「記号化」する「数の構造」や「文字の変数としての使い方」を理解できるようになっていた。よって、「文字式からの洞察」を行い、分からない場合は、「具体例からの洞察」を行うと考えられた。次に取り上げたWSでは実際に、4の倍数は文字式で表した後に、具体例で確かめている。連続する三つの整数については、文字式で表すことができなかつたため、具体例からの洞察に戻り、具体例を一例書き出して見たが、連続する三つの整数を1, 1, 1+1としてしまい、記号化までい

くことができなかつたと考えられる。三つ目の数を $1 + 1$ としていることから、1ずつ増加する整数の特徴を理解していると、 $1, 1 + 1, 1 + 2$ もしくは $2 + 1$ と具体例を書いていると、具体例からの洞察により、記号化できたのではないかと考えられる。

<さらにさらに発展> 次の数量を文字を使った式で表そう。

n を整数とすると、4 の倍数を表してみよう。

$$\begin{array}{l} 4 \times 1 \\ 4 \times 1 = 4 \\ 4 \times 2 = 8 \\ 4 \times 3 = 12 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 4 \times 1 \\ 4 \times 1 = 4 \\ 4 \times 2 = 8 \\ 4 \times 3 = 12 \end{array}} \right\} 4n$$

n を整数とすると、連続する3つの整数を表してみよう。

$$\begin{array}{l} \checkmark 1, 1, 1+1 \\ n, n+1, n+2 \end{array}$$

n を整数とすると、4 で割って1余る数を表してみよう。

$$4n+1$$

n を整数とすると、連続する2つの奇数を表してみよう。

$$2n+1, 2n+3$$

<整数概念の記号化のワークシート>

(2) 実験授業Ⅱ 「奇数と奇数との和は？」・・・2年内容

「論証過程」, 「文字使用上の規約」, 「証明の進め方」, 「計算の意味」の理解の授業

2. 命題の理解・・・仮定・結論をはっきりさせよう。
 (奇数と奇数)との和は偶数である
 仮定 → 結論

3. 記号化・・・仮定の中の数量を文字を使って表そう。
 2つの奇数を、 $2n+1, 2m+1$ とおく。
 したがって、 n, m は整数。
 (連続形) $2n+1, 2m+3, 2m+1, 2n+1$
 偶奇数

4. 立式・・・記号化した数量を使って仮定を式に表そう。
 $(2n+1) + (2m+1) \dots 2n+2m+2$

5. 計算・・・結論の形まで式を変形しよう。
 $(2n+1) + (2m+1)$
 $= 2n + 2m + 2$
 $= 2(m+n+1) \dots \dots$ ゴール

6. 読式・・・変形した式の結果の意味を読み取る。
 $m+n+1$ は整数だから、 $2(m+n+1)$ は2の倍数である。

7. 文章化・・・証明した事柄を振り返り、日常に戻そう。
 よって、奇数と奇数の和は偶数。

「奇数と奇数との和は偶数になる」を扱った。「文字式による論証展開シート」を用いて、「証明」を論証過程を一つ一つ確認しながら進めることにより、論証過程の理解を図った。WSの2. 命題の理解で、命題を問題解決スキーマに当てはめ、「スタート」と「ゴール」を明確にしてから「証明」に取り組みさせた。3. 記号化では、 $(2n+1, 2m+1)$ $(2n+1, 2n+1)$ $(2n+1, 2n+3)$ の3通りを取り上げ、すべての奇数と奇数の組み合わせを表すためには、違う文字を使用する必要があることを確認したことにより、「文字使用上の規約」を理解を図った。4. 立式と5. 計算の記述では、「結論」の形まで式変形をする必要性を理解して、偶数(2の倍数)を表す「 $2 \times$ (整数)」まで見通しをもって計算を進めている。「計算の意味」の理解では、「計算結果である $2n + 2m + 2$ は、2の倍数を表している」といってよいか?と教師が投げかけた。それに対して、

<実験授業Ⅱのワークシート>

生徒から、「2の倍数」である「 $2 \times$ (整数)」の形まで変形する必要があるという意見が出された。教師の「どうして? $2 \times$ (整数) の形まで変形する必要があるのか?」という投げかけに、「2の倍数は $2 \times$ (整数) だから」と「このままだと2の倍数と2の倍数をたしてさらに2をたした結果だから」という意見が出され、「 $2 \times$ (整数)」の形まで変形することを確認した。生徒は、中学2年の学習経験から、具体例からの洞察ではなく、文字式からの洞察により、計算結果の文字式を読んでいることが分かる。

(3) 実験授業Ⅲ

①「連続する二つの奇数の和は?」・・・2年内容

「文字使用上の規約」「表現の精練」「発展的読式」の授業

「連続数二つの奇数の和は4の倍数」を扱った。WSの記述から、生徒が「文字式による論証過程」や「問題解決スキーマの適用とゴールの明確化による証明の進め方」を理解していることが分かる。下掲左のWSにあるように、3. 記号化では、連続する二つの数量を表すときは、同じ文字を使用することを確認し、「文字使用上の規約」の理解を図った。また、下掲右のWSにあるように、実際の生徒の解決から、連続する二つの記号化を $2n+1, 2n+3$ だけでなく、 $2n-1, 2n+1$ 取り上げ、「表現の精練」を確認し、後者の方が、「計算」が簡単であり、計算結果が、そのままゴールである「結論」の形になることを、両者を比較しながら確認した。

8. 発展的読式では、まず、全体で精練された表現で証明した計算結果である $4n$ を、結論であ

る4の倍数以外に別の意味を読むことができるか考えさせた。実際の授業では、初めから、式変形できた生徒はいなかったため、 $2 \times \bigcirc$ という枠組を示したところ、生徒たちは、 $2 \times 2n$ と式変形して、文字式からの洞察により、「偶数の2倍」と変形した式の意味を読んだ。さらに、記号化した $2n-1$ と $2n+1$ に着目する視点を示したことによって、「二つの奇数の間の偶数の2倍」と別の意味を読むことができた。その後、別の表現である $4(n+1)$ を「二つの奇数の間の偶数の2倍」となるように式変形をさせ全体で確認をした。樋口(2013)で明らかにしたように、「記号化」した数量である文字式に着目して式を考察させ、式を変形したり、変形した式を考察させたりすることが、文字式からの洞察により、別の意味を読む際の有効な手だてであることを再確認することができた。

<p>2. 命題の理解・・・仮定・結論をはっきりさせよう。 連続する2つの奇数の和は、4の倍数である 前提 → 結論</p> <p>3. 記号化・・・仮定の中の数量を文字を使って表そう。 2n連続する奇数を $2n+1, 2n+3$ とする ただし nは整数とする</p> <p>4. 立式・・・記号化した数量を使って仮定を式に表そう。 $(2n+1)+(2n+3)$</p> <p>5. 計算・・・結論の形まで式を変形しよう。 $(2n+1)+(2n+3) = 4n+4$ $= 4(n+1)$ $= 2(2n+2)$</p> <p>6. 読式・・・変形した式の結果の意味を読み取ろう。 $(n+1)$は整数であるから $4(n+1)$は4の倍数になる</p> <p>7. 文章化・・・証明した事柄を振り返り、日常に戻そう。 従って、連続する2つの奇数の和は、4の倍数になる</p>	<p>2. 命題の理解・・・仮定・結論をはっきりさせよう。 連続する2つの奇数の和は4の倍数になる 仮定 → 計算 → 結論</p> <p>3. 記号化・・・仮定の中の数量を文字を使って表そう。 連続する2つの奇数を $2n+1, 2n+3$ とおく → $2n-1, 2n+1$ ただし nは整数</p> <p>4. 立式・・・記号化した数量を使って仮定を式に表そう。 $(2n+1)+(2n+3)$ $(2n-1)+(2n+1)$</p> <p>5. 計算・・・結論の形まで式を変形しよう。 $(2n+1)+(2n+3) = 2n+1+2n+3 = 4n+4 = 4(n+1)$ $(2n-1)+(2n+1) = 2n-1+2n+1 = 2n-1+2n+1 = 4n = 4n$</p> <p>6. 読式・・・変形した式の結果の意味を読み取る。 n+1は整数なので nは整数なので $4(n+1)$は4の倍数 $4n$は4の倍数</p> <p>7. 文章化・・・証明した事柄を振り返り、日常に戻そう。 したがって、連続する2つの奇数の和は4の倍数になる</p> <p>8. 発展的読式・・・さらに、計算結果を別の意味を読み取ることができるか考えてみよう。 (必要に応じて計算結果をさらに変形して別の読み方ができるか考えてみよう。) $4n+4 = 4n$ $= 2(2n+2) = 2 \times 2n$ 連続する2つの奇数の間の偶数の2倍</p>
---	--

