

平成 28 年度

# 報 告 書

研究資料 No.42

2017 年 3 月

群馬県小学校・中学校教育研究会

中学校数学部会

# 目 次

## 全体研究主題「ともに学ぶ算数・数学教育の創造」

- 1 実物教材と ICT 教材を併用した空間図形指導の充実 A-1～  
中之条町立中之条中学校 堀江 優
- 2 数学への学習意欲を高める手立ての工夫を通して B-1～  
沼田市立沼田西中学校 金子 平
- 3 数学的な見方・考え方を培う指導 C-1～  
渋川市立古巻中学校 上ノ内 道
- 4 数学への関心や学習意欲を育てる授業  
渋川市立伊香保中学校 佐々木 良介
- 5 教具を操作することによる考え方の深まりについて D-1～  
昭和村立昭和中学校 生方 裕一郎
- 6 主体的に考え、表現する活動を通して E-1～  
前橋市立荒砥中学校 羽鳥 和典
- 7 学び合いや振り返りを通して F-1～  
伊勢崎市立境北中学校 都筑 陵
- 8 「教えて考えさせる授業」のスタイルを取り入れた数学の授業の指導と効果に関する考察  
伊勢崎市立境西中学校 樺澤 好久
- 9 図形指導を通じた、数学的な思考力と数学的な表現力の育成 G-1～  
玉村町立南中学校 清水 海志
- 10 数学における環境構成の充実を図ったきめ細やかな指導 H-1～  
安中市立松井田東中学校 瀬間 忠仕
- 11 理解を深める言語活動 I-1～  
甘楽町立甘楽中学校 大佐古 倫徳
- 12 実感を伴って理解し、論理的に考察し表現する数学的活動の充実  
富岡市立南中学校 井上 智仁
- 13 『三平方の定理』から見直した9年間の学びのつながり J-1～  
藤岡市立鬼石中学校 五十嵐 義雄
- 14 思考力・判断力・表現力を育成するための言語活動の工夫 K-1～  
高崎市立片岡中学校 鈴木 悠太
- 15 論証する力を育てる論証指導の工夫  
高崎市立矢中中学校 白田 要介
- 16 「言語活動の場」を取り入れた授業作りを通して L-1～  
館林市立第四中学校 須永 和則
- 17 観察、操作や実験を重視した図形指導 M-1～  
板倉町立板倉中学校 金子 周平
- 18 数学好きな生徒を育てる指導 N-1～  
太田市立太田中学校 山中 樹
- 19 文字式による論証能力育成に関する研究・6次報告  
太田市立藪塚本町中学校 樋口 孝行
- 20 数学的活動を生かした関数指導 O-1～  
みどり市立大間々中学校 茂木 亜希子
- 21 数学への関心や学習意欲を育てるための指導形態の工夫 P-1～  
桐生市立新里中学校 須永 綾子

## 研究主題 ともに学ぶ算数・数学授業の創造

### サブテーマ ～実物教材とICT教材を併用した空間図形指導の充実～

中之条町立中之条中学校 堀江 優

#### I サブテーマ設定の理由

学習指導要領では「1年 B 図形領域」の空間図形の指導について、「観察、操作や実験などの活動を通して、空間図形についての理解を深めるとともに、図形の計量についての能力を伸ばす。」と記述されている。内容としては「(2) イ 空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されるものととらえたり、空間図形を平面上に表現して平面上の表現から空間図形の性質を読み取ったりすること。」が示されている。空間図形を平面上に表現する方法は、見取図、展開図、投影図の3つの方法を扱う。

従来の指導では、空間図形を観察する際に立体模型を用いることが多かったと考えられる。実際に触れることができ、自分で立体を動かしながら分析できることが立体模型の長所である。しかし、実際に人数分の立体模型を用意して全員に観察させるのは手間が多く、また授業者が代表として立体模型を提示しても、生徒は立ち位置によって様々な角度から立体を観察することになるため、具体的なイメージをつかみにくい。加えて、平面図形の運動によって立体ができる様子など、実物の教材では生徒に観察させにくい学習内容も空間図形の單元には含まれている。さらに、空間図形の学習には空間を把握する能力が必要である。そのため、実物の教材と口頭のみ説明では授業の内容をよく理解できない生徒が少なからずいることが予想される。そういった生徒への支援の手立てとして、画面上の立体モデルを活用しておく。このことによって生徒に具体的な立体のイメージを持たせながら授業を行うことができるのではないかと考えた。ICT教材を使えば生徒の視点を固定化することができ、回転体ができる様子など現実では観察や実験をしにくい事象も、画面上で視覚的に生徒に示すことができる。加えて、今回の研究ではICT教材を用いるだけでなく、実物の教材との併用を研究のテーマに含めることにした。ICT教材はあくまで補助的な教材である。実物教材より優れた面もあれば、及ばない面も多くある。今回の研究を始めるにあたり、実物の教材とICT教材の双方の長所・短所を分析し、それぞれの不足する面を補いながら併用していくことで、より空間図形の指導を充実させられるものと考えた。さらにICT教材を使うタイミングや提示の仕方も考察し、よりよい授業を検討していくことを含めて、今回のサブテーマを設定した。

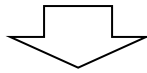
#### II 研究目標

空間図形の授業で、実物教材とICT教材とを互いに補完し合って活用することによって、生徒がより空間図形に対する理解を深められることを、実践を通して明らかにする。

### Ⅲ 研究内容 構成図

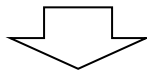
#### 数学科の目標

数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。



#### 図形領域の1学年の目標

B(2) 平面図形や空間図形についての観察、操作や実験などの活動を通して、図形に対する直観的な見方や考え方を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を培う。



#### 領域の内容(空間図形)

(2) 観察、操作や実験などの活動を通して、空間図形についての理解を深めるとともに、図形の計量についての能力を伸ばす。

ア：空間における直線や平面の位置関係を知ること

イ：空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されるものととらえたり、空間図形を平面上に表現して平面上の表現から空間図形の性質を読み取ったりすること。

ウ：扇形の弧の長さや面積並びに基本的な柱体、錐体及び球の表面積と体積を求めること。

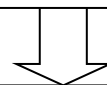


時	学習題材	学習のねらい
1	いろいろな立体	・立体をいろいろな見方で分類できる。
2		・多面体の意味とそれぞれの立体の特徴を理解する。
3	正多面体	・正多面体の意味とそれらの特徴を理解する。
4	直線と平面の位置関係	・空間内にある直線と平面の意味を理解する。
5		・空間内にある平面の決定条件を理解する。
6	ねじれの位置	・空間にある直線、平面の相互の関係を理解する。
7	平面と垂直	・空間内にある直線と平面の垂直を理解する。
8	平面と平面のつくる角	・平面と平面でつくる角を理解する。
9	面の動き・回転体	・角柱や円柱、円錐や球などを平面図形の移動によってできた立体と見ることができる
10	角柱・円柱の展開図	・角柱、円柱の展開図とその特徴を理解する。
11	円錐の展開図	・角錐、円錐の展開図とその特徴を理解する。
12		・投影図の意味を理解し、立体の投影図をかいたり、投影図からその立体を読みとったりすることができる。
13	角柱・円柱の体積	・角柱や円柱の体積の求め方を理解し、それらを求めることができる。
14	角錐・円錐の体積	・角錐や円錐の体積の求め方を理解し、それらを求めることができる。
15	角柱・円柱の表面積	・角柱や円柱の表面積の求め方を理解し、それらを求めることができる。
16	角錐・円錐の表面積	・円錐の体積の求め方を理解し、それらを求めることができる。
17	球の体積と表面積	・球の表面積や体積の求め方を理解し、それらを求めることができる。
18	練習問題・確認テスト	

#### ICT教材の良さ

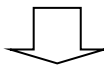
- ・実際には表現しにくい実験を画面上で行うことができる。
- ・注目させたい部分をわかりやすく指示できる。
- ・一度作成した教材は繰り返し表示ができ、より丁寧に指導を行うことができる。

ICT教材を用いることによって、より実感を伴った観察や実験を行うことができる。



#### ICT教材と実物教材の併用

実物の教材では表現できない実験の補助として、また実物では説明が足りない部分を補うものとして、ICT教材を用いていく。



#### 実践・検討

正多面体・面の移動・回転体・投影図・展開図の授業においてICT教材を用いた実践を行い、ねらいを達成できたかの検討を行う。

#### 学習のねらいを達成できる授業

・図形指導において、観察や操作、実験を実物の教具とICT教材を併用しながら授業を行うことによって、生徒の学習への理解をより一層深めていく。

○ 空間図形の授業における実物の教材と ICT 教材の長所と短所について

実物の教材と ICT 教材の長所と短所は以下の通りである。

	実物の教材	ICT 教材
長所	<ul style="list-style-type: none"> <li>・実際に触れることができ、立体の形を理解しやすい。</li> <li>・手に取って自由に回転させることができる。</li> <li>・観察者が動くことで、立体を様々な角度から観察できる。</li> <li>・生徒が説明に使いやすい。</li> <li>・持ち運びができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・画面上の立体を見せるため、観察の際に生徒の視点を統一することができる。</li> <li>・実物の教材ではシミュレーションしにくい事象も表現できる。</li> <li>・動きを伴った、視覚的にわかりやすい説明を行うことができる。</li> <li>・多種多様な立体を自由に作成・提示することができる。</li> </ul>
短所	<ul style="list-style-type: none"> <li>・生徒の席の位置や立ち位置によって見え方が変わってしまう。</li> <li>・回転体ができる様子など、実物の教材では表現しにくい単元がある。</li> <li>・言葉だけの説明では内容を理解できない生徒にとって、実物と口頭での説明では内容を理解できないことがある。</li> <li>・特別な立体を作るためには、手間をかけて新しく作らなければいけない。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・あくまで画面上の立体なので触れることや生徒の手で回転させることができない。</li> <li>・固定された視点でしか観察ができない。</li> <li>・持ち運びができない。</li> <li>・1 回ごとに映像が切り替わり、板書のように記録に残らない。</li> <li>・機具の準備や設置に時間がかかる。</li> <li>・予期せぬトラブルやエラーが起りやすい。</li> </ul>
適切と思われる扱い方	<ul style="list-style-type: none"> <li>・問題の提起、説明に扱う。</li> <li>・生徒に説明させるときに扱う。</li> <li>・個別に生徒を支援する際に、自分の手で動かすことができる補助教材として扱う。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・実物の教材で説明する際の補助として扱う。</li> <li>・現実では表現しにくい事象をシミュレーションするために扱う。</li> <li>・授業者や生徒の説明の確認として扱う。</li> </ul>

それぞれの教材を適切なタイミングで活用することで、生徒により深い授業内容の理解を促すことができると考え、授業の実践・検討を行った。

○使用する ICT 教材について

数学の授業において、ICT を利用した教材の活用の仕方としては以下のような例が挙げられる。

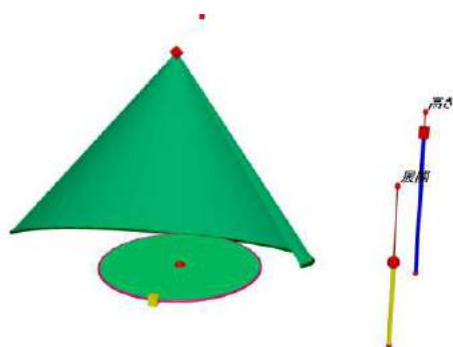
- ① グラフ作成ソフトや図形ソフトを用いて、現実ではシミュレーションしにくい事象の説明や、準備が大変な教材の代用、及び生徒の説明を確認する場面で ICT 教材を用いる。
- ② 生徒が画面上で実験したり、操作したりするために ICT 教材を扱う。デジタル教科書をタブレット端末上で扱う活用などがある。
- ③ 生徒が意見を発表したり、教員が生徒の意見を集約したりする手だとして ICT 教材を用いる。実物投影機を用いることや、パソコン室で生徒の PC を管理しながら授業を行う活用が挙げられる。
- ④ 授業の準備や手間を軽減するために用いる。PowerPoint や電子黒板を使い、複数の資料を画面上で繰り返し提示する活用が例として挙げられる。

学習指導要領の第1学年の図形指導の目標として、「(2) 観察・操作や実験などの活動を通して、図形に対する直観的な見方や考え方を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を培う」ことが述べられている。今回の研究では主に①、④の活用を意図して ICT 教材を扱うことにした。生徒に立体を観察させる上で、図形ソフトを用いて新しいアプローチを行い、生徒の空間図形に対する直観的な見方や考え方などを伸ばすとともに、具体的なイメージを持って問題に取り組めるよう促していきたい。本研究では以下のソフトウェアを使用した。

ア、 CABRI3D V2G・RAPES 3D・Geogebra

CABRI3D V2 (以下 CABRI 3D) はフランスの Cabrilog 社が販売している立体モデルの描画ソフトである。簡潔な操作で立体のモデルを作成することができ、立体を様々な角度から観察することができる。CABRI 3D は有料のソフトであるが、本研究の内容はフリーソフトである GRAPES 3D と Geogebra、電子教科書の教材で代用することができる。このソフトの一番の長所は、実際にはシミュレーションしにくい事象を画面上で明快に示すことができる点である。例えば円錐の展開図を生徒に指導する際には紙で作成した円錐を切り開いて観察させる方法がある。しかし、この方法では一回切り取ってしまえばその後は使えない。また、限定された例しか示すことができない。そこで ICT 教材を併用して用いることで、多様な例を繰り返し画面上で提示することができる。(図1) 他の例として、回転体の学習では動きのあるシミュレーションを画面上で提示することができる。(図2) このように、ICT教材を用いることで生徒に視覚的なイメージを持たせながら、授業の内容の理解を促すことができる。

(図1)

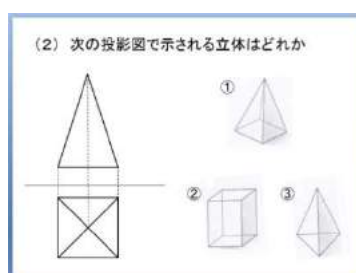
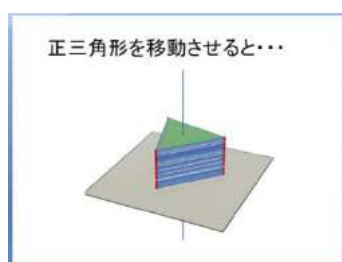


(図2)



イ、 PowerPoint


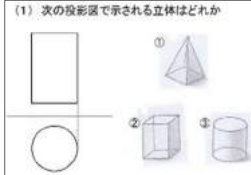
スライドを作成することで問題をクイズ形式で出題ができる。紙や写真などで代用することもできるが、画面を使えば毎回貼り替える必要がなく時間の短縮となるため、今回の授業実践で使用した。

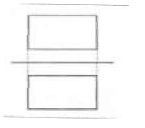


IV 実践例 単元名「投影図」

授業のねらい：投影図の意味を理解し、投影図から立体を読み取ったり、見取図をかいたりすることができる。

<展 開>

○学 習 活 動 生徒の反応	時間 ○指導上の留意点と支援 ◇評価 ◎努力を要する生徒の支援、及びT2の支援
<p>○導入の問題に取り組む。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>&lt;問題&gt;</p> <p>次の図はある立体をいろいろな方向から見たときの図です。この立体は何でしょうか？</p> <div style="text-align: center;">  </div> </div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-top: 5px;"> <ul style="list-style-type: none"> <li>・立方体みたいだけど六角形にもなっているな。はっきりわからないな。</li> </ul> </div> <p>○正面から見たら三角形、真上から見たら円になる立体を考える。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-top: 5px;"> <ul style="list-style-type: none"> <li>・三角形になるからとがっている立体だな。</li> <li>・真上から見ると円だから底が丸い立体だな。</li> </ul> </div>	<p>5</p> <p>&lt;実物の教材を使う場面&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○六角形から提示し、どんな立体かを考えさせるように図を提示していく。</li> <li>○周りの生徒と相談させ、正解を考えさせる。</li> <li>○立方体をどこから見た図なのかを生徒に説明させる。</li> <li>◎立体の模型を教卓に並べて置いておくことで生徒が立体を考えるヒントとする。</li> </ul> <p>&lt;ICT教材を使う場面&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○面の境目がわかるようにした立体のモデルを画面上で提示し、見る角度によって色々な形に見える方が変化する様子を観察させる。</li> <li>○画面上で説明を行う際には、生徒がきちんと画面に注目させるように留意する。</li> <li>○実物の模型で円錐を正面から見た形、真上から見た形を確認した後で、画面上で円錐を正面と真上から観察する様子を観察する。</li> </ul>
<p>○投影図について知る。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・三角柱の投影図を例として、立体を投影図に表す方法を知る。</li> </ul> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-top: 5px;"> <ul style="list-style-type: none"> <li>・立体を一方向から見た形をかげばいいんだな。</li> <li>・立面図を上、平面図を下にかげばいいんだな。</li> </ul> </div>	<p>1 0</p> <p>&lt;ICT教材を使う場面&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○画面上で立体の影がそれぞれ立面図、平面図になることをアニメーションで見せる。</li> <li>◎ワークシートに図を用意し、言葉を書き込めるようにしておく。また、書き込みが遅い生徒について支援を行う。</li> </ul>
<p>○投影図から正しい立体を選ぶ問題に取り組む。</p> <div style="text-align: center;">  </div>	<p>1 0</p> <p>&lt;ICT教材を使う場面&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○スライドを使い、問題を見やすく提示する。</li> <li>○解答を挙手でさせることで全体の理解度が見えるように配慮する。</li> </ul>

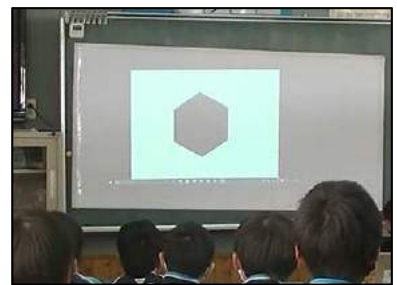
<p>○柱体と錐体、それぞれの立面図の特徴を考え、ワークシートにまとめる。</p> <p>・柱体なら長方形、錐体なら三角形に立面図がなるんだな。</p>		<p><u>&lt;ICT教材を使う場面&gt;</u></p> <p>○実物の模型と画面上での立体を合わせて提示し、立面図の形によって立体の種類がある程度まで判断できることを理解させる。</p>
<p>○与えられた投影図から立体の名前を答える問題に取り組む。</p> <p>・応用問題として球の投影図を扱う。</p> <p>・立面図から柱体か錐体かわかれば底面の形から立体がわかるな。</p> <p>・立面図が長方形でも三角形でもない立体は何だろう。</p> <p>○投影図から立体の見取り図をかく。</p> <p>・立面図が三角形で底面が円だから、円錐の見取り図をかけばいいんだな。</p>	7	<p>○まず初めに柱体か錐体かを判断するように声かけを行う。</p> <p>○ワークシートの裏にいくつかの立体を載せておき、立体の名前がわからない生徒にはそれを見るように指示する。</p> <p>◇与えられた投影図から立体の名前をかくことができる。 (ワークシート、観察)【数学的な技能】</p> <p>○見取り図は定規を使わずにフリーハンドでかくように指示する。</p>
<p>○立面図とともに長方形である投影図をもとに立体の見取り図をかく。</p> <p>右の投影図から立体の見取り図をかきなさい。</p>  <p>・考えられる立体は一つだけかを問いかけることで、正解が複数あることに気付かせる。</p> <p>・直方体なら条件に合うな。</p> <p>・この投影図だと正解が一つに決まらないな。</p> <p>・立体を一つに決めるためには何が必要であるかを問いかけ、三面図を紹介する。</p> <p>・横から見た形がわかるとどんな立体か判断できるな。</p>	1 5	<p>○何人かの生徒を指名し、黒板に解答をかかせる。</p> <p>○立体の形が思いつかない生徒に、できている生徒に教えてもらったり、図を参考にしたりしていいことを伝える。</p> <p>◇いろいろな立体の形が考えられる投影図から、複数の立体を考えることができる。 (ワークシート、観察)【見方・考え方】</p> <p><u>&lt;ICT教材を使う場面&gt;</u></p> <p>○正答になる立体を画面上で動かし、どの立体も投影図が同じになることを確認させる。</p> <p>○右側面図を投影図に追加することで、立体の特徴がより詳しくわかることを、画面上の図で説明する。</p>
<p>○日常生活で投影図が使われている例を紹介する。</p> <p>・投影図の考え方は、設計図や間取り図に使われているんだな。</p> <p>・次回の予告をして授業を終える。</p>	3	<p><u>&lt;ICT教材を使う場面&gt;</u></p> <p>○車の設計図や校舎図、学校の航空写真などの資料を、スライドを使って紹介し、本時で学習したことが日常の生活につながっていることを実感させる。</p> <p>○時間が余るようならワークで投影図の補充問題に取り組ませる。</p>