＜実験授業Ⅲ 2年内容 発展的読式のワークシート＞

②「連続する二つの奇数の積に1を加えると?」・・・3年内容 「発展的読式」の授業

<p>3. 記号化・・・仮定の中の数量を文字を使って表そう。 連続する2つの奇数を $2n+1, 2n+3$ とおく ただし nは整数である</p> <p>4. 立式・・・記号化した数量を使って仮定を式に表そう。 $(2n+1)(2n+3)+1$</p> <p>5. 計算・・・結論の形まで式を変形しよう。 $(2n+1)(2n+3)+1 = 4n^2+8n+3+1 = 4n^2+8n+4$ $= 4(n^2+2n+1) = 4(n+1)^2$ n+1は整数から $(n+1)^2$も整数</p> <p>6. 読式・・・変形した式の結果の意味を読み取ろう。 $(n+1)$は整数であるから $4(n+1)^2$は4の倍数である</p> <p>7. 文章化・・・証明した事柄を振り返り、日常に戻そう。 従って、連続する2つの奇数の積に1を加えると、4の倍数になる</p> <p>8. 発展的読式・・・さらに、計算結果を別の意味を読み取ることができるか考えてみよう。 (必要に応じて計算結果をさらに変形して別の読み方ができるか考えてみよう。) $4n^2 = (2n)^2$ 2つの奇数の間の偶数を2乗した数になる。 $4n^2+8n+4 = (2n)^2+2 \times 2 \times 4n+2^2 = (2n+2)^2$ 偶数の2乗</p>	<p>「連続する二つの奇数の積に1を加えると4の倍数になる」を扱った。①の2年の内容と比べ、3年の内容は「計算」に3年で学習した展開と因数分解を使用するだけで、基本的には2年の内容と同じであることを生徒に伝え、自力解決を促した。取り上げたWSのように$2n+1, 2n+3$で記号化した生徒たちは、5.計算において、ゴールである4の倍数の形まで式変形をしようと試み、$4(n^2+2n+1)$まで計算している生徒がほとんどであった。教師が「カッコ」の中の文字式n^2+2n+1がさらに変形できないか」と問いかけたことで、生徒たちは文字式を洞察して、因数分解の学習経験から$4(n+1)^2$まで式変形することができた。</p>
---	---

＜実験授業Ⅲ 3年内容 発展的読式のワークシート＞

果である $4n^2$ を、結論である4の倍数以外に別の意味を読むことができるか考えさせた。多くの生徒が、文字式を洞察して2乗に着目して、 $(2n)^2$ と式変形して、①の2年内容の学習経験から、記号化した数量に着目して $2n$ を「二つの奇数の間の偶数」と読み、 $(2n)^2$ を「二つの奇数の間の偶数を2乗した数」と読むことができた（式変形できなかった生徒には 0^2 という枠組を示した）。そして、①の2年内容と同様に、 $4(n+1)^2$ を「二つの奇数の間の偶数を2乗した数」となるように式変形をするように促した。生徒たちは、 $4n^2 + 8n + 4$ まで戻り、間の偶数が $2n+2$ であることを確認して見通しをもちながら、 $(2n+2)^2$ まで計算を進めることができた。

(4) 実験授業Ⅳ「連続する奇数の大きい方の平方から小さい方の平方をひいた差は？」3年内容

「発展的読式」の授業

3. 記号化・・・仮定の中の数量を文字を使って表そう。

連続する奇数の大きい方の平方... $(2n+3)^2$
 小さい方の平方... $(2n+1)^2$

4. 立式・・・記号化した数量を使って仮定を式に表そう。

$$(2n+3)^2 - (2n+1)^2$$

5. 計算・・・結論の形まで式を変形しよう。

$$4n^2 + 2 \times 3 \times 2n + 3^2 - (4n^2 + 2 \times 1 \times 2n + 1^2)$$

$$= 4n^2 + 12n + 9 - (4n^2 + 4n + 1)$$

$$= 8n + 8$$

$$= 8(n+1)$$

6. 読式・・・変形した式の結果の意味を読み取る。

$(n+1)$ は整数だから、 $8(n+1)$ は8の倍数である。

7. 文章化・・・証明した事柄を振り返り、日常に戻そう。

したがって、連続する奇数の大きい方の平方から小さい方の平方をひいた差は8の倍数である。

8. 発展的読式・・・さらに、計算結果を別の意味に読み取ることができるか考えてみよう。(必要に応じて計算結果をさらに変形して別の読み方ができるか考えてみよう。)

$8n = 4(2n)$ 、 $2n$ は整数だから、 $4(2n)$ は4の倍数である。
 連続する2つの奇数の間の偶数の4倍

$8(n+1) = 2(4n+4)$ 、 $4n+4$ は整数だから、 $2(4n+4)$ は2の倍数である。
 連続する2つの奇数をたした数の2倍

二つ以上の発展的読式が可能な命題「連続する奇数の大きい方の平方から小さい方の平方をひいた差は8の倍数になる」を扱った。実験授業Ⅲと同様に「証明」に取り組ませた。全体の確認では、連続する二つの奇数の記号化を、 $2n+1$ 、 $2n+3$ と精練された表現である $2n-1$ 、 $2n+1$ の両方を取り上げ、文章化まで一通り「証明」を確認した。前者の場合も途中計算が1次式になるので生徒は見通しをもって $8 \times$ (整数) の形まで式変形をすることができていた。

発展的読式では、精練された表現の計算結果である $8n$ を式変形をして、別の意味を読むよう自力解決を促した。多くの生徒が、文字式を洞察したり、これまでの学習経験から類推したりして、 $4 \times 2n$ と式変形をすることができた（式変形できない生徒には 4×0 という枠組をしめした）。取り上げた上位群の生徒のWSでは、文字式を洞察して、初めは、 $4 \times 2n$ を4の倍数と読んでいたが、 $2n$ が「連続する二つの奇数の間の偶数」であることに気付き、「連続する二つの奇数の間の偶数の4倍」と読むことができた。その後、中位群の生徒のWSにあるように、 $8(n+1)$ を意味に合うように、 $4(2n+2)$ と式変形をさせて確認した。次に、「さらに、別の意味を読むことができないだろうか？」と教師が投げかけ、計算結果である $8n$ を別の式変形をして、違う結論を読むように促した。式変形ができた生徒はいなかったため、

<実験授業Ⅳ 発展的読式 上位群のワークシート>

8. 発展的読式・・・さらに、計算結果を別の意味に読み取ることができるか考えてみよう。(必要に応じて計算結果をさらに変形して別の読み方ができるか考えてみよう。)