## ○授業について

### <成果>

- ・導入では立方体を色々な角度から見た図を提示した。図の形からどの角度で立方体を見たのかを考察させ、周りの生徒と確認や説明し合う活動をさせたことで、視点を決めて立体を見るという見方をイメージさせることができた。さらに ICT 教材を用いて立方体の見え方が変わる様子を見せたことで、立体の投影的な見方を視覚的、直感的に理解させることができた。
- ・ICT 教材を用いることで、口頭での説明だけでは理解できない生徒にもわかりやすく説明を行うことができた。また他の生徒が説明をした際にも、確認として ICT 教材を用いることで同様の効果が得られた。
- ・現実ではシミュレーションできない事象を、ICT 教材を用いて見せたことで、生徒の興味・関心をひきつけることができた。



### <課題>

- ・先に ICT 教材を用いて説明をしてしまうことによって、生徒の思考を止めてしまう場面があった。
- ・生徒が学習内容を確認する時間が ICT 教材を用いることによって短くなってしまいう場面があった。
- ・大切な用語や内容を板書に残しておくなど、学習内容を残せるような工夫がほしい。
- ・見取図をかかせる場面でも ICT 教材を用いた方が有効ではなかったか。  
(見取図の点線の部分など、実物では見えない部分は ICT 教材を使って見せるとよいのではないか。)

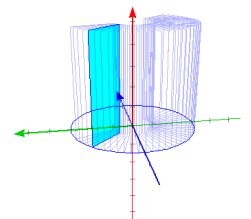
### <その他の授業での実践例>

#### ○「平面図形を移動させてできる立体」の授業での活用

実物の教材：竹ひごに平面図形を取り付けたもの

回転体の指導では、竹ひごに画用紙を取り付けた教材を提示し、回転させたらどんな立体ができるかを生徒に尋ねた。実際に回転させた後、もう一度尋ねてみると、3割程度の生徒はどんな立体ができるかイメージできている様子だった。しかし残りの生徒は実感が持てず、立体の形をうまくイメージすることができなかった。そこで ICT 教材を用いて、平面図形が回転して立体ができる様子を画面上で観察させた。動きのあるシミュレーションを見たことで、平面図形の運動の仕方を視覚的にイメージできたようである、

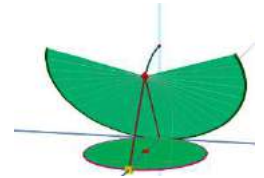
また、軸から離れた平面図形を回転させるとどのような立体ができるかを生徒に尋ねたところ、「中が空洞になる立体ができる」と答えた生徒が複数名いた。その考えを認め、画面上で立体を回転させ、上から観察をさせた。このことで全体でその生徒の考えを共有することができた。



○ 「円錐の展開図」の授業での活用

実物の教材：紙で作成した円錐の模型

円錐の展開図の授業では、実際に円錐を切り開くとどんな図形ができるか生徒に考えさせた。生徒からは様々な意見が出てきたが、実際に模型を切り開いて見せたことで、側面がおうぎ形になることを理解できたようだった。さらに、中心角が $180^\circ$  またはそれ以上になるおうぎ形について尋ねたところ、正解としてよいかどうかで二つに意見が分かれた。円錐の展開図が円錐の高さによって形を変えていく様子を、ICT教材を用いて観察させた。このことによって円錐の展開図では、側面のおうぎ形の中心角が $180^\circ$  以上になる場合があることを直観的に理解させることができた。



V 成果と課題

○ 研究の成果について

- ・問題を提起するには実物の教材、説明の確認には ICT の教材、というように役割を分けて活用することで、それぞれの特徴や長所を生かしながら授業ができた。
- ・投影図の授業の導入について、ICT教材を用いることで新しいアプローチを行うことができ、多様な見方で立体を観察させることができた。
- ・実物の教材と口頭の説明だけでは理解できない生徒への視覚的な支援として、ICT教材を有効に活用することができた。
- ・実物の教材ではシミュレーションしにくい事象を、ICT教材を用いて確認することで、授業内容をより深く理解させることができた。

○ 今後の課題について

- ・ICT教材は、あくまで実物教材の補助として扱うように留意しなければならない。ICT教材は画面上でわかりやすく説明ができるが、ICT教材を使うことに終始してしまうと、それによって生徒の思考を止めてしまい、深い学びが得られない可能性がある。
- ・ICT教材を一斉に提示するのではなく、必要な生徒にだけ用いる方法も検討していく。
- ・ICT教材を提示する順番やタイミングによって、生徒の思考の仕方や理解度が大きく変わることがわかった。効果的に活用できるよう、適切なタイミングを考えていく。
- ・実物で表現できない部分を ICT教材で補うことを主として授業をつくっていきたい。
- ・今回の研究で授業に用いた立体モデルは、厳密には立体ではなく、平面上に表現された動く見取図であるため、のぞき込むことや手にもって操作することはできない。ICT教材は万能ではなく、限界もある。今後も長所と短所を見極め、常に生徒の理解を深めることを目的として ICT教材を扱うようにしていく。

## I サブテーマ設定の理由

中学校学習指導要領には数学科の目標として「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる」（文部科学省，2010:P.47）と示されている。

この目標からも分かるように数学を学ぼうとすることで、数学的活動を通して数学の楽しさやよさを生徒自身が実感できることが大切であると考えます。また解説には「数学のよさを実感できるようにするためには、数学を学ぶ過程で、数学的な知識及び技能、数学的な見方や考え方などを用いることによって能率的に処理できるようになったり、簡潔かつ明瞭に表現できるようになったり、事柄を適確にとらえることができるようになったりしたことを、その過程を振り返るなどして明確に意識できるようにすることが大切である」（文部科学省，2010:P.18）と書かれています。生徒が数学的活動を楽しく行うためには生徒が疑問を抱き、探究心をかき立てるような授業、さらには生徒が集団で考え、答えを導き出していく活動を組み立てていくことが必要であると考えました。数学が苦手な生徒は問題を読むだけで「難しそう」「解けない・・・」となってしまう探究の意欲が湧きにくい。そこで、考えることが苦手な生徒や、数学が嫌いという生徒も「今日の授業は何をするのだろうか」「やってみようか」という気持ちにさせる方法はないかと考えた。この「今日の授業は何をするのだろうか」「やってみようか」が生徒の学習意欲の高まりに大きくつながるものであり、学習意欲を高める手立てを教師が講じることが、数学の楽しさやよさを実感する第一歩につながると考える。生徒が主体的に問題にかかわれない授業、教師の説明中心の授業では、生徒が達成感を味わうことはまず難しい。

今年度、本校の校内研修の主題は「確かな学力を身に付けた生徒の育成」である。この主題を受けて、自己のサブテーマは「数学への学習意欲を高める手立ての工夫を通して」とした。そして、一個人の研究ではなく、本校の数学担当者全員が主題を基に授業実践を行い、それぞれの授業実践の中から成果や課題を見つけていきたいと考えている。それぞれの教員の工夫された手立てを共有し、改善していくことで、さらなる学習意欲の向上を目指していきたい。毎時間の授業の中で、教員の過度の負担にならず、そして、生徒にとって実のあることを考えていくことが今回の研究だけでなく、今後の授業を構想していく上でも大切であると考えます。少しの工夫で大きな成果が見込まれる手立てを考えていく良い機会としたい。そして、研究後も続けていけるような授業実践を行っていきたい。

私は「生徒が数学が好きになること」を目標として授業を行っている。生徒の数学への学習意欲を高める手立ての工夫は、その実現のための重要な手立ての一つになり得ると考え、本テーマを設定した。

## II 研究目標

「図形」領域において生徒の学習意欲を高めるために「環境づくりの工夫」、「ICT等を活用した教材・教具の工夫」、について、実践を通して研究し、その有効性を明らかにする。

## III 研究内容

生徒（対象生徒：3年生標準コース45人）（図1）にアンケートをとった結果、数学

が楽しい生徒が31人(76%)いる。それに対して、得意とと思っている生徒が12人(27%)に減少してしまう。楽しいのに得意にならない部分が大きな課題であると考えられる。また、「数学の授業でどんなことがあったら意欲的に取り組むことができますか?」という設問において(図2)、学びあいをしたいと思ったり、発表をしたいと思ったりする生徒がいることが分かる。

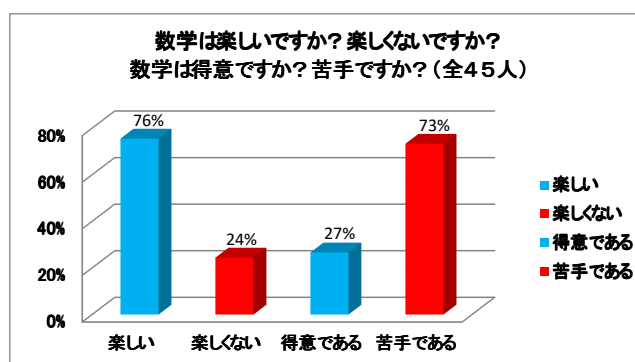


図1

図2の意見の中に「プリントで授業するのではなく、ノートを使った授業の方が意欲的に取り組めると思う」があった。このように授業のまとめ方にも生徒一人一人の考え方が違うことが分かる。数学が嫌いな生徒にとって、一枚の学習プリントの中にたくさんのことが書いてある、または書かなくてはならないということで学習意欲が半減されてしまう場合が多い。「書く」という作業が、生徒にとって主な活動になってしまうことは、本研究で目指すことと相反するものである。

## Q. 数学の授業でどんなことがあったら意欲的に取り組むことができますか?

### ○生徒の解答

- ・意見の交流など(友と考える)
- ・個人の発表する機会が多いこと
- ・目標やめあてなど、今日はどこまで終わりにするなどの具体的な提示
- ・分からない問題があったら、頭のいい人に教えてもらう。
- ・解けそうで解けない問題があると燃える。
- ・パソコンやモニターで動かしながらやること
- ・苦手意識がなくなれば意欲的に取り組むことができる。

図2

#### (1) 環境づくりの工夫

教材・教具の工夫と同時に、生徒たちの意欲を高められるような学習環境を作ることも大切であると考えられる。50分間の授業をどう組み立てるかを教師が生徒の気持ちになって考えることによって、生徒がどんな場面で達成感を持つのか、また、生徒に1時間の授業の中で満足感を持たすことができるかを考えながら学習環境(物的・人的)を考えることは非常に重要だと考える。

また、学習プリントの「書く」内容を吟味するとともに、生徒にとって見やすく分かりやすい、さらにまとめやすい板書と提示の工夫をすることで、生徒が主体的に授業に参加できるようにしたい。

#### (2) ICT等を活用した教材・教具の工夫

生徒たちが問題に疑問を持ち、「どうなるんだろう」、「解いてみたい」と思うことは問題解決に向けた意欲面において非常に大切なことである。最初にその疑問を持つことで問

題にのめり込んでいけるはずである。そこで、生徒たちが疑問を持つような教材・教具を工夫し、探究心を引き出せるような教具を工夫していきたい。本校ではデジタル教科書を導入している。生徒への問題提示や確認事項など、教師が黒板に板書するより大幅な時間短縮となることと、1年から3年までの確認したい定義や性質が即座に提示できる利点がある(図3)。こういった点からICT等も上手く活用しながら、さらに生徒たちの意欲を引き出していきたい。

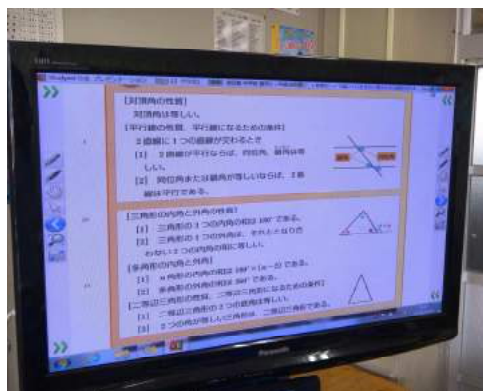


図3

#### IV 実践例

##### (1) 環境づくりの工夫

**「数学の授業でどんなことがあったら意欲的に取り**

**組むことができますか？」**

という設問の解答(図2)を元に、授業を組み立ててみた。まずは、問題の選定であるが相似条件を使った証明を扱って4時間目の授業であったため、問題の難度を高校入試レベルにして少し高めに設定した(図4)。証明の基本的な問題を扱

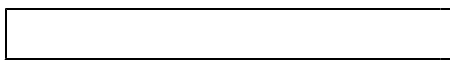
い、証明の流れを掴み、

その後じっくりと考えて答えを導き出すような問題を提示した。生徒の意見の中にあつた**「解けそうで解けない問題があると燃える」**がまさに生徒の学習意欲を高めるために有効になると考えたためである。さらに、できそうな相似な三角形を自分たちで見つけさせ、その探した三角形の相似を実際に証明させた。さらに図4の問題のように自分で相似な三角形を見つけさせ、自分で探した相似な三角形を証明させる問題設定にした。

自分で問題を作り、それを証明するという問題設定をした事で、普段自分の意見をあまり発言しない生徒が隣の生徒と積極的に意見交流をする事ができた。学習意欲を高めるためには、教師側がどん

**問** 下の図のような、辺ACが共通な2つの二等辺三角形ABCとACDがあり、 $AB=AC=AD$ である。  
 $\angle ACB$ の二等分線と辺DAの延長との交点をEとし、  
 辺ABとCEとの交点をFとする。

$\angle ACE = \angle ADC$ のとき



を証明しなさい。

- (1) □に入る証明できる相似な三角形を自分で探そう。
- (2) 自分やグループで探したことを証明してみよう。

図4

#### ○授業の流れ

○問題を提示して、証明できそうな相似な三角形を探す。

(最初は個人、その後2人組で)



○自分で探した相似な三角形を実際に証明する。

(最初は個人、その後は2人組で)



○考え方が2人とも分かったら、考え方を教師に説明する。

(自分の言葉で)



○説明が終わったら、文章で証明させるか、まだ解けていない生徒のサポートをさせる。

図5

な力を生徒に身に付けさせたいか考え、その考えに見合った問題の吟味をしっかりとする事が重要であり、それにより生徒の意欲は増し、自然と意見の交流や積極的な活動ができるようになる事が確認できた。

次に、授業の流れを考えた（前頁図5）。授業では証明を「書く」ことを最終目標として、まずは自分の証明の考えを自分の言葉で相手に伝える事に取り組む事とした。理由として、自分の考えをまずは自分の言葉で伝えられる（説明できる）ことが大切であり、自分の考えを言葉で説明できなければ、それを証明として文章で「書く」事につなげていくのは難しいと考えたためである。そのため、自分が探した相似な三角形の中で、証明したいものに挙手をさせ、同じ問題を選んだ生徒同士で2人組を作った。まずは個人で考えた後、2人組で考え方を伝え合わせようとしたが、今回は生徒たちが2人組で考えたいという意見が多かったので、最初から2人組で問題解決に取り組ませた。2人組で考えているときには、証明に必要な等しい角などをコルクボードの図や空いているスペースに式として自由に書かせた。すると、お互い話し合いを進める中で結論までの流れを自分たちの言葉で筋道を考えて、教師に説明する事ができた。普段は、発言が少ない生徒でも、教師側が意見を交流させる環境をしっかりと作る事（自分で問題を探し、自分の探した問題を証明する【解く】）で、生徒は積極的に自分の考えを伝え合い、結論までたどり着く事ができた。最終的には、すべての組が教師に説明ができ、自分の言葉で「書く」所まで到達する事ができた。また、教師に説明する前に証明を文章で書いてから説明する生徒もいた。この生徒は証明の流れが頭の中で完成しており、「書く」ことに抵抗がない事、書く事によって説明する事につなげている事が分かる。このことから授業の流れを、自分の考えを「伝える」→文章に「書く」に固定するのではなく、文章に「書く」→「伝える」という流れも柔軟に取り入れる事で、生徒の活動が止まることなく問題解決を進められる事につながった。教師が生徒の反応に応じた適確な手立てを予想し、予想していない反応に対しても、迅速な手立てを打てる事が生徒の学習意欲を高め、生徒が積極的に活動するための環境づくりには大切であることが分かった。

## （2）ICT等を活用した教材・教具の工夫

ICT教材を授業の中で取り入れる事を考えた際に、最初は問題の図を提示する事や、事項を確認する手立てとして考えていた。しかし、授業を進める中で、ただ問題の図を1時間映しておくよりも、問題解決のヒントなど、適確に画面に出す事が有効な手立てになると考えた。また、「残すべきものと、残さなくて良いものを板書とICTとで使い分ける」アドバイスをもらい、今回実践してみた。

まずは、ICTと連動してコルクボードとゴムを使った教材を用意した。そして、このコルクボードを使って発見した相似な三角形を教師側で用意した相似な三角形の図（図6）を大型テレビで映し出すようにした。最初は個人で相似な三角形を探せたが個別では、どの三角形なのか迷う様子が伺えた。そこでコルクボードを2人に1つ用意して、隣の生徒と話し合いながら探すように指示をした。すると、どのグループも、コルクボードにゴムを付けて探すという操作的活動を通して相似な三角形を探す事ができた（次頁図7）。プリントを見ているだけでは難しかったが、こういった操作的活動が相似な三角形を探すための手立てになったと考える。また、ゴムを簡単に付けたり、外したりする事ができたのも、自分たちで探した三角形同士が、視覚的に正しいかどうか判断するのに良い道具として機能したと考えられる。そして、フラッシュカードだけでは難しい生徒も図7の図を大型テレビに映し出した事で、自分で探せな

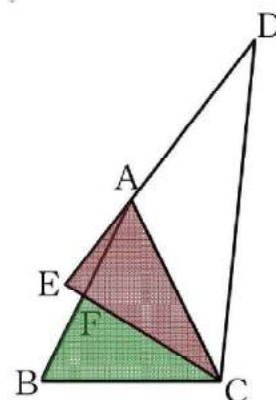


図6

かった相似な三角形を理解するのに、視覚でとらえる事ができ、理解が容易になった。またコルクボードは証明の際にも活用させた。その結果、コルクボードを使った事で、仮定や、性質から導き出される発見した事を自由に図に書き込む事ができ、相似条件に結びつける事が容易になったと考えられる。また、問題解決の際に生徒の活動が止まる場面があった。そのため、ヒントとなる図を作成して生徒の活動の様子を見て、各問題のヒントを大型テレビに映した(図8)。

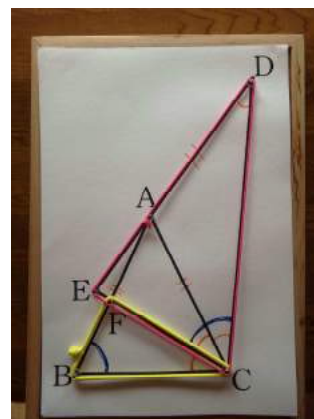


図7

等しい角や問題解決につながる二等辺三角形を見つけて提示する事で、生徒がつまづくことなく問題解決を進める事ができた。個々にヒントを与えるのと同時に、一斉にヒントを与える事で、問題解決をスムーズに進める事ができた。こういったことから、ICTを授業の中で上手く活用する事は、生徒のつまづきへの手立てにはとても有効であると考えられる。また、今回のような操作的活動から問題解決につながる事ができる教具は、自分の考えを説明するのに非常に有効であると考えられる。



2人組の活動

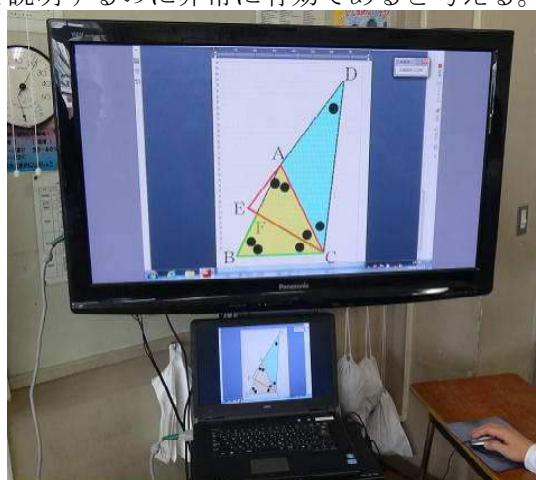


図8

## V 成果と課題

### ○成果

- 図形領域終了後、生徒にアンケートをとった結果2年生の時に比べて、図形の問題を解く事ができるようになったと28人(64%)の生徒が答えた(図9)。実際に証明についてどのくらいできるようになったか、確認するテストを行った(次頁図10)。教科書レベルの基本的な問題は正解38人(86.4%)、根拠が不十分な生徒が6人(13.6%)、無解答0人だった。発展的な問題3(1)においては、正解17人(38.6%)、根拠が不十分な生徒が25人(56.8%)、無解答2人(4.5%)であった。それぞれの問題において無解答がほとんどいかなかった。自分の考えをかこうとする姿勢が見られた結果と言える(次頁図11)。

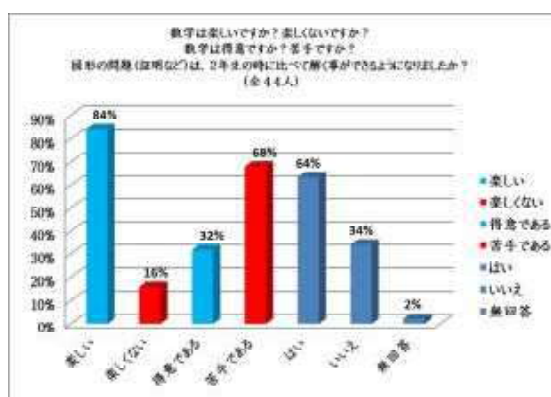


図9

- 生徒同士の意見交流が大幅に増えた。隣の生徒や後ろの生徒など自分の考えを伝えたり、分からない生徒に率先して教える姿が多く見られるようになった。アンケート結果から

も学びあいを授業の中に取り入れる事で、「自分の考えが 持てるようになった」という意見が複数あった。学びあいの時間を設定する事で、自分の考えを持つ事につながり、また自分の考えを相手に伝えることで自分の考えがより深まる事につながった。こういった面からも教師側が学習環境を整える事は生徒の学習意欲を高める上で有効であると改めて感じた。

- 図形領域において、今回に使ったコルクボードのように、操作的活動を取り入れる事は、証明などにおける相似条件に必要な条件を探すのに有効であり、自分の考えを説明する時の有効な手助けになる。そして、そのことは証明を文章にまとめるにも効果的に働く。

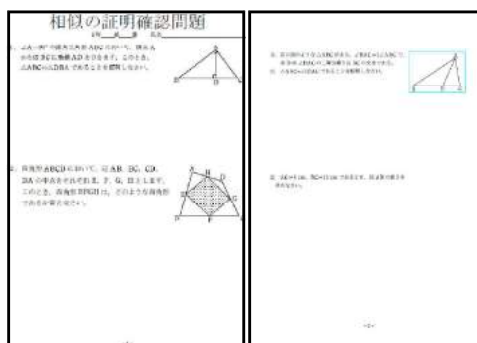


図 1 0

- ICTの活用により、生徒の理解を促す上で有効な媒体である事が分かった。視覚に訴える事が容易であり、図形領域で利用する方法はさらに考えられる。

証明確認問題 正答率(44人)

	正解(人)	%	根拠が不十分(人)	%	無解答(人)	%
1.	38	86.4%	6	13.6%	0	0.0%
2.	5	11.4%	30	68.2%	9	20.5%
3. (1)	17	38.6%	25	56.8%	2	4.5%
3. (2)	15	34.1%	20	45.5%	9	20.5%

図 1 1

#### ○課題

- ICTを利用する際に、問題解決の際にヒントとなるものとして映像は有効であるが、繰り返し見たい生徒に対しての支援（提示方法）を工夫する必要がある。（映像で出したものをプリントで配布するなど）
- 確認テストにおいて、中点連結定理を利用した問題では正解が5人、根拠が不十分が39人、無解答が9人と正解率が低かった。（図10）相似条件を利用した証明はできるが、少し流れが変わり性質を用いた証明については、苦手な生徒が多かった。今後も継続的に性質を利用する証明は学習する必要がある。



参考 公開授業で使用した授業プリントと指導案 (P. B 7, B 8)

相似⑧ 相似条件を使った証明 P. 133

今日のめあて \_\_\_\_\_

下の図のような、辺ACが共通な2つの二等辺三角形ABCとACDがあり、  
 $AB = AC = AD$ である。  
 $\angle ACB$ の二等分線と辺DAの延長との交点をEとし、辺ABとCEとの交点をFとする。  
 $\angle ACE = \angle ADC$ のとき

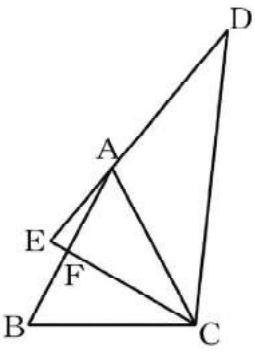
\_\_\_\_\_

を証明しなさい。

(1) □に入る証明できる相似な三角形を自分で探そう。

□個人で \_\_\_\_\_

□グループで \_\_\_\_\_



- 1 -

(2) 自分やグループで探したことを証明してみよう。  
 $\angle ACE = \angle ADC$ のとき

\_\_\_\_\_

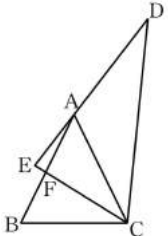
を証明しなさい。

[証明]

一他の証明をしてみよう

- 2 -

○指導案

学 習 活 動	時 間	学習活動への支援・留意点 ●努力を要する生徒への支援 ○おおむね満足できる生徒への支援 ☆十分満足できる生徒への支援	評価項目(方法) ○おおむね満足 ☆十分満足
<p>・本時の授業のめあてを聞く。</p>	3分	<div style="border: 2px solid green; border-radius: 15px; padding: 5px; text-align: center; margin-bottom: 10px;"> <b>相似な三角形の証明をしよう。</b> </div> <p>○今日の授業のめあてを説明する。 ○本時の学習に必要な相似条件をフラッシュカードを使って、確認をする。</p>	
<p>・次の問題を考える。</p>	15分	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p><b>問</b> 下の図のような、辺ACが共通な2つの二等辺三角形ABCとACDがあり、<math>AB=AC=AD</math>である。  <math>\angle ACB</math>の二等分線と辺DAの延長との交点をEとし、辺ABとCEとの交点をFとする。<math>\angle ACE=\angle ADC</math>のとき、  <span style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 100px; height: 15px; vertical-align: middle;"></span> を証明しなさい。</p> <p>(1) □に入る証明できることを自分で探そう。                  (2) 自分やグループで探したことを証明してみよう。</p> <div style="text-align: right;">  </div> </div> <div style="margin-top: 10px;"> <p>① <math>\triangle ACE \sim \triangle BCF</math>                  ② <math>\triangle AEC \sim \triangle CED</math>                  ③ <math>\triangle ECD \sim \triangle FBC</math>                  ④ <math>\triangle ABC</math>は二等辺三角形である。                  ⑤ <math>\triangle ACD</math>は二等辺三角形である。                  ⑥ <math>\triangle AEF</math>は二等辺三角形である。</p> </div> <div style="margin-top: 10px;"> <p>証明できないこと</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ <math>\triangle AEF \sim \triangle CFB</math></li> <li>・ <math>\triangle AFC \sim \triangle BFC</math></li> </ul> </div> <p>・生徒が見つけた証明できることを全体で発表させる。</p>	

<p>・自分で探した証明することを証明する。</p> <p>予想される生徒の反応</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>●1 生徒の活動が止まっている。</li> <li>●2 証明の流れが分からない。</li> <li>●3 仮定や結論が何かわかっていない。</li> <li>●4 図には書けているが、その後何をしたら良いかわからない。</li> <li>●5 課題解決に行き詰まり、先に進めなくなっている。</li> </ul> <p>○1 問題の証明に必要な根拠を使い他の生徒に説明ができている。</p> <p>☆1 自分で証明を文章でも書くことができている。</p>	<p>2分</p>	<p style="text-align: center;">生徒への支援</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>●1 → 生徒の様子を見ながら生徒達の活動が止まってしまっている場合には全体または個々にヒントを与える。</li> <li>●2 → 証明の流れを書いたシートを配り、図の中に仮定、結論、自分で発見したことを書かせる。 ※仮定 (黄色)・結論 (赤)・発見したこと (青)</li> <li>●3 → 仮定とは問題文や図に書いてあること、結論とは証明したいことであることを説明をして、確認をさせる。</li> <li>●4 → 仮定や結論、自分で発見したことを証明の流れを見ながら、証明の流れを自分で作らせる。</li> <li>●5 → 各生徒の状況を見て、行き詰まっている生徒が多い場合には、課題解決を終了させて、教師が解答を説明する。</li> </ul> <p>○1 → 根拠を使い他の生徒に説明できたことを賞賛し、説明できたことを文章で書いて証明させてみる。周りの生徒が困っていたら、その生徒がわかるように考え方を説明させる。</p> <p>☆1 → よくわかっていることを賞賛し、周りの生徒が困っていたら、その生徒がわかるように考え方を説明させる。</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>・問題の (2) を証明させる。</li> <li>・一人一人が自分に合った問題を証明させる。</li> <li>・上の問題を生徒個人で考えさせる。</li> <li>・証明したい問題が同じ生徒同士を近くに座らせ、グループを作らせる。(基本は2人組を作らせるが、場合によっては3人組にする)</li> <li>・個人で考えた後、2人のグループの中で、コルクボードに貼ってある図に仮定や結論、発見したことなどを記入させる。</li> <li>・コルクボードを使いながらグループ全員が証明でき、説明できるように協力しながら活動させる</li> <li>・グループの全員が証明でき、説明できるようになったら、グループの生徒が教師に説明させる。(誰に説明させるかは教師がランダムに選ぶ)</li> <li>・証明が終わったら、同じ問題を解いている生徒の補助に入ったり、他に証明できることを解かせたりしていく。</li> <li>・自分の考えや、気づきなど間違いを恐れずに証明するように促す。</li> <li>・どんな方法でも良いので答えを導き出すように伝える。</li> <li>・必要であれば補助線等、どんどん引かせる。</li> <li>・演習に入った場合には机間支援をしながら生徒の様子を見て、つまづいている生徒がいたら適宜ヒントを与える。</li> </ul>	<p>[見方・考え方]</p> <p>○ 三角形の相似条件を使って、証明している。</p> <p>☆ 三角形の相似条件を使って、推論の過程を的確な表現を用いて証明している。(発言・観察・ワークシート)</p>
<p>・証明した内容を黒板に書く。</p>	<p>8分</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・証明できたことを賞賛し、コルクボードを使いながら、生徒に証明を簡潔に説明させる。(説明はポイントを絞って全体で確認をする)</li> <li>・時間がなくなってしまった場合には、解答を配布して全員で確認させる。</li> </ul>	
<p>・本時のまとめをする</p>	<p>2分</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・本時で学習した内容を全体で確認をして、本時の確認をさせる。</li> <li>・今回の授業で分かったことや、気付いたことを発表させる。</li> </ul>	

## I サブテーマ設定の理由

現行の学習指導要領には、前回の改訂において数学科の目標に「数学的活動を通して」と「表現する能力」という文言が付け加えられた。中教審答申においても基本方針として「算数的活動・数学的活動を一層充実させる」ことや「数学的な思考力・表現力は、合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的コミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである」と示されている。また、発達の段階に応じて、数学的活動を充実させ、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付け、数学的な思考力・表現力を育て、学ぶ意欲を高めること等に重点を置いて、その充実が図られてきている。

また、次期改訂の視点は、子供たちが「何を知っているか」だけではなく、「知っていることを使ってどのように社会・世界と関わり、よりよい人生を送るか」ということであり、知識・技能、思考力・判断力・表現力等、学びに向かう力や人間性など情意・態度等に関わるものの全てを、いかに総合的に育んでいくか、と論点整理に記されている。さらに、学びの量とともに、質や深まりが重要であり、子供たちが「どのように学ぶか」についても光を当てる必要があるとの認識のもと、「課題の発見・解決に向けた主体的・協働的な学び（いわゆる「アクティブ・ラーニング」）」が提唱されている。そこでは「深い学び」「対話的な学び」「主体的な学び」の3つの観点が組み合わされた授業展開が想定される。数量や図形に関する知識や技能は、生活や学習の基盤となるものであり、また、数学的な思考力等は、根拠に基づき考察を深めたり意思決定を行ったりするために欠かせない力である。

そこで、本研究では、数学的な見方や考え方を培うために、筋道立てて説明したり思考の過程や方法・根拠を数学的に表現したりすることができるよう、学び合いを取り入れた数学的活動を計画的に取り入れて実践を進めることとする。以上のことから、本副主題を設定した。

## II 研究目標

数学的な見方や考え方を培うために、学び合いを取り入れた数学的活動を行うことは、数学的活動のよさを味わい、数学的な思考力や筋道立てて説明する力を向上させることに有効であったかを実践を通して明らかにする。

## III 研究内容

### (1) 学び合いについて

個人追究の場面を踏まえたグループによる学び合いを取り入れることによって、以下のような利点が考えられる。

- ①生徒一人一人の考えもとに意見交流することで、様々な考え方をを用いて解決に迫ることができる。
- ②生徒一人による自力解決が困難な場合においても、グループで協力し問題を解決することで達成感や成就感を味わうことができる。
- ③自分の考えを説明したり友達の考えを聞いたりする活動を通して、筋道立てて説明したり表現したりすることを学ぶことができる。

また、学び合いの場面では、意見の比較や検討、考え方の整理や修正、他の考え方との融合など、様々な考え方を広げたり深めたりする活動を重視することで、数学的な見方や考え方を培っていきたいと考

える。一斉学習の場面においても、グループによる学び合いと同様に意見交流を大切に扱っていく。

(2) 学び合いの場面の工夫について

充実した学び合いの場面を築くための工夫として、以下のことを重視していく。

まず、個人追究の場面を設定することで、自分の考えや疑問をもてるようにする。次に、グループによる学び合いの場面では、自分の意見発表や疑問に対する質問等を行う。また、ワークシートには自分の意見と友達の見解を分けて記入できるようにすることで、意見の比較や検討、考え方の整理や修正、他の考え方との融合などがしやすいように工夫する。そして、全体発表の場面においても同様に、意見交流を通して様々な考え方を広げたり深めたりすることができるようにする。発表の場面では、多様な考え方が見いだされるような課題に対し、「より簡単な解決方法」「より正確な解決方法」「条件の変化による新たな解決方法」などの観点にも目を向けていきたい。最後に、振り返りの場面を設定し、生徒一人一人が自分の言葉で授業をまとめることで、生徒自身が考えた過程を整理しやすいようにする。

IV 実践例

【実践例①】

1. 単元名 1次関数

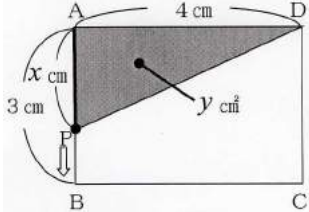

2. 目標


グループ学習を通して図形の中に現れる1次関数を見いだして問題を解決することができる。

3. 準備

教師：ワークシート 方眼黒板 定規 生徒：教科書 ノート 問題集 数学ファイル 定規

4. 展開

ねらい (時間)	生徒の活動	支援及び留意点・評価
<p>1. 本時の課題を把握する。 (7分)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>学習課題を知る。</li> <li>本時のめあてを確認する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>学習課題を提示する。</li> <li>問題の条件を説明し、正確な問題把握ができるようにする。</li> <li>予想をもとに、実際にICTを利用して点の動きを確認することを通して、場面を分けて考えることに気づけるようにする。</li> <li>個人追究をもとに、その後、グループで協力して意見交流や問題解決することを告げる。</li> </ul>
<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="flex: 1;"> <p><b>【課題】</b> 次の図のような長方形ABCDで、点Pは辺上を点AからB、Cを通過してDまで動きます。点PがAから<math>x</math> cm動いたときの<math>\triangle APD</math>の面積を<math>y</math> cm<sup>2</sup>とする。 <math>y</math>を<math>x</math>の式で表そう。</p> </div> <div style="flex: 1; text-align: center;">  </div> </div>		
<p>2. 個人追究をもとに、グループで協力しながら課題解決し、自分の考えを数学的に表現することができる。 (25分)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>個人追究をもとに、グループで協力しながら課題解決し、自分の考えを数学的に表現する。</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>個人追究の場面では、自分なりの考えを持てるように考える時間を確保し、グループの学び合いに生かせるようにする。</li> <li>三角形の底辺と高さに着目することで、それぞれの式や変域を求めることができるようにする。</li> <li>どの辺が底辺や高さか分からない生徒に対しては、底辺と高さの関係が垂直であることを確認する。</li> <li>T2とともに個別支援の必要な生徒や集中がとぎれがちな生徒に対応する。</li> <li>グループによる学び合いでは、個々の解決方法を提案したり疑問点を述べ解決し合ったりするよう</li> </ul>

<p>3. 個人やグループで話し合った解決方法を発表し、考察することができる。(15分)</p>	<p>・他のグループの意見を聞き、よりよい解決方法や解き方を知る。</p> 	<p>指示する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・グループで話し合った内容に自信を持たせる声かけをすることで、積極的に発言・挙手することができるようにする。</li> <li>・様々な考え方のよさを認めた上で、よりよい解決方法のよさに気付けるようにする。</li> </ul> <p>個人やグループで考えた解決方法を、式やグラフを用いて筋道立てて数学的に表現し考察することができる。【見方や考え方】(発表・ワークシート)</p>
<p>4. 自己評価をし、自己の振り返りができる。(3分)</p>	<p>・自己評価をする。 ・次時の学習内容を知る。</p>	<p>・本時の学習を振り返ることで、自分の取り組みを客観的に評価できるようにする。</p>

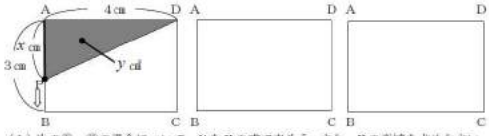
5. 資料  
ワークシート

3章 1次関数 3節 3. 1次関数と図形 (2) 2年 組 氏名 \_\_\_\_\_

めあて 1次関数を利用して、 \_\_\_\_\_ を解いてみよう。

① 次の図のような長方形ABCDで、点Pは辺上を点AからB、Cを通過してDまで動きます。点PがAからx cm動いたときの△APDの面積をy cm<sup>2</sup>とする。

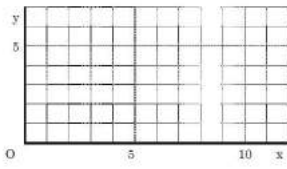
【女子想☆】点Pが動くにつれて、△APDの面積はどのように変化するだろうか。



(1) 次の①～③の場合について、yをxの式で表そう。また、xの変域を求めなさい。

①点Pが _____ を動くとき	《私の考え》	《修正・追加》
②点Pが _____ を動くとき	《私の考え》	《修正・追加》
③点Pが _____ を動くとき	《私の考え》	《修正・追加》

(2) ①～③の場合について、変域に注意してグラフをかき、△APDの面積の変化のようすを説明しよう。



【Q1】①で、△APDの面積が3 cm<sup>2</sup>になるときのxの値を求めなさい。

☆自己評価 ☆ 今日の授業の自分を自分で評価してみよう!