$8n = 4 \times 2n$ 、 $8(n+1) = 4(2n+2)$
 連続する2つの奇数の間の偶数の4倍

$8n = 2 \times 4n$ 、 $8(n+1) = 2(4n+4)$
 連続する2つの奇数の和の2倍

$$8n = 2 \times ((2n-1) + (2n+1))$$

$$8(n+1) = 2 \times ((2n+1) + (2n+3))$$

<実験授業Ⅳ 発展的読式 中位群のワークシート>

$8n = 2 \times 0$ という枠組を示したところ、中位群の生徒のWSにあるように、ほとんどの生徒が $2 \times 4n$ までは式変形することができたが、その後の式変形や別の意味を読み取ることはできなかった。上位群の生徒の中には、WSの記述のように、記号化した $2n+1$ と $2n+3$ に着目して、 $2(4n+4)$ の $4n+4$ が、 $2n+1$ と $2n+3$ の和であることに気付くことができ、「連続する二つの奇数をたした数の2倍」と別の意味を読むことができた生徒もいた。ほとんどの生徒が $2 \times 4n$ で留まっていたので、 $8n = 2 \times \{ () + () \}$ という枠組と、これまでと同様に記号化した数量に着目するよう視点を示して考えさせた。その結果、計算結果を $8n = 2 \times \{ (2n-1) + (2n+1) \}$ と式変形をすることができ、「連続する二つの奇数をたした数の2倍」と読むことができた。その後、実験授業Ⅲと同様に、 $8n+8$ を別の意味に合うように、 $2 \times \{ (2n+1) + (2n+3) \}$ まで式変形をさせて全体で確認した。

(5) 実験授業V 「 15×15 25×25 35×35 の計算のひみつは？」3年内容

「積極的読式」の授業

6/10 P.30 10×10 30×30 30×30 の5の乗法は
 簡単計算するこがてきます。その計算方法何？

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 15 \\ \hline 75 \\ 150 \\ \hline 225 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ 500 \\ \hline 625 \end{array} \quad \begin{array}{r} 35 \\ \times 35 \\ \hline 175 \\ 1050 \\ \hline 1225 \end{array}$$

10の位をzとして、1の位が5の自然数を

$10x + 5$ とおく

T=T'を x は $1 \sim 9$ の自然数である

$$(10x + 5)^2 = 100x^2 + 100x + 25$$

$$= 100x(x+1) + 25$$

具体例

$$(10 \times 7 + 5)^2 = (10 \times 7 + 5)(10 \times 7 + 5)$$

$$= (10 \times 7 + 5) \times 10 + 5 \times 10 + 25$$

$$= 100 \times 7 + 50 + 50 + 25$$

$$= 100 \times (7+1) + 25$$

2けたの自然数を $10x + y$ 、 $10x + z$ とおく

T=T'を x は $1 \sim 9$ 、 y, z は $0 \sim 9$ の自然数である

$$(10x + y)(10x + z) = 100x^2 + 10x(y+z) + yz$$

$y+z$ が 10 のとき
 $= 100x^2 + 10xy + 10xz + yz$ 10 の位が 10 のとき
 $= 100x^2 + 10xy + 10xz + yz$ 10 の位が 10 のとき
 $= 100x^2 + 10xy + 10xz + yz$ 10 の位が 10 のとき

命題を決定問題の形で与え、「結論」を帰納的な推論により発見させずに、計算結果を洞察することにより、必要に応じて式変形をして、計算結果から「結論」を読み取る学習活動を「積極的読式」と定義している。実験授業Vでは、「結論」を読み取るのではなく、「計算結果」の洞察から、2けたの整数の一の位どうしがどのような関係の時に発見した速算のひみつが成り立つか考える学習活動を構想した。計算結果を洞察するこの思考活動は、「積極的読式」と同様に「文字式の理解」を伸長させることができると考えた。

まず、十の位が同じで、一の位が5どうしの2けたの数どうしのかけ算の速算の仕方を具体例から発見して、それが成り立つことを「証明」する。具体的には、百の位以上の数が(十の位の数) × (十の位の数 + 1)で、下2けたが、25である。ほとんどの生徒が、取り上げたWSのように、 $10x + 5$ と記号化し、 $100x(x + 1) + 25$ と目的に合った形まで式変形して証明することができた。

次に、WSの中段にあるように、「条件を変えて、一の位が5どうしでない場合だとどうだろうか？」と教師が投げかけた。ここでは、具体例として、 17×13 、 26×24 、 3

<実験授業V 積極的な読式のワークシート>

9×31 を示し、具体例から速算の仕方を発見させた。ここで、生徒たちは、百の位以上の数は、最初の場合と同じ(十の位の数) × (十の位の数 + 1)で、下2けたが、(一の位どうしの積)になっていることに気付き、最初の命題の下2けたの25も 5×5 で 5^2 であったことを確認した。そして、WSの記述にあるように、実際に、一の位が7と3の場合について証明した。

さらに、「提示した具体例では、発見した速算の仕方が成り立ったが、一の位の数どうしがどんな関係にあるとき、このやり方でできるか「証明」の計算結果から考えてみよう」と投げかけ、「発見した2けたの整数どうしのかけ算の速算のひみつを探ろう！」と新たな問いを生徒にもたせた。そして、2けたの整数を $10x + y$ と $10x + z$ で記号化し、具体例(一の位が5どうし、一の位が7と3)のときと同じように証明に取り組みさせた。WSの記述にあるように、 $100x^2 + 10x(y + z) + yz$ まで計算を進めて、どうしようか考えている生徒がほとんどであった。そのため、具体例のときの証明と比較して、 $y + z$ がどのような値のときに、速算ができるか考える視点を示した。これにより、ほとんどの生徒が、具体例の証明の計算と比較して、計算結果を洞察して、 y と z の和が10、($y + z = 10$)になるときに成り立つことを導くことができた。計算結果である文字式からの洞察で速算のひみつに気付くことができない生徒には、反例として、一の位の和が10にならない場合を示し、具体例からの洞察により、 y と z の和が10でなければならないことに気付かせ、それを基に、文字式である計算結果を考察させたことにより、 $y + z = 10$ になる必要があることを確認することができた。

5. 検証

(1) 「文字の理解」と「文字式の理解」の発達水準

調査問題と水準判定基準は、栗原(2003)による。発表補助資料(樋口,2015b)参照。

- ① 3年 論証学習前(調査は、平成27年5月、3年生108人を対象)

文字の理解	n = 108		文字式の理解	n = 108	
[水準0]	9人	8%	【水準Ⅰ】	57人	53%
[水準Ⅰ]	14人	13%	【水準Ⅱ】	31人	29%
[水準Ⅱ]	75人	69%	【水準Ⅲ】	17人	16%
判定不能	10人	9%	判定不能	3人	3%

② 3年 論証学習後（調査は、平成27年6月、3年生106人を対象）

文字の理解	n = 106		文字式の理解	n = 106	
[水準0]	3人	3%	【水準Ⅰ】	31人	29%
[水準Ⅰ]	11人	10%	【水準Ⅱ】	14人	13%
[水準Ⅱ]	90人	83%	【水準Ⅲ】	55人	52%
判定不能	2人	2%	判定不能	6人	6%

③ 3年 論証学習後の指導法による水準達成結果の比較

筆者が洞察を重視した読式の工夫を手だてとして実験授業を行った3クラスを実験群、他の教師が教科書（東京書籍 新しい数学3）通りに授業を行った3クラスを統制群として、論証学習後の「文字の理解」と「文字式の理解」の達成状況について、 χ^2 検定を行った結果は次の通りである。なお、統計処理については、統計ソフトjs-STAR 2012を用いた。