(1) 交流活動を通して、自分の考えと友達のを比較することはできましたか。	とてもよかったです	よかったです	あまりできなかった	全くできなかった
(2) 交流活動を通して、自分の考えを整理したり修正したりできましたか。	とてもよかったです	よかったです	あまりできなかった	全くできなかった
(3) 自分が考えた内容を筋道立てて説明したり、書きまとめたりできましたか。	とてもよかったです	よかったです	あまりできなかった	全くできなかった

【授業の感想】 \_\_\_\_\_

【実践例②】

1. 単元名 平行と合同

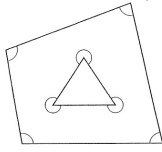



2. 目標

多角形の内角の和、外角の和などの性質を利用して、いろいろな図形の角の和を求め、その方法を簡潔に説明することができる。

3. 準備

教師：ワークシート ヒントカード 定規 生徒：教科書 ノート 問題集 定規

4. 展開

ねらい (時間)	生徒の活動	支援及び留意点・評価
1. 本時の課題を把握する。 (7分)	<ul style="list-style-type: none"> <li>学習課題を知る。</li> <li>本時のめあてを知る。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>学習課題を掲示する。</li> <li>多角形の内角の和や外角の和など、既習内容の確認をする。</li> </ul>
<p>【課題1】 次の図のように、四角形の中に三角形の穴があいている紙がある。</p> <p>このとき、紙にできる7つの角の和を求めよう。</p>		
<p>【めあて】 多角形の性質を利用して、いろいろな角の和を求めよう。</p>		
<p>2. 個人追究をもとに、グループで意見交流しながら、自分の考え方を数学的に表現したり説明したりすることができる。 (18分)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>個人追究をもとに、グループ内で考え方を伝え合い、自分の考え方を数学的に表現したり説明したりする。</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>個人追究をもとに、その後、グループで意見交流し課題解決することを告げる。</li> <li>グループによる学び合いでは、個々の解決方法を発表したり疑問点を述べたりしながら課題を解決するように指示する。</li> <li>課題解決方法の根拠を明確にすることで、筋道立てた説明ができるように指示する。</li> <li>1つの解法で満足することなく、多様な見方を用いて課題を解決しようとする姿勢を育てたい。</li> <li>考え方を見いだせない生徒には、T2とともにヒントカードを用いて個別支援を行う。</li> </ul>
<p>3. 個人追究やグループで話し合った解決方法を発表し、考察することができる。 (10分)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>個人やグループの意見を発表し、その考え方を説明する。</li> <li>他のグループの意見を聞き、多様な解き方を知るとともに、お互いの考え方のよさを認め合う。</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>グループで話し合った内容に自信を持たせる声かけをすることで、積極的に挙手・発言することができるようにする。</li> <li>全体での意見交流を通して、様々な考え方のよさを認めた上で、自分の考えに広がりや深まりがもてたことに気づけるようにする。</li> </ul> <div data-bbox="794 1328 1445 1496" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>いろいろな角の和を求めるのに、多角形の性質や補助線を利用して多様に考えることができたか。</p> <p>【数学的な見方や考え方】</p> </div>
<p>4. 外側の形や内側の穴の形を変えた図形の角の和を求めることができる。 (12分)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>外側の形や内側の穴の形を変えた図形の角の和を求める。</li> <li>角の和の求め方を一般化して考える。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>外側がm角形、穴がn角形である紙を考え、一般化する問題については、発展的な問題であることを踏まえた上で意欲的に挑戦させていきたい。</li> </ul> 
<p>5. 自己評価をし、自己の振り返りができる。(3分)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>自己評価をする。</li> <li>次時の学習内容を知る。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>本時の学習を振り返ることで、自分の取り組みを客観的に評価できるようにする。</li> </ul>

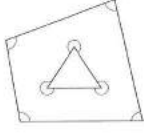
## 5. 資料

### ワークシート

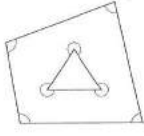
4章 平行と合同  
3節 1. 多角形の性質の利用 2年 組 氏名 \_\_\_\_\_

めあて 多角形の性質を利用して、 \_\_\_\_\_ を求めよう。

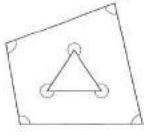
① 次の図のように、**四角形の中に三角形の穴**がいている紙がある。  
このとき、紙にできる**7つの角の和**を求めよう。  
【考え方①】(わたしの考え or グループの考え)



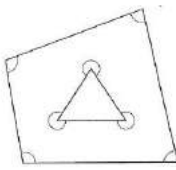
【考え方②】(わたしの考え or グループの考え)



【考え方③】(わたしの考え or グループの考え)



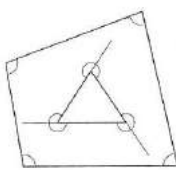
【ヒントカード①】



【四角形の内角の和】  
 $180^\circ \times (4 - 2)$

【ほかの3つの角の和】  
 $360^\circ \times 3$   
- 三角形の内角の和

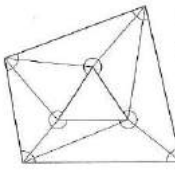
【ヒントカード②】



【四角形の内角の和】  
 $180^\circ \times (4 - 2)$

【ほかの3つの角の和】  
 $180^\circ \times 3$   
+ 外角の和

【ヒントカード③】



この図形を三角形に分割して考えてみよう。

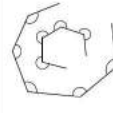
三角形いくつ分？

② ①の問題を発展させよう！！

外側の形や内側の穴の形をいろいろ変えて、紙にできる角の和を求めよう。

(1) 五角形の中に三角形の穴	(2) 六角形の中に三角形の穴
(3) 四角形の中に四角形の穴	(4) 四角形の中に五角形の穴

【発展】n角形の中にm角形の穴



☆自己評価☆ 今日の授業の自分を自分で評価してみよう！

(1) 交流活動を通して、自分の考えと友達のを比較することはできましたか。  
とてもよかったです よくできた あまりできなかった 全くできなかった

(2) 交流活動を通して、自分の考えに広がりや深まりをもちましたか。  
とてもよかったです よくできた あまりできなかった 全くできなかった

(3) 自分が考えた内容を筋道立てて説明したり、書きまとめたりできましたか。  
とてもよかったです よくできた あまりできなかった 全くできなかった

【授業の感想】

#### 【実践例① 生徒の振り返り】～授業の感想～

- ・グループの人と話し合うことで、より一層意見を深めることができたのでよかったです。自分の考えを上手に周りに伝える力が欠けていると思うので、その力をつけていきたいです。
- ・自分とは違った人の意見を聞くことで、自分の考えの幅が広がり、それを次に生かせるので、とてもよいと思いました。また、となりの人に説明することができました。
- ・グループで話し合いをしたときに比較することができ、自分が間違っていたところの理由もわかることができた。お互いに教え合って考えることができてわかりやすかった。
- ・グループの交流で間違いに気づき納得することができました。そして、別の友達に自分が説明することもできました。変域はグループでたくさんの意見を出すことができ、まとめられました。少し複雑なところもあったけど筋道を立てて説明できたので楽しかったです。
- ・グループ活動で今回僕はグループのメンバーに説明をして説明している自分も勉強になり、伝えている人にもうまく伝わらせることができ良かったと思いました。
- ・先に自分だけで考えることで今までの自分の力をためすこともできたと思います。グループでも意見交換をし、もっと深く問題について解くことができたと思うのでよかったです。



### 【実践例② 生徒の振り返り】～授業の感想～

- ・発展問題で、自分でたてた公式がさらに簡略化できることを知らず、驚きました。すべての問題を見直すことの大切さが改めて分かりました。
- ・角の和を求めるとき、みんなが悩んだ問題ができた時は達成感を感じた。1つの答えにたくさんの考えがあるのは面白いと思った。
- ・最初は自分1人の考えが1つしか出せなかったが、友達の意見を聞いたり交流を通すことで、自分の考え方を増やすことができ、良かった。今回の問題の決まり（公式）も理解でき、よかったと思う。
- ・自分一人の考えだけだと、よく分からなかったけれど、交流活動をして、考えの幅が広がり、自分の求めやすいやり方を見つけることができました。
- ・グループ発表のときに自分の考えと友達の考えが違ったけれど、しっかり説明してお互いが納得でき、答えを出すことができた。上の発展問題も他の人の発表を通して、自分の考えを深めることができた。
- ・求め方が分かったときは、とても楽しかったです。友達の意見を見たときは、こんなやり方もあったんだなと思い、すごいなと思いました。
- ・図形にはいろいろな考え方があって、ひらめきがとても大切だと思いました。また、自分では浮かばなかった考えを友達から聞くのは、とても楽しかったし、納得できると嬉しかった。

## V 成果と課題

### 【成果】

課題に対して個人追究の場面では間違っただけを立てていたりあまり理解できていなかったりした生徒でもグループ活動をすることで、自らの間違いに気づいたり他の考え方のよさに気づいたりするなど、交流活動のよさを感じられた。また、自他の考え方を区別して記入するワークシートの記述内容から、交流活動を通して思考の整理や修正などといった変化や深まりがうかがえた。さらに、このような交流活動を繰り返すことを通して、グループ内での意見交流がスムーズになったり発表生徒の説明方法の向上が見られたりした。

また、友達と学び合ったことに対して、楽しさややりがいを感じていることを授業の感想からも見取ることができた。さらに、実態アンケート（生徒数男子20名、女子11名）では、「(1)じっくり考えることは好きですか」「(2)グループ学習は好きですか」の質問に対して、「好き・まあまあ好き・あまり好きではない・嫌い」の選択肢より回答を得たところ、「(1)好き(3人)・まあまあ好き(18人)」、「(2)好き(10人)・まあまあ好き(17人)」であった。(2)の質問に対して、あまり好きではない理由としては「自分で考えたいから」「自分の発言力がないから」「自分以外全員できているため」であった。この結果からも、数学的な見方や考え方をもって思考することを好み、グループ学習の有用性を実感している生徒の実態が読み取れた。

このように、本研究では、個人追究・グループ学習・全体発表などの交流活動を工夫し、いろいろな考え方のよさを認め合うことを通して、個々が再考したり思考を深めたりすることで、数学的な見方・考え方を培うことができた。

### 【課題】

個人追究の時間で課題に対して十分理解できていないと、交流活動がいろいろな考えの交流にならず教え合いになってしまう。そのため課題提示の仕方や既習事項の復習を含め、交流活動に至るための工夫が必要である。また、個々の考え方を共有しながら解く必要性を感じられる難易度の設定や様々な考え方を比較・検討できる課題の設定など、交流活動を行う上での工夫について継続して考えていきたい。

# 研究主題 ともに学ぶ算数・数学教育の創造

サブテーマ ～ 数学への関心や学習意欲を育てる授業 ～

渋川市立伊香保中学校 佐々木良介

## I サブテーマ設定の理由

学習指導要領では「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的な楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」とある。新たな性質や考え方を見いだすことや具体的な課題を解決する数学的な活動を幅広く取り入れていくことが大切である。

全校生徒へアンケートを実施し生徒の実態を見ると「数学は好きですか」という問いに対し「好き」が14%、「どちらかといえば好き」が20%、「どちらかといえば嫌い」が41%、「嫌い」が25%であった。「どちらかといえば嫌い」「嫌い」の合計は全校では66%、学年別に見ると1学年が60%（15/25人）、2学年が76%（13/17人）、3学年が67%（14/21人）であった。上記の結果から生徒の数学への苦手意識を改善し、学習意欲を高めることが必要であると考えた。

また、「数学の授業が楽しいときはどんなときですか」という問いに対して、1学年では「なんでそうなるのかが分かったとき」「楽しく学習できたとき」、2学年では「問題が解けたとき」3学年では「友だちの考えを知れたとき」「人に教えてわかってもらったとき」という回答が目立った。

数学的活動の中にこれらの回答内容を盛り込むことや、授業全体の中で生徒が数学への学習意欲を高めるよう工夫することで、数学的な見方や考え方を伸ばしていきたいと考え、本副主題を設定した。

## II 研究目標

生徒が主体的に取り組めるように、学習課題や提示方法を工夫することで、意欲的に学習に取り組む生徒を育てる。

## III 研究内容

数学が得意な生徒だけでなく苦手な生徒でも主体的に学習に取り組めるように、下記のように3つの研究で学習意欲の向上に迫った。

### (1) レベル別プリントの選択【1学年 量の変化と比例、反比例】

難易度の異なる3パターンの問題の中から自分に合った問題を選択して取り組む。

### (2) 課題提示の工夫【2学年 平行と合同】

図形の学習において、コンピュータを用いて学習の流れと本時の題材を視覚的に理解できるようにする。

### (3) 身近な題材を用いた活動【3学年 関数】

実際の交通機関を題材にした学習活動を行う。

#### IV 実践例

##### (1) レベル別プリントの選択【1学年 量の変化と比例, 反比例】

“図形への利用”は生徒の理解度に差が出やすい。得意苦手にかかわらず生徒が問題に集中して取り組み学習に手ごたえを感じられるようにするため、問題演習の場面において難易度の異なる3パターンの問題を用意し、生徒が全問正解できそうなレベルを選択できるようにした。自分に合ったレベルを選択することで問題に取り組みやすくなることで主体的に学習する姿を望んだ。

・レベルの難易度（そのレベルを選択した人数）

レベル1 ... 教科書の例題より問題数を減らした易しい問題（4人）

レベル2 ... 教科書の例題と同様の難易度の問題（11人）

レベル3 ... 問題集の発展にある難易度の問題（9人）

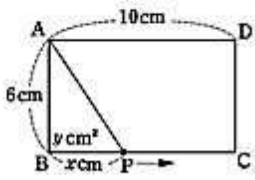
（平行四辺形を題材とし、問題の答えに整数以外も出てくる）

・レベル1とレベル2

めあて ～ グループで協力して、選んだレベルの問題を全問正解できる～

【レベル1】

下の図のような長方形ABCDで、点Pは辺BC上を点Bから点Cまで動きます。BP =  $x$ cm、三角形ABPの面積を  $y$ cm<sup>2</sup>とします。次の問いに答えなさい。



(1) BPの長さが3cmのときの、三角形ABPの面積を求めなさい。

(2) 下の表の空らんを埋めなさい。

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0	3									

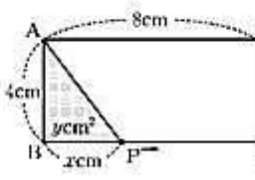
(3)  $y$ を $x$ の式で表しなさい。

◆ ヒント (三角形の面積) = (底辺) × (高さ) ÷ 2 ◆

( )年 ( )氏名

【レベル2】

下の図のような長方形ABCDで、点Pは辺BC上を点Bから点Cまで動きます。BP =  $x$ cm、三角形ABPの面積を  $y$ cm<sup>2</sup>とします。次の問いに答えなさい。



(1) BPの長さが4cmのときの、三角形ABPの面積を求めなさい。

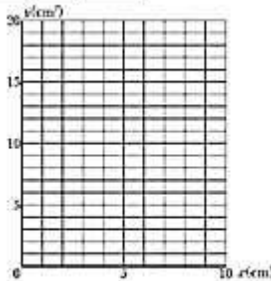
(2) 下の表の空らんを埋めなさい。

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	2							

(3)  $y$ を $x$ の式で表しなさい。

(4)  $x$ の実際の値、 $y$ の実際の値をそれぞれ求めなさい。

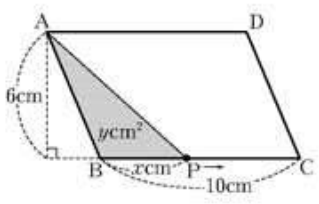
(5)  $x$ と $y$ の関係を表すグラフをかきなさい。



・ レベル 3

【レベル★★★】

底辺が10cm、高さが6cmの平行四辺形ABCDで、点Pは辺BC上をBからCまで動き、BPをxcm、三角形ABPの面積をycm<sup>2</sup>として、次の問いに答えなさい。



(1) BPの長さが5cmのときの、三角形ABPの面積を求めなさい。

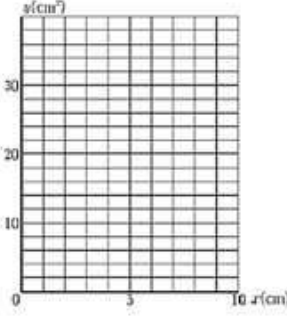
(2) 下の表の空らんを埋めなさい。

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0										

(3) yをxの式で表しなさい。

(4) x、yの変域をそれぞれ求めなさい。

(5) xとyの関係を表すグラフをかきなさい。



※ (4)で求めたx、yの変域に注意！！

(6) 三角形ABPの面積が15cm<sup>2</sup>のときのxの値を求めなさい。



図1 レベル1を選んだ4人



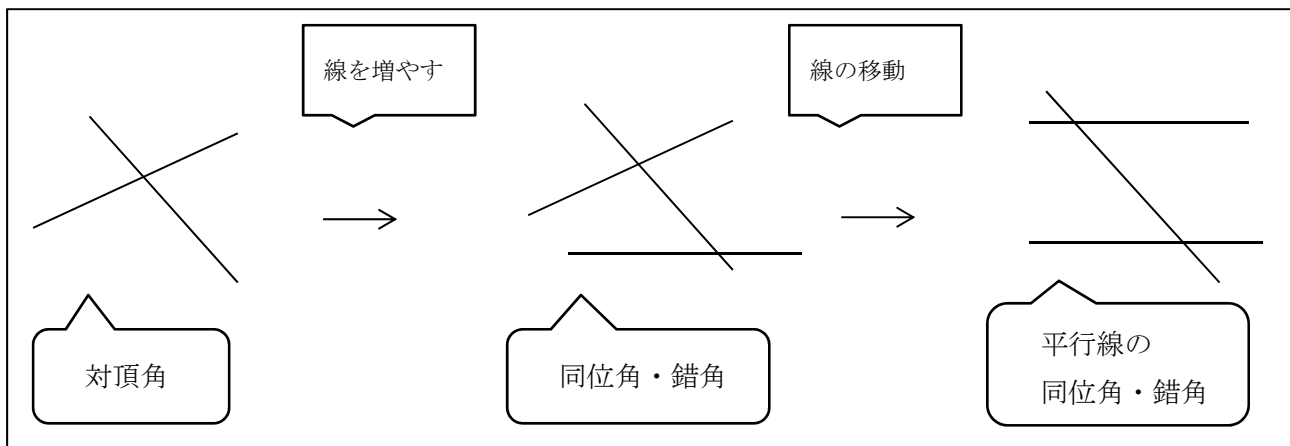
図2 問題を出し合っている様子

実践では同じレベルを選んだ生徒同士でグループになることで、グループのみんなで頑張ろうという雰囲気が生まれた。個人で問題に取り組む時間で、レベル1を選んだ4人の生徒が静かに取り組んでいた(図1)。そのうち2名は前回のプリントを確認しながら進めており、粘り強く考えている様子であった。レベル2・レベル3を選んだ生徒も同様に自分が選んだレベルの問題を静かに取り組む姿が見られた。その後、わからないところを互いに教え合うグループ解決の時間を取った。問題を教えてもらってわかった時やお互いの解答が同じであった時に自然と笑みがこぼれていた。またレベル3のグループでは、余った時間で発展問題を出し合っているところもあり(図2)、どのグループでも主体的に学び合う生徒の姿があった。

しかし、グループ解決の時間において、交流の仕方は指定しなかったため、グループの自主性に任せてしまったところがあった。

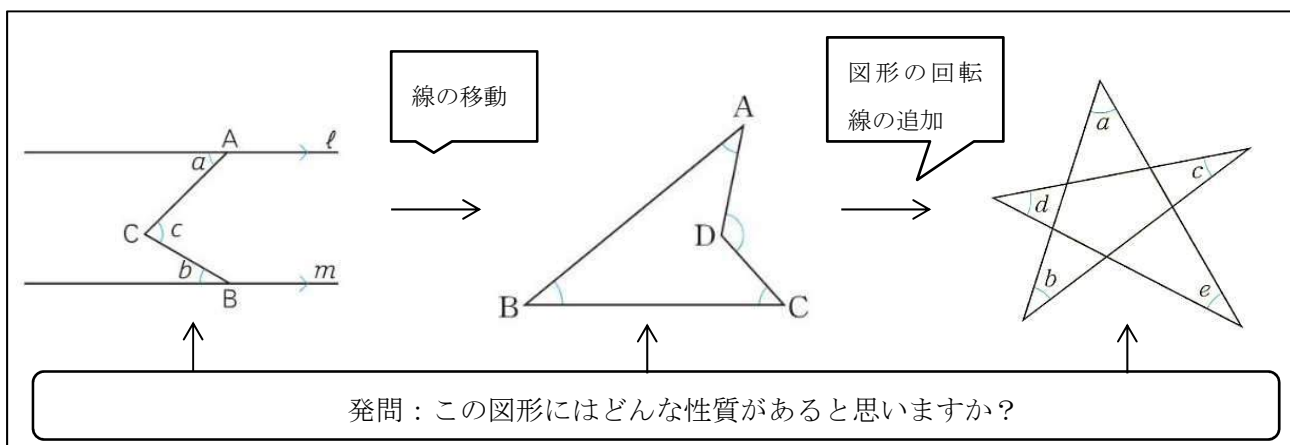
## (2) 問題提示の工夫【2 学年 平行と合同】

角度の学習では既習事項の図に線を増やしたり移動したりして視覚的に分かりやすく問題を提示する（資料1）ことで、生徒が学習のつながりを意識し意欲の向上につながると考えた。また、この問題提示を毎回の授業で繰り返し行うことで知識の定着も図った。



資料1 線が増えたり移動したりして、学習の流れが意識できる問題提示

図形の性質を調べる場面においても同じように図形を変化させて提示するとともに、「図形にはどんな性質があると思いますか？」と同じ発問を3回の授業で繰り返し行う（資料2）ことで、性質の予想や発見が意欲的になると考えた。



資料2 変化させて図形を提示し、同じ発問で意欲を引き出す

実践では、資料1 資料2のどちらの提示でも、図形が変化する様子を興味深く観察する生徒が多かった。線の追加や移動による視覚的にわかりやすい変化で課題を提示することが有効であったと考えられる。また、毎回の授業開始時に角度の名称などをテンポ良く確認する復習を繰り返し行うことで、生徒の反応も良く、同位角や錯角など角度の知識などを定着させることができた。

矢じりの形（資料2の真ん中）を提示するときには、「ここ（資料2の左）からどう線が増えるの？」 「こんな変形だったら面白い」などの生徒のつぶやきが聞こえた。このつぶやきをきっかけに、変形を予測する声が増え、変化後の矢じりの形を見たときに「おおー」という声が響いた。また、星形図形（資料2の右）でどんな性質があるかを予想する時には「全部足すと  $360^\circ$  になる」「 $\angle A$  と  $\angle B$  と  $\angle C$  と  $\angle D$  を足したら  $180^\circ$  になる」など、自由な発想で性質を予想する姿があり、性質の証明に意欲的であった。

### (3)身近な題材を用いた活動【3学年 関数】

“いろいろな関数”において、身のまわりにある実際の交通機関の数量関係を題材にして、生徒の主体性に迫った。

学校の最寄り駅からの距離と運賃の関係を表やグラフに表し、その変化の様子を読み取る活動を行った。生徒に配布したプリントには駅名と運賃のみが書かれており、プリントを熱心に眺めていた一人の生徒が距離と運賃の関係が必要なことに気付いた。教室に用意したパソコンで生徒が【キロ別運賃表】を見つけ、距離の参考資料を黒板に書き出した(図3)。



図3 見つけた【キロ別運賃表】と参考資料を黒板に書き出した

プリントと運賃表の書き方が違う(図4)ことを発見し、グラフ化に戸惑っていたが、教室を自由に出歩いて良い学習形態にしたこともあり、友だちと協力しながらグラフを完成させていた(図5, 図6)。



図5 一緒に考えている様子

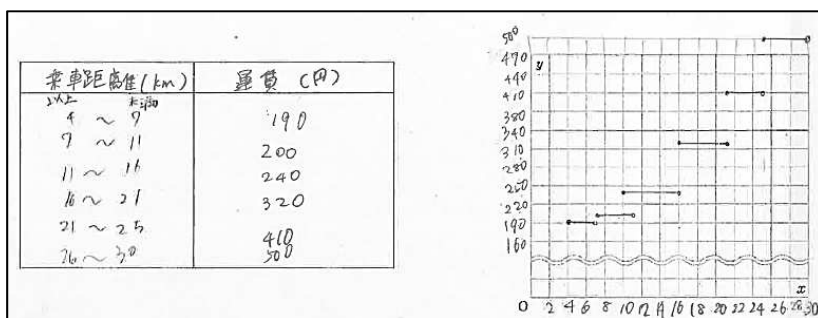


図6 まとめた表から完成したグラフ

“以上・未満”の表現を確認しながらの活動であった。図6のグラフは今までに学習したことのない形であり、活動中に生徒が戸惑う様子があった。しかし、完成したグラフを見て「おもしろいグラフだ」「 $y = ax^2$ のグラフになんとか似ている気がする」などの反応があった。

身近な題材を用いたことに加え、友だちと考えられるような学習形態にしたことで活気ある授業となり、主体的な姿が見られた。また、新幹線の場合も調べてみたいという声も聞こえ、実生活と数学を結びつけることもできたと考える。

## V 成果と課題

数学への苦手意識が高い本校の生徒において、生徒が意欲的に学習に取り組めることが重要である。学習意欲と主体的な学習活動は密接に関わっていると考え、学習課題や提示方法を工夫して主体的な学習を促し、実践を重ねることで意欲的に学習に取り組む生徒が育ってきた。どの実践でも、学習課題に主体的に取り組んだり、興味関心をもったりする生徒の姿があり、意欲的に学習できるようになったと考えられる。さらに、実践(1)で発展問題を作って解き合ってる姿や、実践(3)で実生活と数学が結びついている様子も見られたことも成果である。

主体的に学習できたかどうか生徒が自分で振り返り、自分の言葉で反省や感想を記録していくことで自身の変容を感じられるのは重要であるが、その時間をいかに授業で確保していくかが今後の課題である。また、生徒同士が交流する場面では、どのように話し合いや発表をするのかを確認して交流の質を高めることで、意欲をさらに高めていきたい。数学に意欲的に学習する生徒を育てられるよう、これからも授業改善に努めていきたい。

1年生	全体の標準点	現2年生	全体の標準点	現3年生	全体の標準点
1年 4月	51.7	1年 4月	42.6	1年 4月	47.2
		2年 4月	43.6	2年 4月	48.9
				3年 4月	46.5

参考資料 現在の各学年の数学の達成度(NRTより)

## ともに学ぶ算数・数学教育の創造

～円と関連づけておうぎ形の性質を見出す教具の開発と活用～

昭和村立昭和中学校 生方 裕一郎

### I サブテーマ設定の理由

生徒の中には、板書や教科書の図などでは図形の性質をとらえたり図形の変化をイメージしたりすることが難しい生徒がいる。そこで、考えている状況を教具を使って見せ、さらにそれを生徒自身が操作することによって、図形についての見方や考え方を培えると考えた。

「学習指導要領 第2章 第3節 数学 第2 各学年の目標及び内容 第1学年 目標(2)」には、「平面図形や空間図形についての観察、操作や実験などの活動を通して、図形に対する直観的な見方や考え方を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を培う」とある。また、「内容」の中でも、「B図形 (2) 観察、操作や実験などの活動を通して、空間図形についての理解を深めるとともに、図形の計量についての能力を伸ばす。

ウ扇形の弧の長さや面積並びに基本的な柱体、錐体及び球の表面積と体積を求めること」とある。まさに、「操作をすることによって見方、考え方、理解を深める」ことが重要だと言っている。

まずイメージを作ることができなければ、その先の計算や公式を導き出すことができず、考え方を深めることもできない。また、公式では、それをただ覚えるだけよりも、どういう考え方をすることからこういう公式になるということもわかっている方が頭に残りやすく、応用も利くと思われる。

今回は、おうぎ形の教具を用い、それを操作させることによって生徒の理解の深まり方がどうなるのかを研究テーマとした。

### II 研究目標

円と関連づけておうぎ形の性質を見出す教具を操作させることにより、図形の見方や考え方、理解を深めやすくなるかどうかを探り、授業実践を通して有効性を明らかにする。

### III 研究内容

第1学年「第5章 平面図形 3円とおうぎ形 2おうぎ形」の単元において、おうぎ形の面積や弧の長さの求め方を考える際に、まず掲示用教具を使って全体で観察し、次に各自で教具を作成、操作、観察することで、直観的な見方を養い、そこから公式の考え方につなげ、さらに理解を深めることができるかどうかを検証していく。

- ①全体で確認する際に、 $360^\circ$ まで回すと円になるということをおさえ、円を基にすると考えられるという見通しを持たせる。
- ②教具に関心を持たせた上で、各自に教具を作成させる。
- ③まず面積について考えさせる。中心角が $180^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $1^\circ$ 、 $7^\circ$ のおうぎ形4つを順番に考えさせる。 $180^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $1^\circ$ は「円の何分の1」という考え方で求められるが、 $7^\circ$ は $360$ を割り切れないため、「 $1^\circ$ の7倍」という考え方をいなければならぬ。そこから「おうぎ形の面積は中心角に比例する」という考え方につなげていく。

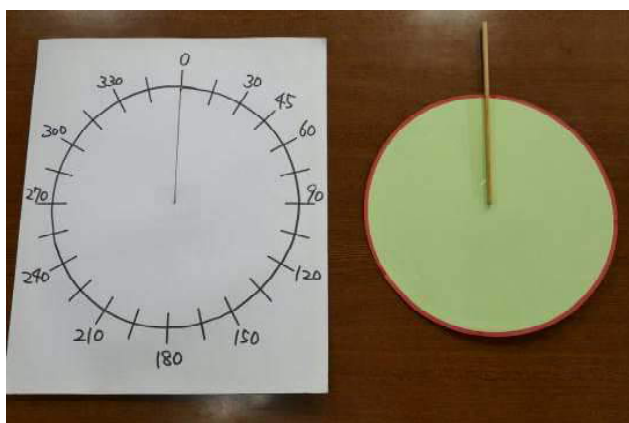
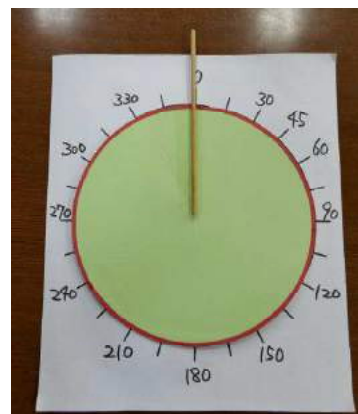
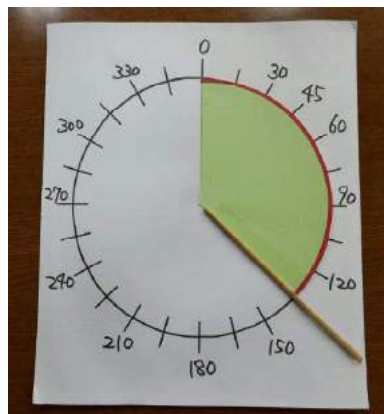
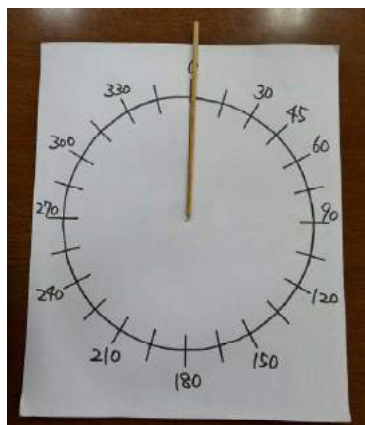


- ④生徒が求め方を考えられた場合には、なぜそうなるのかを詳しく聞き出し、きちんと理解、説明ができるかどうかを見取る。その際には、各自で作成した教具を使えるかどうかも見取る。
- ⑤各自で考えた後、4人程度のグループにさせ、そのなかでお互いに求め方を説明し合うことで、理解を深められるようにする。
- ⑥さらに全体で考え方を確認した後にグループを解体し、各自で中心角が  $61^\circ$  の場合を考えさせ、ここまでの内容が理解できたかを見取る。
- ⑦次に弧の長さの求め方を考えさせる。面積の時と同様の4つの中心角での弧の長さの求め方を考えさせ、面積の求め方から応用できるかを見取る。
- ⑧全体で考え方を確認し、面積と弧の長さ求め方の考え方を理解したかの確認小テストを行う。
- ⑨生徒にアンケートを書かせ、考える際に教具が役に立ったかなどを評価させる。
- ⑩授業中の生徒の様子、確認小テスト、アンケートから、教具の使い方や使わせ方について考察する。

#### IV 実践例

##### (1) 教具の作成

##### i. 黒板掲示用



- |       |    |
|-------|----|
| 材料：厚紙 | 2枚 |
| やや厚い紙 | 2枚 |
| 色紙    | 1枚 |
| 割り箸   | 1本 |
| 磁石    | 適量 |

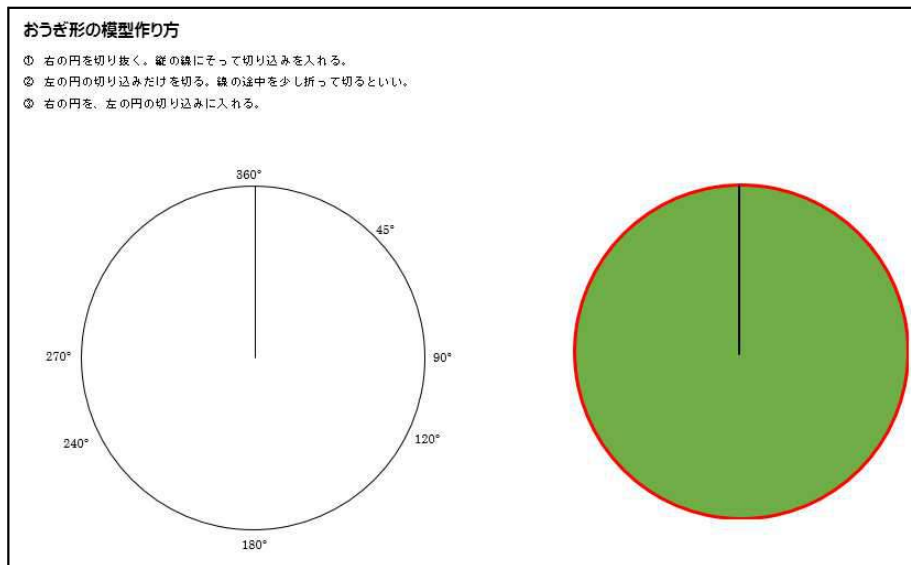


## 工程

- ① 厚紙に円を描き、角度の表示をつける。  
円の中心から  $0^\circ$  に向けて切り込みを入れる。
- ② やや厚い紙 2 枚を厚紙に書いた円と同じ大きさに切る。色紙も同じ大きさに切る。
- ③ ②の 1 枚に色紙を貼り付け、中心から切り込みを入れる。色紙を貼らなかった方も切り込みを入れる。
- ④ 2 枚をらせん状になるように貼り付ける。これは  $360^\circ$  回しても落ちないようにするため。割り箸を端に貼り付ける。
- ⑤ 2 枚の厚紙の端を貼り合わせる。裏に磁石を貼る。
- ⑥ ⑤の切り込みから④を入れると完成。

## ii. 生徒作成用

以下のものを A 4 版の普通紙で全員に配布する。



## (2) 授業実践

### i. 生徒の実態


本校の 1 年生 3 クラス 79 名に対して授業を行った。4 月の学力検査では、図形領域の正答率は全国比 101、数量と図形などについての知識・理解の観点での正答率は全国比 99 であった。今回の授業に先立って円の面積と周の長さの求め方を確認したところ、小学校で学習した求め方を覚えていない生徒が多数いた。また、半径から直径を考える際に、「 $r + r$ 」や「 $r \times 2$ 」を「 $r^2$ 」にする生徒や「 $r \times r$ 」を「 $2r$ 」にする生徒が多数いたり、それを計算できるということすらわからなくなってしまっている生徒がいたりした。


普段の授業から教え合いの時間を多く取っている。しかし、クラスによって活発さに違いが大きい。能力的に高くても、わかっているのに教えようとしない、わからないのに聞けないクラスや、能力的に低くてもわかれば教えようと、わからなければ素直に聞けるクラスがある。

ii. 授業内容

研究内容の手順に沿って、2時間に分けて授業を進めた。

1 時間目

学習活動	時間	教師の行動	生徒の様子
円の面積、周の長さの求め方を復習する。	5	・プリントに書かせる。忘れていた生徒には調べさせる。	前時に復習をしてあったものの、それを忘れていた生徒がいた。
おうぎ形を何種類か見て、それがおうぎ形という名前と知る。	3	・紙を切り抜いて作った円とおうぎ形を見せる。扇子のようだと話が出たら、本物の扇子も見せる。	実際の扇子を見せると興味を示した。
おうぎ形の部分の名前を知る。(弧、弦、半径、中心角)	5	・板書する。	
教具を見る。 教具を作成する。	10	<ul style="list-style-type: none"> <li>・黒板掲示用の教具を出す。(棒は<math>0^\circ</math>の位置)</li> <li>・円の周りに書かれた数に注目させ、中心角と気付かせる。</li> <li>・棒を<math>0^\circ</math>から動かし、おうぎ形を現す。</li> <li>・いくつかの角度のおうぎ形を見せる中で、1周すると円になることを押さえておく。</li> <li>・この教具は自分たちでも作れることを伝え、生徒作成用のプリントを配布する。</li> <li>・作業手順を説明する。作成させる。</li> </ul>	<p>最初は「時間」という生徒が多いが、すぐに角度と気付いた。</p> <p>なぜおうぎ形が出てきたのか不思議そうな反応をした。</p> <p><math>360^\circ</math>回すと落ちるのではないかと考えた。</p> <p>教具の仕組みを知りたがった。</p>  <p>ほとんどの生徒が簡単に作成できた。</p>
おうぎ形の面積の求め方を考える。	10	<ul style="list-style-type: none"> <li>・① <math>180^\circ</math> ② <math>45^\circ</math> ③ <math>1^\circ</math> ④ <math>7^\circ</math> の4段階で面積を考えさせる。黒板の教具は<math>180^\circ</math>のおうぎ形にしておく。</li> <li>・まずは個人で考えさせ、相談はしないように指示する。</li> <li>・考えられた生徒には挙手させ、教師が行って、どう考</li> </ul>	<p>直観的に<math>180^\circ</math>は円の半分だと気付いた生徒が多い。</p> <p><math>45^\circ</math>についても、教具を動かしてみても円の<math>\frac{1}{8}</math>とわかった生徒が多数いた。</p> <p>数分で各クラス2人ほどが挙手した。</p>