ア) 「文字の理解」: [水準Ⅱ] を達成（変数としての理解達成）

	[水準Ⅱ] 達成	[水準Ⅱ] 達成せず
実験群 n = 106	90人 ▲ **	16人 ▽ **
統制群 n = 107	74人 ▽ **	33人 ▲ **

$\chi^2(1) = 6.592$, $p < .05$ Phi = 0.175 ▲有意に多い, ▽有意に少ない, ** $p < .01$
イ) 「文字式の理解」: 【水準Ⅲ】 を達成（一般的な表現としての理解達成）

	【水準Ⅲ】 達成	【水準Ⅲ】 達成せず
実験群 n = 106	55人 ▲ **	51人 ▽ **
統制群 n = 107	23人 ▽ **	84人 ▲ **

$\chi^2(1) = 19.901$, $p < .01$ Phi = 0.305 ▲有意に多い, ▽有意に少ない, ** $p < .01$
(2) 整数概念の「証明」能力の実態

① 3年 論証学習前（調査は、平成27年5月、3年生108人を対象）

命題「4で割って1余る数と4で割って3余る数との和は、4の倍数である。」

基本的な整数概念の「証明」 n = 108	
「証明」	「記号化」
0人 0%	1人 1% (5人 5%)

※ 「記号化」のカッコ内の人数、%については、文字使用上の規約を理解しておらず、仮定の中の二つの数量を同じ文字を使って、記号化した人数とその割合。

② 一連の実験授業終了後（調査は、平成27年6月、3年生106人を対象）

命題「5で割って2余る数と5で割って3余る数との和は、5の倍数である。」

基本的な整数概念の「証明」 n = 106	
「証明」	「記号化」
36人 34%	42人 40% (34人 32%)

※ 3年の内容で扱う命題が、二つの連続する数量であったため、その枠組が影響し、記号化において同じ文字を使用してしまった生徒が多く見られた。「記号化」の(カッコ)内が同じ文字を使用した生徒数と割合である。

③ 文字使用上の規約の再確認後（調査は、平成27年6月、3年生106人を対象）

文字使用上の規約の再確認後、行った調査結果は次の通りである。

命題「3で割って1余る数と3で割って2余る数との和は、3の倍数である。」

基本的な整数概念の「証明」 n = 106	
「証明」	「記号化」
64人 60%	73人 69% (11人 10%)

※ ②で記号化において同じ文字を使用していた生徒のほとんどが、文字使用上の規約を再確認することができ、違う文字を使用して記号化することができ、「証明」もできるようになった。「記号化」の（カッコ）内が同じ文字を使用した生徒数と割合である。

(3) 文字式による論証能力の段階の実態

論証学習後の、生徒の文字式による論証能力の段階の実態は次のようになった。

① 3年 論証学習前（調査は、平成27年5月、3年生108人を対象）

文字式による論証能力の段階	n = 108
『段階0』：整数概念の基本的な証明ができない。	108人 100%
『段階1』：整数概念の基本的な証明ができる。・・・【水準Ⅱ】（[水準Ⅱ]）	0人 0%
『段階2』：論証の意義を理解して整数概念の基本的な証明ができる。 ・・・【水準Ⅲ】（[水準Ⅱ]）	0人 0%

② 一連の実験授業終了後（調査は、平成27年6月、3年生106人を対象）

文字式による論証能力の段階	n = 106
『段階0』：整数概念の基本的な証明ができない。	70人 66%
『段階1』：整数概念の基本的な証明ができる。・・・【水準Ⅱ】（[水準Ⅱ]）	8人 8%
『段階2』：論証の意義を理解して整数概念の基本的な証明ができる。 ・・・【水準Ⅲ】（[水準Ⅱ]）	28人 26%

③ 文字使用上の規約の再確認後（調査は、平成27年6月、3年生106人を対象）

文字式による論証能力の段階	n = 106
『段階0』：整数概念の基本的な証明ができない。	42人 40%
『段階1』：整数概念の基本的な証明ができる。・・・【水準Ⅱ】（[水準Ⅱ]）	13人 12%
『段階2』：論証の意義を理解して整数概念の基本的な証明ができる。 ・・・【水準Ⅲ】（[水準Ⅱ]）	51人 48%

(4) 検証

① 「文字の理解」と「文字式の理解」について

「文字の理解」は、[水準Ⅱ]を達成した生徒が69%から83%に増加し、大幅に向上した。また、「文字式の理解」も、【水準Ⅲ】を達成した生徒が16%から53%に増加し、大幅に向上した。これは、本研究実践の有効性を裏付けるものである。樋口(2011,2012)では、中学3年で論証能力の挽回をねらいとして、「発展的読式」を取り入れた実験授業を行った結果、[水準Ⅱ]を達成した生徒は64%、【水準Ⅲ】を達成した生徒は38%であった。樋口(2013,2014)では、中学1年から「具体例による洞察を重視した読式の工夫」により論証素地を整え、中学2年で「計算結果の洞察を重視した読式の工夫」による証明指導を行い、「洞察を重視した読式の工夫による論証指導」を2年間、系統的に積み重ねた結果、中学2年で [水準Ⅱ]を達成した生徒は84%、【水準Ⅲ】を達成した生徒は59%であった。1～3次報告(樋口,2011,2012,2013,2014)との比較からも、中学3年で「文字の理解」と「文字式の理解」の伸長を図る本研究実践の有効性を明らかにすることができた。

樋口(2013,2014)を基に分析すると、「具体例による洞察を重視した読式の工夫」による実験授業Ⅰにより、「文字の理解」を [水準Ⅱ]に、「文字式の理解」を【水準Ⅱ】以上（【水準Ⅱ】【水準Ⅲ】）に引き上げることができたと考えられる。さらに、「計算結果の洞察を重

視した読式の工夫」による実験授業Ⅲ～Ⅴによって、「文字式の理解」を【水準Ⅱ】から【水準Ⅲ】に引き上げることができたと考える。中学3年であっても、生徒の実態に応じて、中学1年の「具体例による洞察を重視した読式の工夫」→中学2年・3年の「計算結果の洞察を重視した読式の工夫」の流れで授業を構想・実践することが有効である。

また、指導法による「文字の理解」と「文字式の理解」の水準達成状況の比較では、「文字の理解」「文字式の理解」ともに、ねらいとする水準達成人数の多さ、達成できなかった人数の少なさにおいて、教科書通りの指導に対して、有意差が認められ、「洞察を重視した読式の工夫による論証指導」を効果的に組み合わせた本研究の有効性を統計的にも明らかにすることができた。

② 整数概念の「証明」能力について

一連の実験授業後は、3年の内容で扱う命題が、二つの連続する数量であったため、その枠組が影響し、「文字使用上の規約の理解」が完全でなかったことから、任意の二つの数量を同じ文字を使用して記号化した生徒が32%もおり、「記号化」できる生徒が40%であったため、「証明」できる生徒は36%にとどまる結果であった。同じ文字を使用してしまった生徒たちのほとんどが、文字の変数としての理解、数の構造の理解、論証過程の理解、証明の考えの進め方の理解がすべてできていた。そこで、再度、文字使用上の規約を確認したことにより、違う文字を使用して「記号化」でき、「証明」もできるようになった。その結果、「証明」できる生徒が、論証学習前の0%から60%に増加し、大幅に向上した。また、「記号化」についても、1%から69%に増加し、大幅に向上した。これは、本研究実践の有効性を裏付けるものである。樋口(2011,2012)では、中学3年の実験授業後に「証明」できた生徒は31%、「記号化」できた生徒は39%であった。樋口(2013,2014)では、中学1年から「洞察を重視した読式の工夫による論証指導」を2年間、系統的に積み重ねた結果、中学2年で「証明」できた生徒は72%、「記号化」できた生徒は87%であった。樋口(2013,2014)には及ばないが、中学3年だけの学習指導で「証明」できる生徒が0%から60%に増加したことは、本研究の有効性を裏付けるものである。