	<p>えたのか聞き出す。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・「半径×半径×<math>\pi</math>」と答えた生徒に対しては、それが何を意味するのか問い、「円の面積」と答えた生徒には、その求め方を問う。</li> <li>・なぜ「<math>\div 2</math>」や「<math>1/2</math>」が出てくるのかを問う。</li> <li>・「<math>180^\circ</math>」の180という数をつかって式にするとどういう式になるか考えさせる。</li> </ul>	<p>その後も次々に挙手する生徒が増えた。</p> <p>「半径×半径×<math>\pi \div 2</math>」  「半径×半径×<math>\pi \times 1/2</math>」  「半径×半径×<math>\pi \times 180/360</math>」  「円の面積<math>\div 2</math>」  「円の面積<math>\times 1/2</math>」  「<math>\pi r^2 \div 2</math>」</p> <p>など表現は様々だが、説明させると考え方を理解できている生徒が多かった。</p>
<p>グループで考え方の意見交換を行う。</p> 	<p>7</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・4人程度のグループにさせ、お互いの考え方を聞き合わせる。まだ考えられていない生徒には、他の人の意見を聞いて理解できるように促す。</li> <li>・発表に向けて、誰が指名されても答えられるようにしておくように伝える。</li> </ul>	<p>教具を用いて説明している生徒、自分の書いた式で説明している生徒がいた。</p> <p>他の人の考え方を聞いて書いていた。</p> <p>1クラスは上位の生徒ばかりのグループ、下位の生徒ばかりのグループができてしまった。前者は式だけで簡単に終わってしまい、後者は話し合いがうまく進まなかった。</p> <p>これを伝えると、教え合いが少し活発になった。</p>
<p>考え方を発表する。</p>	<p>5</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・①～④の角度についてクラスで4人指名し、発表させる。あえて数学が少し苦手な生徒を指名する。うまくできなければ、同じ班の人にサポートさせる。</li> <li>・黒板掲示の教具を使って、説明の補足をする。「<math>7^\circ</math>分の面積は<math>1^\circ</math>分の面積の7倍」ということに注目させ、「<math>180^\circ</math>分の面積は<math>1^\circ</math>分の面積の180倍」「<math>45^\circ</math>も同様」という考えを引き出す。そこから「おうぎ形の面積は中心角に比例する」という考え方につなげる。</li> </ul>	<p>たいていの生徒はそれなりに説明できた。</p> <p><math>180^\circ</math>の人が説明できると、それ以降は同様に説明できる。<math>7^\circ</math>は<math>1^\circ</math>の式に注目させるとスムーズにいけた。</p>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>バラバラな表現を、「360分の中心角」の形に統一させる。</li> </ul>	
理解の確認をする。	5	<ul style="list-style-type: none"> <li>グループを解体させ、各自で <math>61^\circ</math> の場合の面積を考えさせる。</li> <li>できたら丸をつける。</li> </ul>	ほとんどの生徒が自力解決できた。できない生徒も、これまでの式で角度がどこに使われたかを考えさせると式を作ることができた。

## 2 時間目

学習活動	時間	教師の行動	生徒の様子
前時の復習をする。	5	<ul style="list-style-type: none"> <li>全体に投げかけ、時間をかけないようにする。</li> </ul>	数名の生徒が答えた。
おうぎ形の弧の長さの求め方を考える。	10	<ul style="list-style-type: none"> <li>教具で弧がどこの部分か確認させ、角度をいろいろ変えてどう変化するか見せる。</li> <li>面積の時と同様に、 ① <math>180^\circ</math> ② <math>45^\circ</math> ③ <math>1^\circ</math> ④ <math>7^\circ</math> の4段階で面積を考えさせる。黒板の教具は <math>180^\circ</math> のおうぎ形にしておく。</li> <li>まずは個人で考えさせ、相談はしないように指示する。</li> <li>考えられた生徒には挙手させ、教師が行って、どう考えたのか聞き出す。</li> </ul>	説明している間にも、書き始めている生徒がいた。  面積の時よりも早く挙手が多くなった。 表現は様々あるが、考え方を理解できていた。
グループで考え方を確認する。	5	<ul style="list-style-type: none"> <li>面積の時と同様。</li> </ul>	面積の時よりも、式だけで説明している生徒が増えた。
考え方を発表する。	5	<ul style="list-style-type: none"> <li>面積の時と同様</li> </ul>	面積の時よりもスムーズに説明できた。
確認小テスト、アンケートを行う。	10	<ul style="list-style-type: none"> <li>グループを解体させ、小テストを配る。 ① 「半径 <math>r</math> cm、中心角 <math>17^\circ</math> のおうぎ形の面積の求め方」 ② 「半径 <math>a</math> cm、中心角 <math>29^\circ</math> のおうぎ形の弧の長さの求め方」</li> <li>書けた生徒にはアンケート</li> </ul>	すぐに書き終わった生徒が多かった。

		を答えさせる。 ・ある程度の時間で回収する。	書き終わらなかった生徒もいた。
公式をまとめる	5	・半径 $r$ cm、中心角 $x^\circ$ のときの求め方を公式として教える。板書を写させる。 ・円の面積や円周を元にして、掲示用教具で改めて確認する。	
問題練習をする。	10	・例題として1問面積と弧の長さの求め方を確認した後、各自で問題に取り組ませる。	約分に手間取る生徒が多かったが、正解を出していた。

## V 成果と課題 (○：成果 ●：課題)

### (1) 生徒の様子から

- 今回初めて一人一つの教具を作成させた。以前は4人程度のグループに1つだったため、まず各自で教具を使って考えるということができなかった。全員が一つずつ持つことで、各自で考えてからグループでの話し合いにつなげることができた。
- 低位の生徒でも、 $180^\circ$  のときなど、教具を見て円の半分と気付くことができた。そこからさらに半分で  $90^\circ$  、さらに半分で  $45^\circ$  とつなげることができた。数だけ見て半分と気付くことは難しかったと思われる。
- 弧の長さを考えるときには、面積を考えるとときと教具の動きが同じだったためか、早く考えられた。
- クラスによって教具への興味に差があった。以前、他の学校で教具を見せたときには概ね高い興味を得られたのだが、今回の学年では、3クラス中2クラスでそれほど興味を得られたとは思えなかった。
- 教具を生徒がどれだけ自発的に使うのかを見るために、使うように促すことは特になかった。そのためか、使用頻度は生徒によって様々で、全く使っていない生徒もいた。特に上位の生徒は使わずに理解し、特に下位の生徒はどう使えば良いのかわからなかったようである。これはアンケートの結果にも表れていた。
- 生徒作成用の教具に、 $45^\circ$  ずつや  $1^\circ$  ずつに線が入っている円や、円周部分だけに色がついている円を取り替えられるよう工夫すると、 $45^\circ$  が8分の1ということや円周も中心角に比例することが直観的に理解しやすくなった。
- 生徒に考え方を発表させる際に、黒板掲示用の教具を操作させながら発表させると、生徒の注目が増し、理解しようとする気持ちが高まったかもしれない。

### (2) 確認小テストから

#### ①「半径 $r$ cm、中心角 $17^\circ$ のおうぎ形の面積の求め方」

学年正解率は88%だった。

誤答例としては、 $r \times r \times \pi \div \frac{17}{360}$ 、 $r \times 2 \times \pi \times \frac{17}{360}$ 、 $\frac{17}{180} \pi r^2$  などがあつた。

無回答は5%だった。

②「半径 a cm、中心角 29° のおうぎ形の弧の長さの求め方」

学年正答率は 79 % だった。

誤答例としては、 $\frac{29}{180}\pi r$ 、 $a \times 2 \times \pi \div \frac{17}{360}$ 、 $\frac{29 \pi a^2}{180}$  などがあつた。

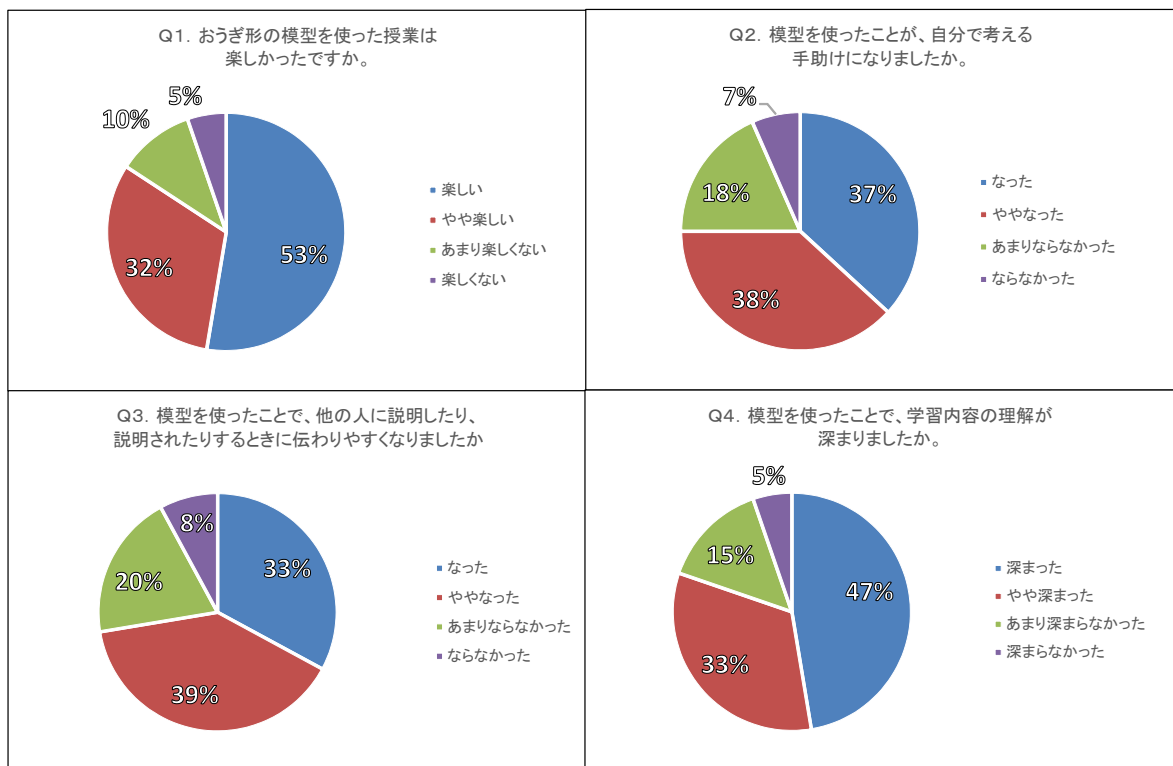
無回答は 7 % だった。

○ほとんどが正解を書けており、低位の生徒の中にも正解を書けた生徒がいる。

●「÷」を使った生徒がいたが、これは板書する際に「×」と「÷」を混在させてしまったせいだと思われる。きちんと分けてまとめるべきであつた。

●無回答の生徒は、グループ活動に入っていけなかつた生徒が大半であつた。活動のさせ方や支援にも改善が必要である。

(3) アンケートから



○約 7 割以上が好意的な評価をしている。

●評価が低かつた生徒は、教え合いをあまりしなかつたクラスに多かつた。そのクラスは小テストの正答率も一番低かつた。

(4) まとめ

教具を使うことで理解が深まったといえる。しかし、ただやらせれば良いというわけではない。うまく使わなかつた生徒が多いクラスでは、理解が低く、自己評価も低かつた。教員が個別支援したり、生徒同士で教え合いをしたりする際に教具を使った方が理解しやすくなるので、興味を引き、便利だと思わせられるような教具の見せ方や使わせ方、支援のしかたを工夫することが必要である。

# ともに学ぶ算数・数学授業の創造

～主体的に考え、表現する活動を通して、数学的な考え方を培う指導～

前橋市立荒砥中学校 羽鳥 和典

## I 主題設定の理由

本校では、校内研修においては平成22年度から、また25年度から27年度まで教科別研究指定校となり、数学的な思考力・表現力を高め、数学を学ぶことの楽しさを実感する数学的活動の充実に取り組んでいる。数学的な思考力・表現力を高め、主体的に考え表現することを重視した授業を展開するためには、生徒自らが主体的に取り組む工夫を行い、自らの考えを表現できる問題を提示し、自分なりの表現から筋道を立てた表現へと高めるための授業を計画しなければならない。また、表現された考えが相手に正確に伝わったか確かめる必要がある。そこで、自分の考えを様々な方法で発表し合い、解決方法を説明し合い、考えを比較・検討する活動を取り入れながら、数学的な表現をする活動を取り入れれば、「数学的な考え方を育て、主体的に考え、表現することができる」と考え、本研究主題を決定した。

## II 研究目標

主体的に考え、表現する活動を取り入れ、指導を工夫することにより、数学的な考え方を育てることを実践を通して明らかにする。

## III 研究内容

(1) まず、「数学的な思考力」は「根拠を明らかにして筋道を立てて考える力」、そして「数学的な表現力」は「言葉や数、式、図、表、グラフ等を用いて問題を解決したり、説明したりできる力」ととらえる。

(2) また、「主体的に考える」活動の手立てとして、以下のように考える。

### ①課題設定の工夫

生徒が主体的に解こうと思えるものとして、多様な見方や考え方が可能な学習課題の提示が必要であると考え。解法が複数あるような身のまわりの問題や課題解決学習、いろいろな証明方法が考えられる図形の学習などが考えられる。

### ②ワークシートの工夫

既習内容を書き出す工夫や、個人思考で自分の考えを記述し、グループ活動で他の生徒の考えと比較検討できるようにする。また、他の生徒と教え合いを行う場面において、他の生徒の説明や考えを記入してグループ活動が活性化するように考えたい。

### ③グループ編成の工夫

個人解決では考えが行き詰まる生徒や、解答が出せても根拠を筋道立てて示せない生徒もいる。そこで、ペア学習の中で、お互いに根拠を示しながら説明し合う活動を取り入れる。また、4、5人の班編成を行い、課題によっては各班ごとに違う解き方を設定したり、班の中で解き方を分担するなど、班の中で協力して課題を解き合ったり、班の中で別の考え方を知ることになるようにした。なお、必要に応じて席を離れ学び合いをしてもよい時間を取る場合もある。



(3) つぎに、「表現する」活動の手立てとして、以下のように考える。

①発表方法の工夫

それぞれの生徒が表現力を向上することができるよう、全員が何らかの形で表現し合う活動を取り入れる。具体的には以下の4つの活動を組み合わせながら実践を行いたい。

1. 隣の人と説明し合う活動
2. 班で説明し合う活動
3. 班以外の人に説明し合う活動
4. 全員の前で説明する活動

②書く活動の工夫

書く活動において意識する視点として、

1. 自分の考えや他の生徒の考えを自分の言葉で書く。
2. 数、式、図、表、グラフ等を使って書く。
3. キーワードを意識して書く。
4. 授業中に気づいたことを書く。
5. 授業で学んだまとめや振り返りを書く。

(4) TT指導について

本校では、27, 28年度と第2, 3学年でTT指導を行っている。各学級ともT1は数学教員であるが、T2は他教科の教員もいるのが現状である。TT指導の工夫についてはここでは割愛する。

IV 実践例

授業実践はT1として指導している2年生において実践例を挙げる。

1. 「1次関数」(1次関数の利用)

(1) 本時の目標

身のまわりにある1次関数を見いだして、1次関数を利用して問題を解決することができる。

(2) 授業の視点

グループ学習を取り入れたことは、自分や友達の考えのよさを共有し、身のまわりの問題を解決することに有効であったか。

(3) 展開

時	主な学習活動 (学習形態)	指導上の留意点及び支援等
導入 5分	・本時の目標「インターネットの料金プランについて説明しよう」 課題の把握	・課題を読み取る中で、 利用料金＝基本料金＋1分間の通信料× 通信時間 を確認する。
展開 ① 10	・1ヶ月に100分利用したときの利用料金をそれぞれ求め、どの会社が得か考える。(個人解決→ペア学習)	・T1T2で分担し、机間支援をする。 その際、解決した生徒はペアの生徒に説明をしたり、学び合いができるよう声掛けをする。

分		
展開②	<p>・各社の料金プランを式やグラフに表し、通信時間によってどのプランが得かを考える。(グループ学習)</p>	<p>・T1T2で分担し、まずグラフのかき方について机間支援する。その際、切片と傾きに注目させる。</p>
32分	<p>「どのようなときに、どのプランが得なのか太郎さんに教えてあげよう。また、グループで説明し、伝え合い、より良い説明にしよう。」</p> <p>・全体の前で数班、発表し全体で考えを共有しよう。</p>	<p>・場合によっては席を立って他のグループに聞きに行ってもよいことにしたい。</p> <p>・実物投影机、液晶テレビを使って視覚的に説明しやすいようにする。</p> <p>・机間指導する際、意図的指名につなげられるようT1T2で申し合わせしておく。</p>
3分	<p>・本時の振り返りを書く。</p>	<p>・ワークシートを回収し、評価に活用する。発展的課題プリントを宿題として用意しておく。</p>

(4) ワークシート

数学ワークシート <<1次関数>>  
<挑戦しよう> 2- 名前( )

インターネットの料金プラン P101

○太郎さんは、インターネットの料金について調べています。右の図は、A社、B社、C社の1か月の利用料金を示したものです。

インターネット 料金プラン		
A社	B社	C社
基本料金 (5分)	基本料金 (15分)	基本料金 (15分)
1000円	0円	0円
1分間の通信料 3円	1分間の通信料 5円	通信料 2800円

(1) 太郎さんの家では、1か月に100分間の通信をしています。この場合、どの会社が一番得でしょうか。それぞれの会社の料金を計算しましょう。

A社

B社

C社

つまり、一番、得なのは・・・

(2) 太郎さんは、x分間通信したときの利用料金をy円として、xとyの関係を式に表そうと思います。A社～C社の利用料金を表す式を求めましょう。

A社

B社

C社

(3) x分間通信したときの利用料金をy円として、A社～C社の利用料金を表すグラフを表しましょう。

(4) どのようなときに、どのプランが得なのか説明しましょう。

○今日の学習の振り返り

2. 「平行と合同」(多角形の内角)