③ 文字式による論証能力について

『段階Ⅱ』を達成した生徒が、論証学習前の0%から48%に増加し、大幅に向上した。樋口(2012)では、中学3年の実験授業後でも『段階Ⅱ』を達成した生徒は20%であった。樋口(2013,2014)では、中学1年からの系統的な指導により、中学2年で『段階Ⅱ』を達成した生徒は59%であった。樋口(2013,2014)には及ばないが、中学3年だけの学習指導で『段階Ⅱ』を達成した生徒が0%から48%に増加したことは、本研究の有効性を裏付けるものである。本研究により、文字式による論証能力を大いに伸長することができ、「論証の意義」理解して「証明」できる生徒の育成に迫ることができたことを意味するものである。

VI 成果と課題

1. 成果

洞察を重視した読式の工夫による論証指導を効果的に組み合わせた学習指導により、文字式による論証能力を大いに伸長し、中学3年だけの学習指導で「論証の意義」を理解して「証明」できる生徒の育成に迫ることができた。これは、中学3年間分の文字式による論証能力を挽回することができたことを意味する。また、本研究により、中学3年において、文字式による論証能力を伸長し、中学3年間分を挽回するための効果的なアプローチを明らかにすることができた。

(1) 具体例による洞察を重視した読式の工夫を具体化した授業実践（中学1年内容）

「証明」に必要な整数概念の「記号化」ができるようにする。さらに、それを支える「文字の理解」を【水準Ⅱ】に、「文字式の理解」を【水準Ⅱ】以上（【水準Ⅱ】【水準Ⅲ】）に高め、論証の学習素地を整える。

(2) 計算結果の洞察を重視した読式の工夫を具体化した授業実践（中学2年・3年内容）

論証の素地を整えた生徒たちに整数概念の「証明」ができるようにする。さらに、「文字式の理解」を【水準Ⅲ】に高める。

2. 課題

一連の実験授業終了後の「証明」の調査では、「文字使用上の規約の理解」が完全でなく、任意の二つの数量を記号化するのに、同じ文字を使用してしまったがために「証明」できない生徒が多数いる結果であった。これは、初めは2年の内容を扱い、任意の二つの数量を扱うため違う文字を使用するが、その後3年の内容で扱う命題が、二つの連続する数量で同じ文字を使用するため、その枠組が影響したことが主な要因と考えられる。任意の二つの数量を記号化するためには違う文字を使用することを教師主導で確認するのではなく、生徒に考えて理解させる必要がある。一連の授業を振り返って、中学1年の内容である「具体例による洞察を重視した読式の工夫」を具体化した実験授業Ⅰの「式の表す意味（整数概念）」と「式による数量の表し方（整数概念）」で扱った数量を再考すべきであると考え。本研究では、樋口(2013)のワークシートをそのまま用いた。ここでは、整数概念について、連続する奇数など、連続する二つの数量の読式と記号化は扱ったが、任意の二つの数量は扱わなかった。中学2年の内容である「計算結果の洞察を重視した読式の工夫」を具体化した実験授業Ⅱにおいて文字使用上の規約の理解を図るだけでなく、「式の表す意味（整数概念）」において、「 m 、 n が整数のとき $2m$ 、 $2n$ の意味を読む（読式）」、「式による数量の表し方（整数概念）」において、「 m 、 n が整数のとき、二つの奇数のすべての組み合わせを表す（記号化）」、といった任意の二つの数量の「読式」と「記号化」についても扱うことで改善できると考える。

<参考文献>

- 国宗 進編著(1997)『確かな理解をめざした文字式の学習指導』 明治図書
- 栗原秀文(2003)「文字式による立式能力の育成に関する研究」『群馬大学修士論文』
- 樋口孝行(2004)「図形の論証能力育成に関する研究」『群馬大学修士論文』
- 樋口孝行(2011)「文字式による論証能力育成に関する研究 ～発展的読式をアプローチの核として～」『日本数学教育学会 第93回 全国算数数学教育研究(神奈川)大会発表資料』
- 樋口孝行(2012)「文字式による論証能力育成に関する研究 ～発展的読式を取り入れた学習指導の改善～」『日本数学教育学会 第45回 数学教育論文発表会論文集』
- 樋口孝行(2013)「文字式による論証能力育成に関する研究2次報告 ～具体例による洞察を重視した読式の工夫～」『日本数学教育学会 第95回 全国算数数学教育研究(山梨)大会発表資料』
- 樋口孝行(2014)「文字式による論証能力育成に関する研究3次報告 ～計算結果の洞察を重視した読式の工夫による証明指導～」『日本数学教育学会 第96回 全国算数数学教育研究(鳥取)大会 発表資料』
- 樋口孝行(2015a)「文字式による論証能力育成に関する研究4次報告 ～洞察を重視した読式の工夫による論証指導～」『日本数学教育学会 第97回 全国算数数学教育研究(北海道)大会 発表資料』
- 樋口孝行(2015b)「文字式による論証能力育成に関する研究 ～洞察を重視した読式の工夫による論証指導～」『平成27年度 群馬県中学校数学部会 研究大会 発表補助資料』
- 樋口孝行他(2012)「中学校理数教育における思考力を高める授業に関する調査研究」『平成23年度 群馬県総合教育センター長期研修報告書 資料編』
<http://www2.gsn.ed.jp/houkoku/2011c/11c05/11c05s1.pdf>

<統計ソフトウェア>

田中 敏, 中野博幸 「js-STAR 2012」 (フリーソフト) <http://www.kisnet.or.jp/nappa/software/star/>

未来に生きる思考力・表現力を育む算数・数学教育

～数学的な見方や考え方を培う指導～

みどり市立大間々東中学校 吉久 誠

I 主題設定の理由

新学習指導要領では、基礎的・基本的な知識及び技能を確実に習得させ、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力をはぐくむことが重視されている。数学科においては、数学的活動を一層充実させ、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付け、数学的な思考力・判断力・表現力を育て、学ぶ意欲を高めるようにすることを掲げている。

しかし、全国学力・学習調査の結果からは、基礎的・基本的な知識・技能の習得については、一定の成果が認められるものの、思考力・判断力・表現力等を問う読解力や記述式問題、知識・技能を活用する問題に課題があるという結果が浮き彫りになった。本校の生徒においても、基礎的・基本的な学習事項はおおむね身につけているものの、活用問題についての正答率が低かったり、深い思考を要求される応用問題を苦手とする生徒が多かったりするという課題があった。

そこで本研究においては、授業の中で生徒に深く考えさせ、理解を深めていく指導法を工夫していくことにした。考えや理解を深めていくためには、生徒同士による話し合いが有効であると考えた。その話し合いを活発にかつ有意義なものにするために、どのような手立てが有効なのかを探る。生徒がペアや全体で話し合いをし、説明し合い、学び合い、考えや理解を深める姿を目指していく。それが思考力・表現力を育むことにつながると考え、本研究主題を設定した。

II 研究目標

図形指導や関数指導の中で、生徒同士の話し合いを通して問題解決していくことは、思考力・表現力を育むことにつながるかを明らかにする。

III 研究内容

- ① 課題を解決するために活用できそうな既習事項を常に確認できるようにする。
 - ・フラッシュカード形式で確認する。
 - ・ペアでお互いが言い合いながら確認する。
 - ・授業始めのミニテストとして確認する。
- ② 自分の考えを持ち、根拠を明らかにして筋道を立てて説明できるようにする。
 - ・課題に取り組む際に、「説明スペース」を設けることで、値を出すだけ、求めるだけ

にならず、自分の考えを記入できるようにする。

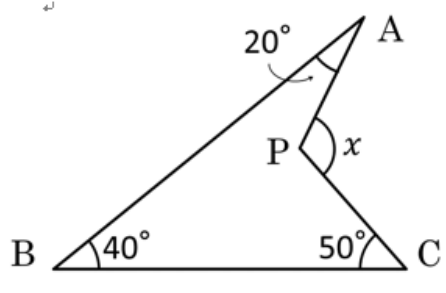
- ・「なぜ」を繰り返し問うことで生徒の知識を整理できるようにする。また、解決の手だてとして、視覚的にとらえやすい図やカードを準備したり、思考の手順を確認したりすることにより、自分なりに考えようとする態度を引き出せるようにしていく。

③ 生徒同士の話し合い、学び合いを活性化させる。

- ・個人（自己解決）→集団（集団解決）→個人（振り返り）のサイクルを取り入れる。
- ・自己解決の段階で「説明スペース」に記入しておき、集団解決の場面で「説明スペース」を見れば発言が苦手な生徒も参加できるようにする。

IV 実践例

実践1 「平行と合同」

過程	時間	主な学習活動	*予想される生徒の言動
導入	10	<p>1 課題をつかむ。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・フラッシュカードを黒板に貼り付け、既習事項を確認する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>①多角形の内角の和は $180^\circ \times (n - 2)$ ②多角形の外角の和は 360° ③対頂角は等しい ④平行線の同位角，錯角は等しい ⑤三角形の内角の和は 180° である ⑥三角形の外角はそれと隣り合わない2つの内角の和</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・くさび形の角を提示し、$\angle x$の大きさを予想させる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0; text-align: center;"> <p>今まで学習した性質を使って、くさび形の角の求め方を説明しよう。</p> </div> <p>下の図で、$\angle x$の大きさを求めなさい。↓</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="border: 1px dashed black; padding: 10px; margin-left: 20px; width: 200px; height: 150px; text-align: center;"> <p>説明スペース</p> </div> </div> <p>$\angle x =$ _____ ↓</p>	

展開

30

2 課題を追求する。

- ・課題に対しては,
 - ①補助線をひく
 - ②その補助線から根拠をもとに求め方を明らかにする。

ように前時で学習したことを確認する。

・補助線にはどのようなパターンがあったかを確認する。

* 延長線や平行線があったな。

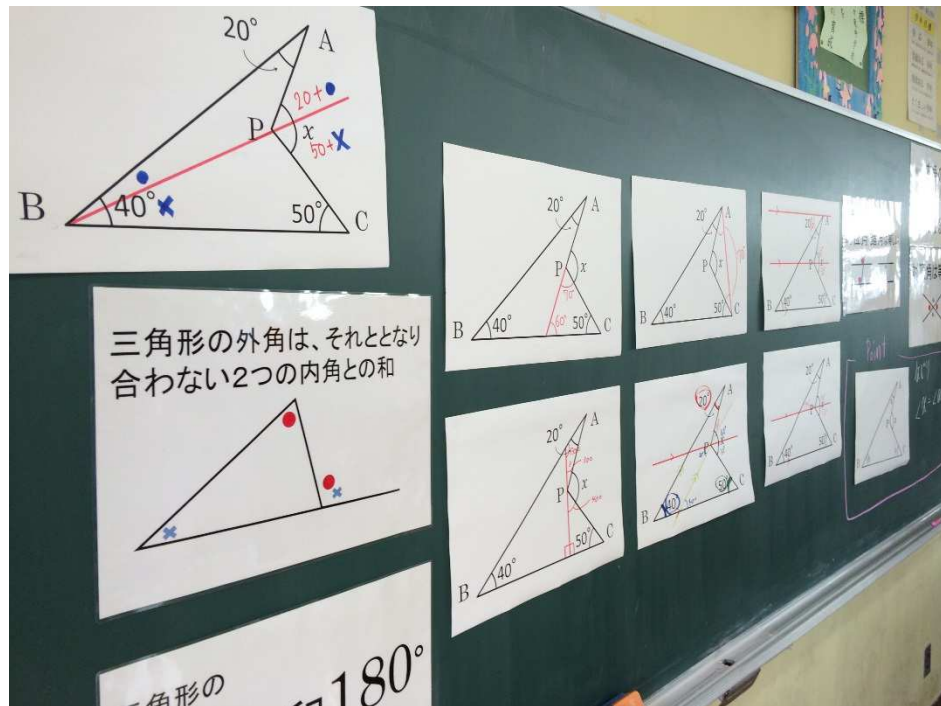
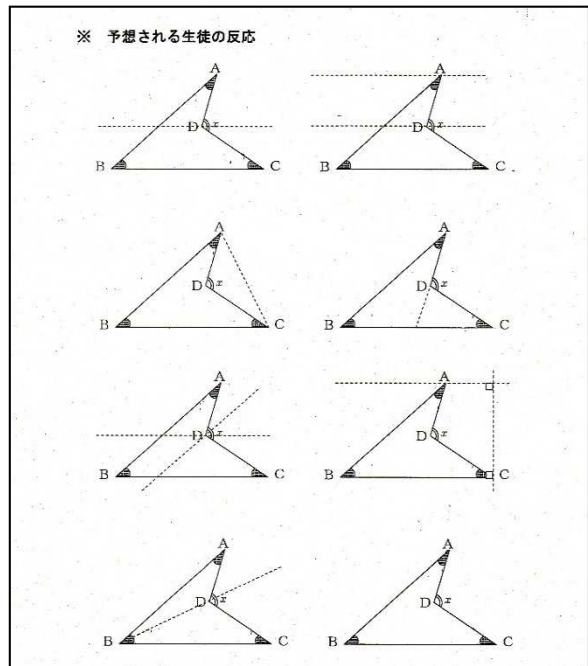
* 頂点を結ぶ線があったな。

* 垂線もあったな。

・各自、課題に取り組む。

* 平行線を引けば、同位角が等しくなるな。

* 三角形の外角の性質が使いそうだな。



3 課題解決の方法を説明する。

・数名のグループで、どのような補助線を引いたか、どのような根拠で説明ができるかを話し合う。

*自分と同じような考えだな。

*自分には無かった考えだな。

・グループの中で出てきた考えを、全体で確認する。



終末

10

4 本時のまとめをする。

・課題の一般化をする。


・具体的な角度を、文字で置き換えて考えさせる。

*文字で置き換えればいいな。

* $\angle a + \angle b + \angle c = \angle x$ になればいいな。

・どのような図形の性質を根拠にしているかを、明らかにしながら、文字を使って説明させる。

実践2 「比例と反比例」

過程	時間	主な学習活動	*予想される生徒の言動
導入	5	1 既習事項の確認。	<ul style="list-style-type: none"> ・比例、反比例の特徴が混ざらないように、きちんと分けて提示する。 *比例でxの値が2倍、3倍するとyの値も2倍、3倍となったな。 *反比例の式は$y = \frac{a}{x}$だったな。
展開	35	2 問題を確認する。	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>シュレッダーで細かくされたコピー用紙のごみは、A4の大きさのコピー用紙の何枚分になるか知りたいと思います。どのようにして調べればよいでしょうか。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・実際にシュレッダーで細かくされたごみを見せる。 *重さが分かればいい。 *A4用紙1枚分の重さって分かるのかな。  <ul style="list-style-type: none"> 3 問題を解決する。 <ul style="list-style-type: none"> ・表を書いて、値の変化の様子を捉えられるようにする。 ・自分の考えが分かるようにノートに書くようにする。 4 グループになって発表し合う。 <ul style="list-style-type: none"> ・グループになって話し合う際、自分のノートに書いてある表や式を見せながら説明するようにする。