(1) 本時の目標

多角形の内角の和を求める式を帰納的に導くことができることを理解する。

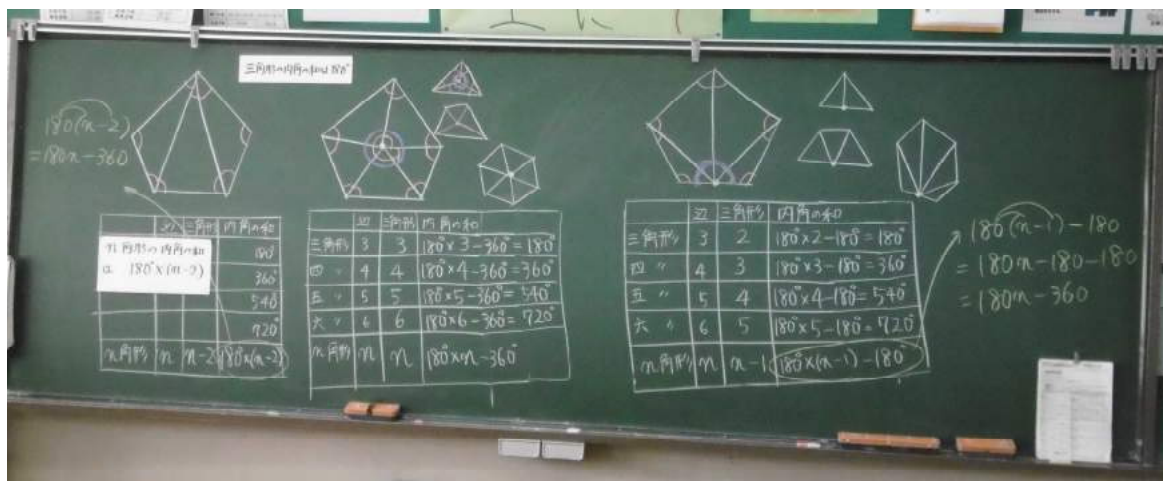
(2) 授業の視点

形式的なグループ学習から、解法ごとのグループ学習に変えたことで、話し合いや学び合いがより活発になったか。

(3) 展開

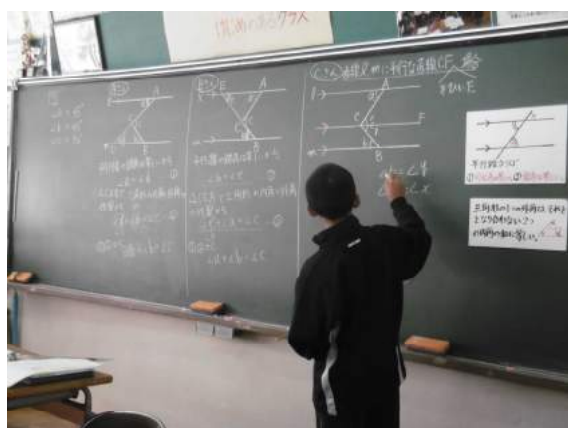
時	主な学習活動 (学習形態)	指導上の留意点及び支援等
導入 10分	<ul style="list-style-type: none"> <li>・本時の目標「多角形の内角の和を求める式を見つけよう」</li> <li>「多角形」、「内角」の用語の確認</li> <li>・どうやったら内角の和を求めることができるか考える。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・既習の「三角形の内角の和は<math>180^\circ</math>」をもとに考えさせる。また、小学校教科書の同じ内容のページを提示する。</li> </ul>
展開 ① 10分	<ul style="list-style-type: none"> <li>・多角形を三角形に切り分けることで内角の和を求めるが、補助線を</li> <li>①「1. 頂点からひく場合」</li> <li>「2. 内部からひく場合」</li> <li>「3. 辺上からひく場合」で具体的に表に書いていく。(グループ学習)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・T1 T2で分担し、机間支援をする。その際、解決した生徒はグループの生徒に説明をしたり、学び合いができるよう声掛けをする。</li> </ul>
展開 ② 20分	<ul style="list-style-type: none"> <li>・1～3の方法によってグループになり、内角の和の一般化まで考える。(解法ごとのグループ学習)</li> <li>1…<math>180^\circ \times (n - 2)</math></li> <li>2…<math>180^\circ \times n - 360^\circ</math></li> <li>3…<math>180^\circ \times (n - 1) - 180^\circ</math></li> <li>・全体の前で解法ごとに発表し全体で考えを共有し合う。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・様子を見て、自分の解きたい方法によって生徒を移動させ新たなグループ学習を行っていく。</li> <li>・1つの解法ができたなら別の解法グループに移動してもよいことにしたい。</li> <li>・机間指導する際、意図的指名につなげられるようT1 T2で申し合わせしておく。</li> </ul>
10分	<ul style="list-style-type: none"> <li>・3つ解法による一般式が「<math>180^\circ \times (n - 2)</math>」となることを確認し、練習問題を解く。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・カッコをはずすとどの一般式も同じになること確認させ、解法1の一般式を採用することにする。</li> </ul>

(4) 板書



3. その他の実践風景

(1) 図形の性質と補助線



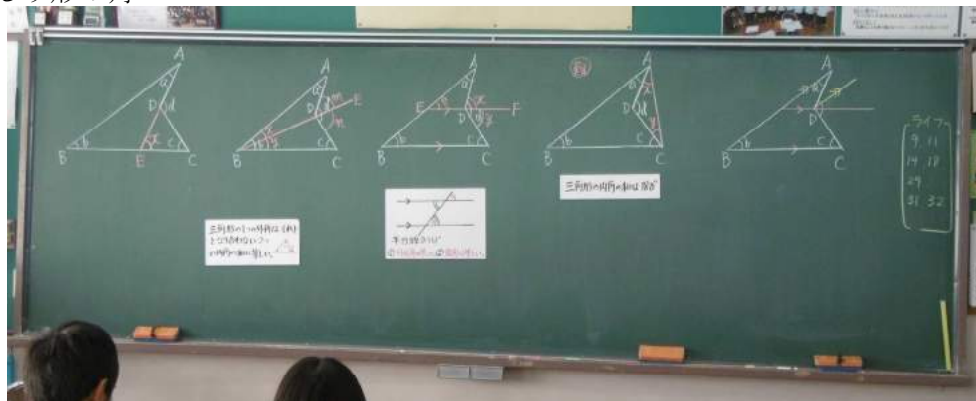
生徒が全員の前で説明  
三角形をつくる補助線や平行線をひいて  
錯角を利用する補助線をひいて説明できた。

(2) グループ学習の様子

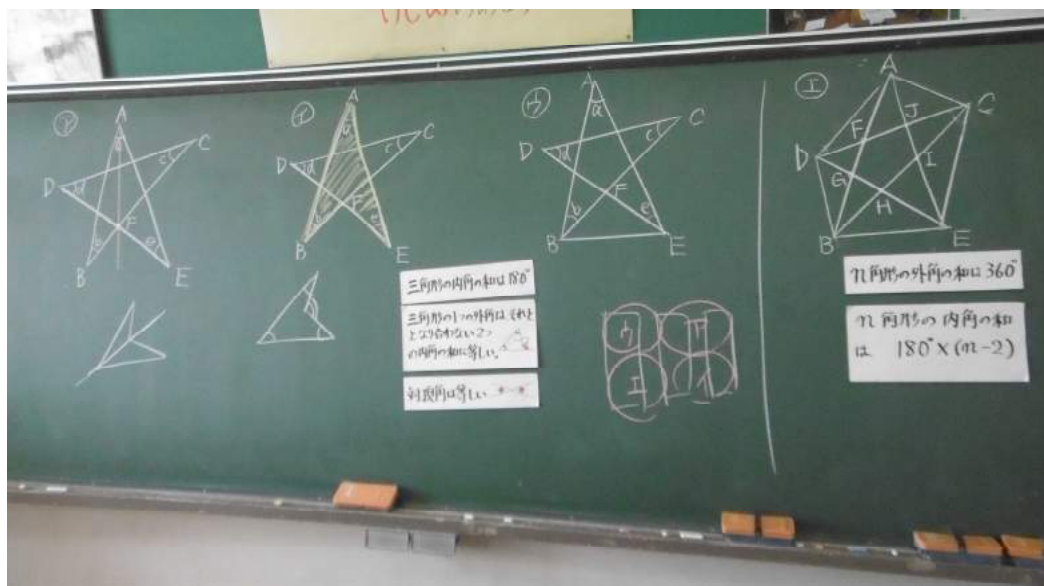


他教科でもグループ活動を取り入れており  
また、課題解決のために積極的に学び合  
いができるようになってきた。

(3) 矢じり形の角



(4) 星形の角



既習のどの事柄を使えばいいか、カードを掲示して考えさせた。  
説明の仕方ごとにグループ活動を行い、自分の班に戻り説明し合う時間をとった。

(5) 多角形の性質の利用



四角形の中に三角形の穴が空いている図形で、四角形の内角と三角形のまわりの角の和を求める問題。求めることができた生徒には、違う図形の場合やm角形の中にn角形の穴が空いている場合の一般式まで考えられた生徒もいた。

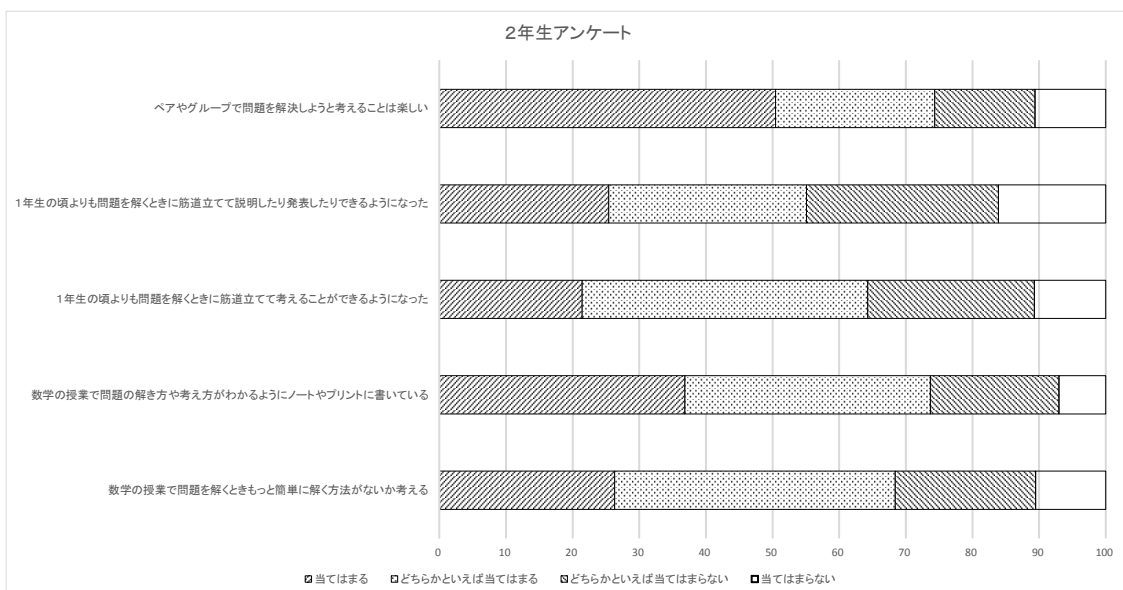
(6) 自由に動いて友達と学び合い



自由に動いて友達にヒントをもらう生徒、教えてあげる生徒、自分で解決しようとする生徒など、いろいろな生徒がいる。

## V 成果と課題

### 1 生徒へのアンケート結果



### 2 CRTテスト結果

値は全国比	関・意・態	考え方	技能	知識・理解
1 学年時 (2016, 2月実施)	100	97	91	92
2 学年時 (2017, 2月実施)	104	113	100	105

CRTテストの結果から、1年前は関心意欲は全国並み、その他3観点はいずれも全国を下回っていたが、この1年間考える活動、表現する活動を行った結果、すべての観点で全国と同じか全国以上の力が着いたと思われる。特に「数学的な考え方」は16ポイントもアップしたことは大きな成果であった。

### 3 成果

#### (1) 「主体的に考える」活動について

##### ①課題設定の工夫

多様な見方や考え方が可能な学習課題の提示を示すことが図形分野を中心にできた。図形分野においては、補助線を自分で引かせることにより、教員も予想していない多様な解法を考える生徒も出てきた。1つの解法ができた生徒でその他の解法を考える意欲のある生徒も増えてきた。

##### ②ワークシートの工夫

複数の考え方ができるようなワークシートを用意し、黒板に既習事項のカードを掲示しながら、どのような性質を用いたか、どのような根拠から成り立つのかを書き出せるようにした。

##### ③グループ編成の工夫

課題の難易度によるが、多様な考え方ができる問題や課題解決的な問題では、個人解決

の時間はとらず、ペア学習やグループ学習に移行した。日頃は生活班のグループなので、形式的なグループにとらわれず、自由に席を離れ学び合いをしたり、課題別、解法別のグループになって学び合いをすることができた。ジグソー学習のやり方を意識したグループに戻っての学び合いも取り入れることで説明する力がついてきたと思われる。

## (2)「表現する」活動について

### ①発表方法の工夫

隣の人と説明し合う、班で説明し合う、班以外の人に説明し合う、全員の前で説明する、という活動を通して、「自分の考え方に誤りがあることに気づく」「自分の解き方よりわかりやすい解き方をしている」「自分の解き方が自分で整理できた」という感想が生徒から出た。

### ②書く活動の工夫

ワークシートで、式、図、表、グラフなどで表せるようスペースやコーナーをとり、意図的にいろいろな表現ができるように工夫できた。また、生徒アンケートでも、7割以上の生徒が解き方や考え方がわかるようにノートやワークシートに書くことができていた。

全体的に生徒アンケートにもあるが、「ペアやグループで問題を解決しようと考えたことは楽しかった」と答えた生徒が7割以上あり、記述でも、「もっとグループ活動をしたい」「グループ学習をして考えが深まった」という意見が多数見られ、数学に対する意欲向上も見て取れたことは成果であった。

## 3 課題

- 意図的指名ができるようT1T2での役割分担をしていたが、まだまだ足りないところが見られた。日頃から可能なかぎり事前の教材理解、共通理解を図りたい。
- 生徒のアンケート結果を考察すると、
  - 「もっと簡単に解く方法がないか考える」生徒68%
  - 「筋道立てて考えることができるようになった」生徒63%
  - 「筋道立てて説明したり発表したりできるようになった」生徒55%と半数は超えているが、まだまだ主体的に考えることができない生徒、考えることができても声に出して説明したり発表できない生徒もいることがわかる。
- 今後も生徒が課題解決したいと思うような問題を設定できるよう、教材研究に努め、最低1単元に1回は授業計画に組み入れられるようにしていきたい。また、学び合いを取り入れた授業を日常的に設定していきたい。

I サブテーマ設定の理由

生徒は素直で真面目であるが、学習に対する集中力や定着の程度、取り組みの主体性について、優れている生徒と課題がある生徒とに分かれている。

本校では校内研修主題「わかりやすく達成感を味わえる授業づくりをめざして」～振り返り活動を充実させて～のもと、振り返り活動を充実させることで、授業のわかりやすさを追求し、生徒の学力向上を図ることに取り組んでいる。

学び合いと振り返り活動を充実させることで、生徒一人一人が学習に意欲的に取り組み、数学的な思考力・表現力を高めることができるであろうと考えた。

II 研究目標

学び合いと振り返り活動を計画的、継続的に取り入れることで、主体的に学ぶ意欲を高め、数学的な思考力・表現力を高めることができるようになるかを明らかにする。

III 研究内容

① 学び合いについて

教科書の例題、たしかめの問題、問いの問題等の課題で個別学習の後、全体での学習の前に、となりや近くの席の生徒との小集団で学び合う活動を行う。自分の考えや他者の考えを言葉で伝え合ったり、ノートを見合ったりする事で、思考力・表現力を高めることができたか検証する。

教科書で、例題、たしかめ、問と学習する過程で、個別学習と、一斉学習との間にペア(グループ)による学び合いの活動を行い、自分の考えや他者の考えを言葉で伝え合ったり、ノートを見合ったりして、思考力・表現力を高めるようにする。

学習の過程 例題 たしかめ・問 ⇨ 例題 たしかめ・問  
個別→一斉 個別→一斉 個別→ペア(グループ)→一斉 個別→ペア(グループ)→一斉

② 振り返り活動について

「なぜ?」「どうして?」と発問し、根拠の振り返りをするようにする。

問題解決後、解決の過程の振り返りをするようにする。

学習の過程を振り返りやすくするために、板書を構造的にしたり、ノートを工夫させたりする。振り返りやすいノートを作成させるため、グラフや図形を部分的に印刷配布し、ノートに貼らせる。

「振り返りカード」を作成し、毎時間の学習内容、感想、自己評価を記入させる。授業の最初に設定しためあてに対する振り返りを行う事で、何を学んだかを実感し、主体的に学ぶ意欲を高めることができたか検証する。

月/日	学習内容・分かったこと	感想・疑問点・問い	自己評価	
			意欲	理解
/			A	A
			B	B
			C	C



IV 実践例

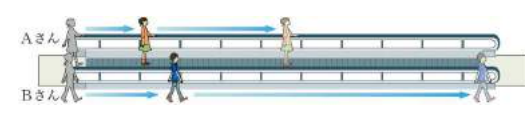
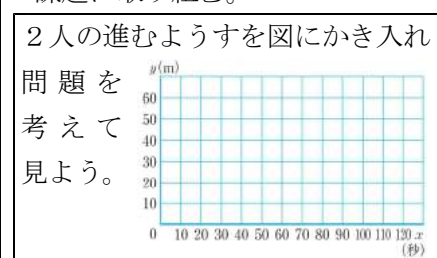
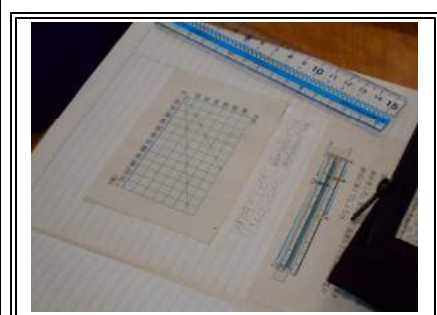
① 学び合いについて

1 単元名 比例と反比例

(1) ねらい 比例のグラフを利用して実際の問題を解決することができ、グラフの有用性が分かる。

(2) 準備 教科書(東京書籍)、ノート、パソコン、プロジェクター、問題・グラフのプリント、小型ホワイトボード・ペン

(3) 展開

学習活動	支援及び留意点	時間	観点評価項目(方法)
めあて 身のまわりの問題を、関数を利用して考えて見よう。			
1 本時のねらいと課題を知る。	・問題用紙を配布する。		
<p>問題1 空港や大きな駅には、長い距離を立ったまま移動することができる「動く歩道」があります。下の図の動く歩道は、長さが60mで、毎秒0.5mの速さで動いています。Aさんが動く歩道に乗ると同時に、Bさんが、その横を毎秒1mの速さで歩き始めました。Bさんは、Aさんより何秒前に歩道の終点に着くでしょうか。</p> 			
	<ul style="list-style-type: none"> <li>・T2と寸劇をし、場面を説明する。</li> <li>・問題の場面のアニメーションをプロジェクターに投影し、問題の場面を理解させ、関心を高める。</li> </ul>	8	
<p>・課題に取り組む。</p> <p>2人の進むようすを図にかき入れ問題を考えて見よう。</p>  	<ul style="list-style-type: none"> <li>・解決の方法を考えさせる。</li> <li>・グラフ用紙を配布する。</li> <li>・ペアで考えを交流させる。</li> <li>・机間巡視をし個別に支援する。(T2予想される解答)</li> <li>・2人の進む様子を表にまとめる。</li> <li>・2人が終点に着く時間をそれぞれ求める。</li> <li>・方程式を利用する。</li> <li>・x秒間にすすむ距離をy mとして、2人の進むようすをグラフに表して考える。</li> <li>・グラフを使った解き方を振り返らせ、グラフのよさを考えさせる。</li> </ul>	15	<p><b>見</b>比例のグラフを問題を解決に利用できるか。(ノート・観察)</p> <p><b>技</b>比例のグラフをもとに問題の答えが求められるか。(ノート・観察)</p>
2 問題2を考える。			
問題2 2人の進む様子を表すグラフから、わかることをできるだけたくさん読み取ろう。			
	<ul style="list-style-type: none"> <li>・グループで考えを交流させる。</li> <li>・机間巡視をし個別に支援する。(T2)</li> <li>・グラフの有用性についてまとめる。</li> <li>・グループごとに発表させる。</li> </ul>	20	