終末	10	<p>5 まとめる</p> <ul style="list-style-type: none"> ・意図的に指名し、考え方を発表させる。 ・自分の考えに近いか、違っていたかを振り返られるようにする。

V 成果と課題

《成果》

数学的な見方や考え方を培うために、生徒同士の話し合い活動を取り入れることの重性を改めて実感した。そして、話し合い活動をするための準備をしっかりと行うことで、活動が活性化することが分かった。特に「説明スペース」。同様の取組を他の授業でも取り入れることで、書くことに慣れ、個人の段階で考える量も質も増えた。個人→集団→個人のサイクルも良いものとなった。また、「証明」の授業で筋道立てて考えた内容をノートに書いていくことにも、抵抗感が少なかった。

《課題》

ヒントカードを用意した授業もあればできない授業もあった。既習事項をフラッシュカードで振り返ってからの授業は意見交換が活発であったことから、個人（自己解決）の場面でつまづいてしまう生徒への支援を、よりよくしていく必要性を感じた。そしてなにより、基礎基本の定着が数学的な見方や考え方のベースになると実感した。

未来に生きる思考力・表現力を育む算数・数学教育

～数学的な活動を生かした数と式の指導～

桐生市立桜木中学校 原 英樹

I 主題設定の理由

学習指導要領では数学の目標として、「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」ことが挙げられている。数学科の学習では、数量や図形に関する基礎的な概念を身につけるだけでなく、身につけた数量や図形に関する知識、数学的な表現や処理、数学的な見方や考え方の基礎・基本を活用して、課題を解決していくために思考力・判断力・表現力などの実践的な資質・能力を培い、養っていくことが必要である。また、身につけた知識や技能を活用することのよさを感じ得ることで学ぶことの楽しさや充実感を味わうことができるようにしたいと考えている。

数学的活動のうち、中学校数学科で特に重視しているのは、①既習の数学を基にして数や図形の性質などを見出し発展させる活動、②日常生活や社会で数学を利用する活動、③数学的な表現を用いて根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動の三つである。

本校では、校内研修で「自ら学び、自ら考える生徒の育成」を主題に研修を行っている。その主題達成のために、生徒が意欲的に学習に取り組み、主体的な学習活動を行う必要があると考え、「学習意欲を高め、基礎・基本を確実に身につけさせる授業展開の工夫」という副主題を設定している。

このように、本校の研修主題にもあるように、基礎的・基本的な学力を身につけさせるために、数学的活動を通して、身につけた知識や技能を活用していく学習が、数学に対する学習意欲の向上につながり、自立的に生きる生徒を育てることができるものと考え、標記の研究主題を設定した。

II 研究目標

数と式の指導において、具体物を用いた数学的な操作活動を行ったり、数学的な表現を用いて自分なりに説明し伝え合う活動を授業に取り入れたりすることを通して、基礎的・基本的な知識や技能を習得するとともに、思考力・表現力を高め、数学を学ぶことの楽しさや意義を実感できることを実践を通して明らかにする。

III 研究内容

(1) 数学的な操作活動を取り入れた活動の工夫

正負の数や文字式、方程式での等式の性質を見出す場面や基礎的・基本的な知識や技能を習得する場面において、具体物を用いた数学的な操作活動を取り入れた授業を行う。

(2) 数学的な表現を用いて自分なりに説明し伝え合う活動の工夫

隣同士やグループ学習を行い、生徒同士による教え合う活動を取り入れ、個々の思考力や表現力を高められるようにする。

IV 実践例①

1 単元名 文字と式 (本時は1 / 2 1 時間目)






2 本時の目標

マッチ棒の本数の求め方を考え、その方法を説明したり、式を読みとって説明したりすることができる。

3 準備 教科書、学習プリント、ホワイトボード3枚

4 展開

学習活動	時間	指導上の留意点及び支援の工夫	評価規準
<p>課題. 次の図のように、マッチ棒を並べて正方形をつくっていきます。 正方形を20個つくるときは、マッチ棒は何本必要でしょうか。</p>			
○課題を知り、予想を立てる。	15分	<ul style="list-style-type: none"> ・マッチ棒を並べた図を提示し、課題を説明する。 ・直感的に課題をとらえさせ、予測した本数と考え方を発表させる。 ・生徒の予想 <ul style="list-style-type: none"> ㊦正方形が20個だから $4 \times 20 = 80$ 本 ㊧縦のマッチ棒が重なるから、その本数をひいて $80 - 20 = 60$ 本 ㊨正方形の個数が多くてよくわからない 	<ul style="list-style-type: none"> ・課題に意欲的に取り組もうとしているか。 <p>(観察) 【関意態】</p>
<p>Q1. 正方形を5個つくるときは、マッチ棒は何本必要でしょうか。また、10個のときはどうでしょうか。効率よく数える方法を、図にかいて考えてみましょう。</p>			
○マッチ棒の本数を求める方法を考え、説明する。	20分	<ul style="list-style-type: none"> ・1つの方法を取り上げ、図に示して、求める式を明示し、他にもいろいろな求める方法を考えさせる。 ・一人では考えられない生徒もいるので、隣同士やグループで教えたり教わったりして、立式させる。 ・他の方法も全体で取り上げ、同様に説明させる。その際、求め方をことばの式で説明させるようにする。 ・生徒の求め方 <ul style="list-style-type: none"> ㊦ $1 + 3 \times 5 = 16$ $1 + 3 \times (\text{正方形の数})$ ㊧ $4 + 3 \times (5 - 1) = 16$ $4 + 3 \times (\text{正方形の数} - 1)$ ㊨ $5 \times 2 + 5 + 1 = 16$ $(\text{正方形の数}) \times 2 + (\text{正方形の数} + 1)$ ㊩ $4 \times 5 - (5 - 1) = 16$ $4 \times (\text{正方形の数}) - (\text{正方形の数} - 1)$ 	<ul style="list-style-type: none"> ・マッチ棒の求め方を考え、その方法を説明することができる。 <p>(挙手・観察) 【数考】</p>
<p>Q2. Q1の式を使って、正方形を10個、20個つくるときの本数を求めてみよう。</p>			
○マッチ棒の本数を求める。	10分	<ul style="list-style-type: none"> ・Q1の式にあてはめて、計算させる。 	
○本時のまとめ	5分	<ul style="list-style-type: none"> ・次時は、正方形の個数をx個として、マッチ棒の本数を求める式を表すことを知らせておく。 	

	Q2		Q3	Q4	問題
1	 <p>(求め方) $4 + 3 \times 4 = 16$</p>	<p>(ことばの式)</p> $4 + 3 \times (\text{正方形の数} - 1)$	<p>31 本</p>	<p>61 本</p>	$4 + 3 \times (x - 1)$
2	 <p>(求め方) $5 \times 2 + 6 = 16$</p>	<p>(ことばの式)</p> $(\text{正方形の数}) \times 2 + (\text{正方形の数} + 1)$	<p>10 + 2 + (4 + 1) = 17 31 本</p>	<p>2x + 3 + (2x + 1) = 4x + 4 61 本</p>	$2x \times 2 + (x + 1)$
3	 <p>(求め方) $3 \times 5 + 1 = 16$</p>	<p>(ことばの式)</p> $3 \times (\text{正方形の数}) + 1$	<p>3x + 0 + 1 = 3x + 1 31 本</p>	<p>3x + 0 + 1 = 3x + 1 61 本</p>	$3x \times x + 1$
4	 <p>(求め方) $4 \times 5 - 9 = 16$</p>	<p>(ことばの式)</p> $4 \times (\text{正方形の数}) - (\text{正方形の数} - 1)$	<p>4x + 0 - (4 - 1) = 4x - 3 31 本</p>	<p>4x + 0 - (4 - 1) = 4x - 3 61 本</p>	$4 \times x - (x - 1)$
5	 <p>(求め方) $2 \times 5 + 5 + 1 = 16$</p>	<p>(ことばの式)</p> $2 \times (\text{正方形の数}) + (\text{正方形の数} + 1)$	<p>2x + 0 + 5 + 1 = 2x + 6 31 本</p>	<p>2x + 0 + 5 + 1 = 2x + 6 61 本</p>	$2 \times x + (x + 1)$

長方形の数を

IV 実践例②

1 単元名 1次方程式（本時は3 / 15時間目）

2 本時の目標

てんびんのつり合いのようすを示した模式図と対応させて、等式の性質を理解する。

3 準備 教科書、学習プリント、ホワイトボード3枚

4 展開

学習活動	時間	指導上の留意点及び支援の工夫	評価規準
<p>Q. 次の図のように、皿に3個の角砂糖とおもりをのせたてんびんがつり合っています。このときの角砂糖1個の重さは何gでしょうか。</p>			
○角砂糖1個の重さを考える。	15分	<ul style="list-style-type: none"> ・ 黒板やプリントのてんびんの模式図を見ながら、角砂糖1個の重さは何gになるか考えさせたい。計算して求めることもできるが、ここではてんびんを具体的にどうすれば求められるのかを考えさせ、模式図に考える手立て等を書き加えさせる。 ・ 一人で考えられない生徒もいるので、隣同士やグループで教えたり教わったりして、課題解決をさせる。 ・ 発表させるときも、てんびんの模式図を使って、説明させるようにする。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 角砂糖1個の重さを考えようとしているか。 （観察） 【関意態】
<p>課題. ①～③のてんびんがつり合っていることから、角砂糖1個の重さをx gとして、両方の皿の重さの関係をそれぞれ等式に表してみよう。</p>			
○てんびんのつり合っているようすの模式図を等式に表し、等式の性質について理解する。	20分	<ul style="list-style-type: none"> ・ 角砂糖1個の重さをx gとして、てんびんのつり合っているようすを示した模式図を、両方の皿の重さが等しいことから等式に表させる。 ・ 角砂糖1個の重さを求める過程から、このてんびんを用いた具体的操作と式変形を結びつけて、等式の性質について考えさせて理解させたい。 <p>① $3x + 2 = 20$ \downarrow <u>両辺に2を加える</u> ② $3x = 18$ \downarrow <u>両辺を3でわる(1/3をかける)</u> ③ $x = 6$</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 等式の性質について理解できたか （挙手・観察） 【知理】
○等式の性質についてまとめる。	10分	<ul style="list-style-type: none"> ・ てんびんのつり合いのようすをイメージさせながら教科書 P. 84 の等式の性質(1)～(5)についてまとめさせていきたい。 	
○本時のまとめ	5分	<ul style="list-style-type: none"> ・ 本時の学習を振り返り、等式には、てんびんと同じような性質があることを確認させる。 ・ 次時は、この等式の性質を使って、方程式を解くことを知らせる。 	

9/10

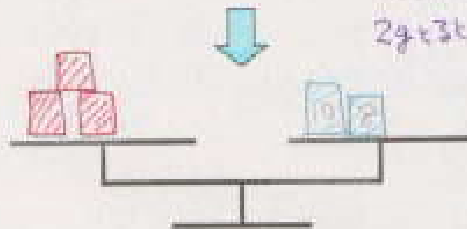
⑤ 等式の性質を考えよう。

14

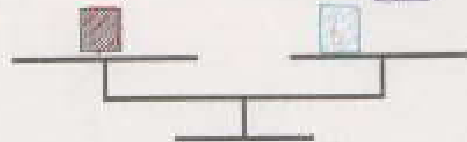
Q 下の図のように、皿に3個の角砂糖とおもりをのせててんびんがつり合っている。このときの角砂糖1個の重さは何gになるでしょうか。



両方の皿から
2gと3g



両方の皿の
重さを半にする



$$3x + 2 = 20$$

↓ 両辺から

$$3x = 18$$

↓ 両辺を3で割る

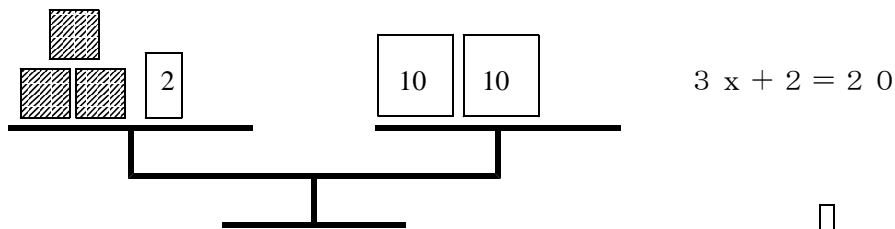
$$x = 6$$

等式の性質

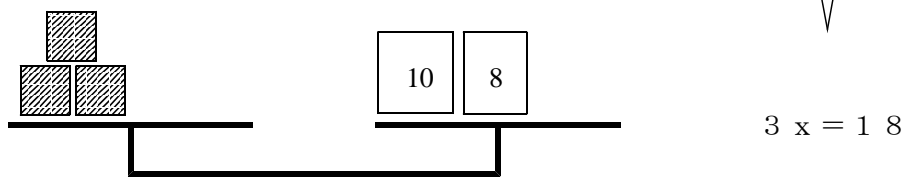
- ① 等式の両辺に同じ数や式を加えれば等式は成り立つ。
 $A = B$ ならば $A + C = B + C$
- ② 両辺から同じ数や式を引けば等式は成り立つ。
 $A = B$ ならば $A - C = B - C$
- ③ 両辺に同じ数をかければ等式は成り立つ。
 $A = B$ ならば $AC = BC$
- ④ 両辺を同じ数で割れば等式は成り立つ。
 $A = B$ ならば $\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$ ($C \neq 0$ (C=0だと割り))

0 0
0 0

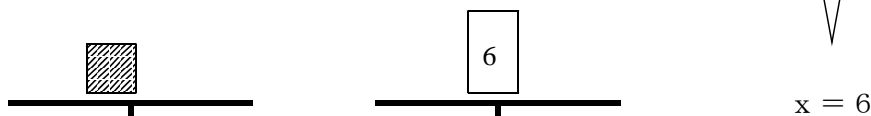
Q 下の図のように、皿に3個の角砂糖とおもりをのせたてんびんが
つり合っている。このときの角砂糖1個の重さは何gになるでしょうか。
つり合っている



両方の皿から2gとる



両方の皿の重さを
1/3にする



両辺から
2をひく

両辺を3でわる
または
1/3にする

V 成果と課題

(1) 成果

- ・新しい単元の導入や、基礎的・基本的な知識や技能を習得する場面において、具体物を用いた数学的な操作活動を取り入れた授業を行ってきたことで、生徒の興味・関心を高め、基礎的・基本的な内容の理解を深めることができた。
- ・隣同士やグループでの説明・教え合う活動を設けることによって、個人追求で明らかにした自分の考えをもって主体的に交流に臨むようになり、積極的に自分の考えを表現しようとする姿が増えてきた。

(2) 課題

- ・さらに、学習したことを身近な問題に活用する課題を取り入れ、数学を学ぶことの楽しさや意義を実感できるような授業を計画的に実践していきたい。
- ・少人数での交流だけでなく、全体の場においても相手に伝わるように、自分の考えを伝えることが大切である。そのためにも、計画的にグループでの説明・教え合う活動を取り入れていき、思考力や表現力を培い、養っていくことが必要である。