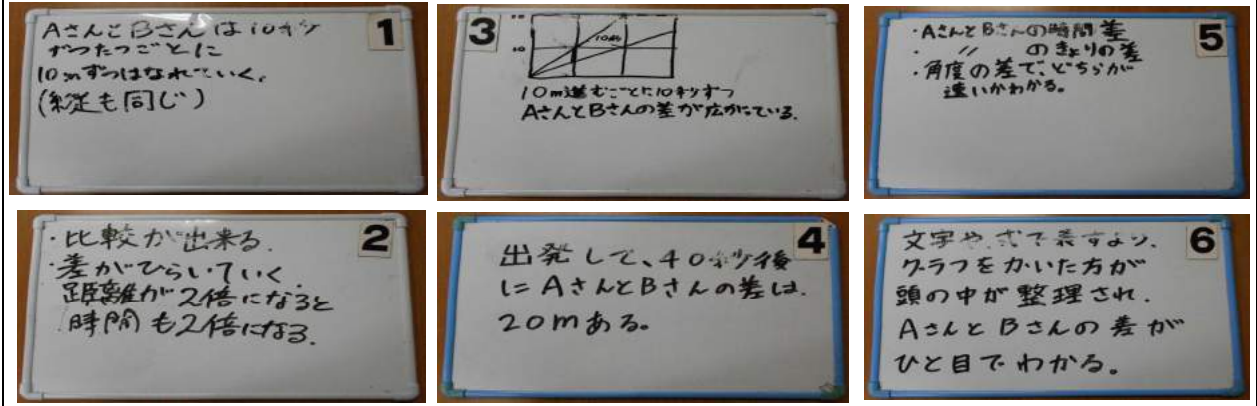
予想される解答

- ・ Aさんが動く歩道に乗ってから20秒後にはAさんとBさんは10m離れている。(40秒後に20m、60秒後に30m)
- ・ AさんとBさんの離れる距離は、時間に比例している。
- ・ Bさんが動く歩道の終点に着いたとき、Aさんは終点の30m手前にいる。

見 グラフの有用性がわかったか。(ノート・観察)

技 比例のグラフをもとに問題の答えが求められるか。(ノート・観察)

各班の発表

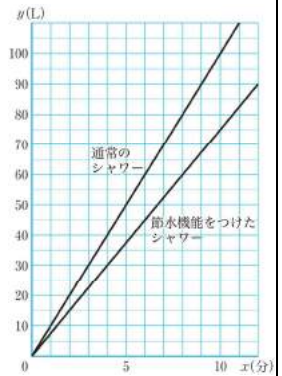


3 問題3を考える。

問題3 シャワーを使うときの水を節約するため、通常シャワーに、節水機能をつけることがあります。

右の図は、通常シャワーと、節水機能をつけたシャワーについて、それぞれをx分間使ったとき、yLの水を使うとして、xとyの関係を表したものです。

ゆうとさんは、ふだん1回につき10分間シャワーを使います。通常シャワーを、節水機能をつけたシャワーに変えた場合、どれくらいの水が節約できるでしょうか。グラフを利用して求めなさい。また、その求め方を説明しなさい。



(振り返り1)

- ・ 問題用紙とグラフ用紙を配布する。
- ・ 自力解決をさせる。
- ・ ペアで考えを交流させる。
- ・ 机間巡視をし、個別に支援する。(T2)

5

見 比例のグラフを問題を解決に利用できるか。(ノート・観察)

技 比例のグラフをもとに問題の答えが求められるか。(ノート・観察)

4 本時のまとめと振り返り (振り返り2)

- ・ 実際の問題で比例のグラフを利用して考えると考えやすいことをまとめる。
- ・ 振り替えカードを配布し、学習の振り返りをさせる。

2

・グループ学習では、リーダーがいて、リーダーが上手く引っ張っていた。また、一人の発言に対し、問題と結びつけて気づきが生まれていた。グラフの有用性が分かった生徒は、振り返りの問題にもすぐ取り組んでいた。読み取りの遅い生徒は、読むだけで終わってしまった。

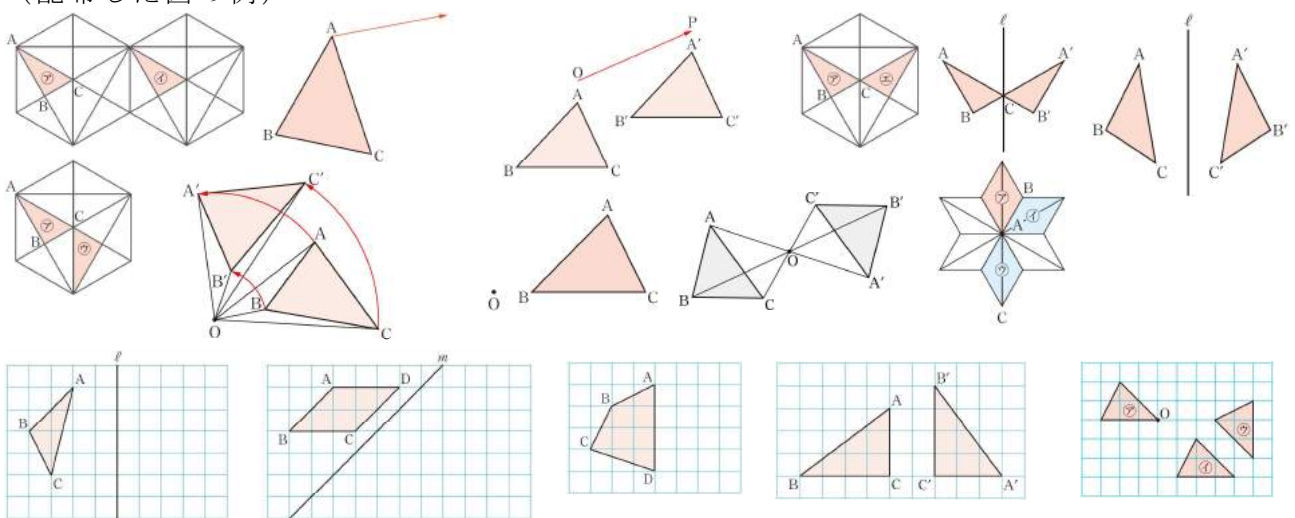
・意見を受け入れようとする周りの反応が見られた。下位群の多い班で、懸命に考えていたがグラフの有用性までは見つけるには至らなかった。

・数学的な話し合いができていた。「なぜ～なるのか?」、「～だから…」という論理的な話し合いをしていた。ノートの取り方も工夫していた。グラフの有用性の意味が分かった生徒とあまりよく分からなかった生徒がいた。

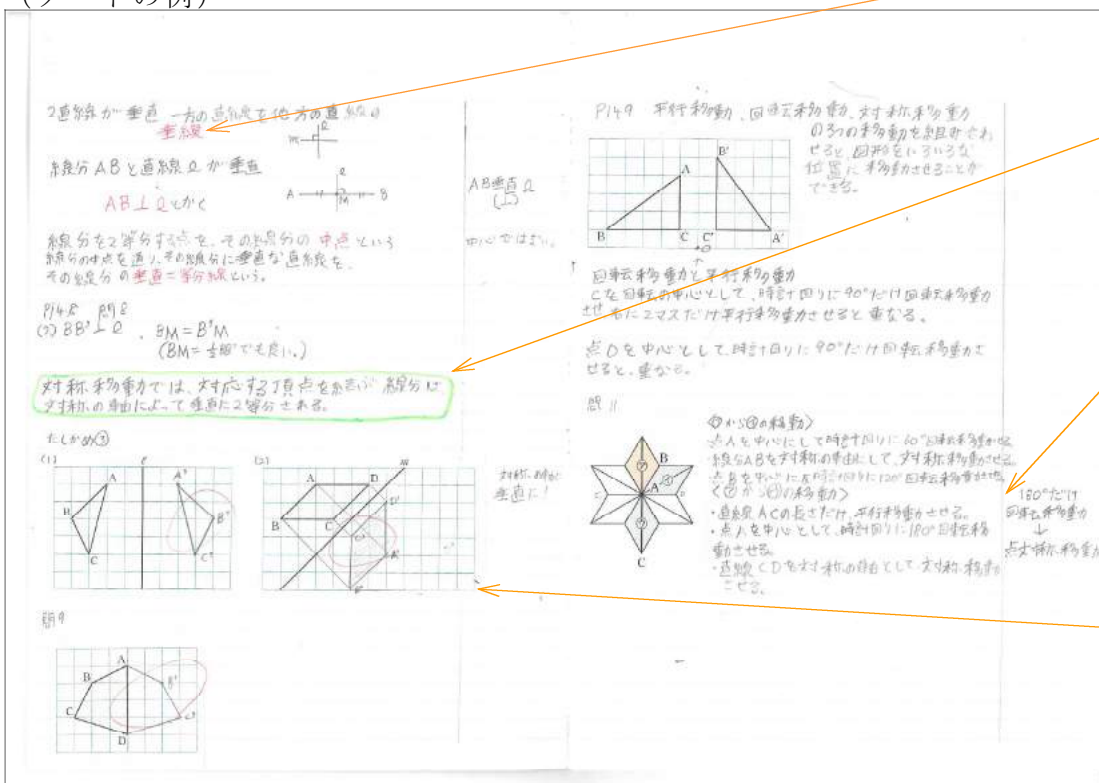
② 振り返り活動について

教科書の問題の図を教科書PDFファイルから切り取り、カラー印刷して配布し、貼らせることで、振り返りやすいノートを作らせるようにする。

(配布した図の例)



(ノートの例)

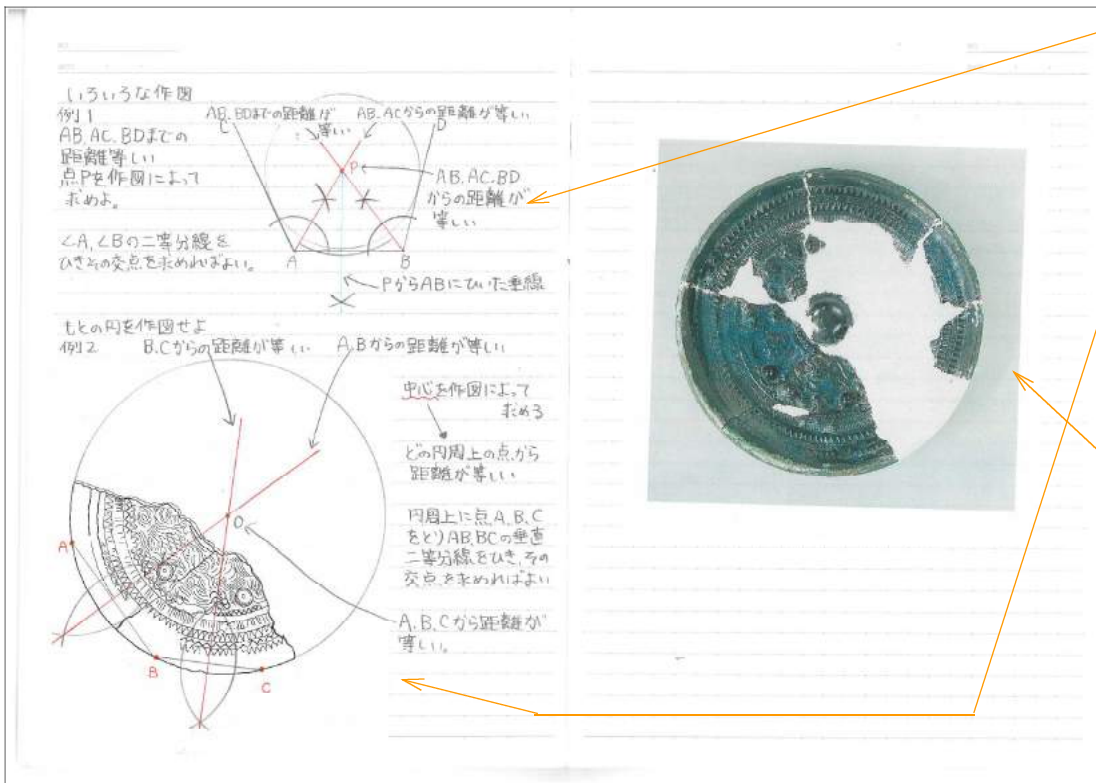


重要な語句は色ペン(板書は黄)

定理・性質は色ペンで囲む(板書は緑)

ノートを縦線で分けて大事と思ったことを右にメモする

問題の図はカラー印刷で配布、ノートに貼る



問題解決の考えを言葉で表す。(板書)

作図の問題を別紙で配布、ノートに貼る。

問題の図と同じ大きさで実物の写真をカラーで配布

(振り返りカード)

振り返り活動を充実させるために、「振り返りカード」を作成し、学習内容・分かったこと、感想・疑問・問い、自己評価を記入させ、毎授業後教師が確認する。

カードを記入することで、生徒に、①自分で何が分かったか、分からなかったか(再確認)、②自分で何ができるようになったか、できていないか(達成感)、③自分でもっと知りたいこと、調べたいこと、疑問に思ったこと(見通し)、④学習したことを次時への学習や家庭学習につなげる(つながり)を意識させる。

自己評価では、意欲面・理解面でA、B、Cの3段階評価で自己評価させる。

(振り返りカード1年生)

数学振り返りカード

2章 文字と式		1年 組 番氏名		
目標 ・文字を用いて数量の関係や法則などを式に表現したり式の意味を読み取ったりする事ができる。 ・文字を用いた式の計算ができる。				
月/日	学習内容・分かったこと	感想・疑問点・問い	自己評価	
			意欲	理解
9/1	⑮ 文字と何を示すかはどんな数量を表しているか考える。	只ただだけでは分からない時に数をあてはめると分かった。	A B C	A B C
9/2	⑯ 数量の関係を表すことについて考えてみよう。	数量の関係は文字を使った式で表せるということが分かった。	A B C	A B C
9/5	⑰ 等号や不等号がどんな数量の関係を表せるか考えよう。	おなじ場面でも、着目する所によって式は変わるということが分かった。(199問2)	A B C	A B C

数学振り返りカード

2章 文字と式		1年 組 番氏名		
目標 ・文字を用いて数量の関係や法則などを式に表現したり式の意味を読み取ったりする事ができる。 ・文字を用いた式の計算ができる。				
月/日	学習内容・分かったこと	感想・疑問点・問い	自己評価	
			意欲	理解
9/1	文字を使った式がどんな数量を表しているか考えよう。	文字を使った式ではどんな数量を表せることが分かった。	A B C	A B C
9/2	数量の関係を表すことについて考えよう。	等式、不等式、不等号について理解できた。	A B C	A B C
9/5	等式や不等式がどんな数量の関係を表しているか考えよう。	少し、式を言葉に表すのが難しかった。	A B C	A B C

(振り返りカード3年生)

数学振り返りカード

3章 2次方程式		3年 組   番氏名	
<b>目標</b> ・2次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解することができる。 ・因数分解したり平方の形に変形したり解の公式を用いたりして2次方程式を解くことができる。 ・2次方程式を具体的な場面で活用することができる。			
月/日	学習内容・分かったこと	感想・疑問点・問い	自己評価 意欲 理解
9/1	因数分解を使って、2次方程式の解の出し方が分かりました。いろいろな方法が分かりました。	とても理解しやすいのだ。たのびスムーズに解くことができました。応用もいろいろ解けるようにしたいです。	(A) (A) (B) (B) (C) (C)
9/2	2次方程式の解き方を知ったので復習に当たったので良かったです。また2次方程式による解き方を教える問題を解いていくことができました。	とても面白い学習に当たりました。また、このようにして学ぶことでよく理解できるようになりました。	(A) (A) (B) (B) (C) (C)
9/5	2次方程式の解から2x+3のaとbを求めよう問題を解きました。また、基本の問題で練習しました。	新しい問題では自分も別解の方がある、と思いました。そのためこれからそのやり方でしていきたいと思ひます。復習してはたいてす。	(A) (A) (B) (B) (C) (C)

数学振り返りカード

3章 2次方程式		3年 組   番氏名	
<b>目標</b> ・2次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解することができる。 ・因数分解したり平方の形に変形したり解の公式を用いたりして2次方程式を解くことができる。 ・2次方程式を具体的な場面で活用することができる。			
月/日	学習内容・分かったこと	感想・疑問点・問い	自己評価 意欲 理解
9/1	因数分解を使った2次方程式の解き方が分かりました。ゼロの解も分かりました。	2次方程式の解き方をしかり覚えたい。	(A) (A) (B) (B) (C) (C)
9/2	いろいろな2次方程式をどう解くかが分かった。	3つの方法のうち、どの方法で2次方程式を解くかが分かった。	(A) (A) (B) (B) (C) (C)
9/5	いろいろな2次方程式の展開を使って解くことが分かった。	展開を使った解き方が分かった。	(A) (A) (B) (B) (C) (C)

(適用問題による振り返り)

単元末や小単元のまとめの問題をプリントにし、宿題として配布する。

V 成果と課題

グループでの話し合い活動では、下位群の生徒にとっては良かった。が、上位群の生徒にとってはグループ学習のメリットが感じられない時もあったようである。どの生徒にとっても良さが感じられるグループ学習、話し合い活動ができるとよい。

自力解決の時間が不十分のままペア（グループ）学習になってしまわぬよう、自力解決の時間を十分確保するのが良いと思われる。しかし、自力解決、ペア（グループ学習）、一斉と、話し合い活動を取り入れると全体の時間がかかってしまう。基本的な事項の学習では一斉指導重視、単元の導入や単元末の活用する課題で話し合い活動を重視をするなど、学習内容によって取り入れ方を変えられると良いと思われる。

振り返りカードは、生徒の意識が高まるとともに、教師の生徒理解の参考になった。授業時間内に書く時間を確保できず、授業後の休み時間に記入させる場面が多かった。

「教えて考えさせる授業」のスタイルを取り入れた数学の授業の指導と効果に関する考察  
～授業のアクティブ・ラーニング”化”に向けて～

伊勢崎市立境西中学校 権澤 好久

## I サブテーマ設定の理由

2014年11月20日、文部科学大臣から中央教育審議会への学習指導要領の改訂の諮問が行われ、次回の改訂に向けた骨子が示された。その中で、目を引くのは、「アクティブ・ラーニング」である。諮問ではアクティブ・ラーニングを「課題の発見と解決に向けて主体的・協働的に学ぶ学習」とした上で、「何を教えるか」という知識の質や量の改善はもちろんのこと、「どのように学ぶか」という、学びの質や深まりを重視することが必要で、知識・技能を定着させる上でも、子供たちの学習意欲を高める上でも効果的であるとしている。

また、2015年8月26日に出された「教育課程企画特別部会論点整理」においても、「学習する楽しさや学習する意義の実感等については、更なる充実が求められる」として、「課題の発見・解決に向けた主体的・協働的な学び（いわゆる「アクティブ・ラーニング」）の意義が示された。

中学校の数学科では今日まで問題解決型の授業実践が数多く行われてきている。言語活動の充実が言われている現在、問題解決型の授業といえは、授業の初めに課題が設定され、個人思考のあとでペアまたはグループ活動があり、そのあとに全体で共有し、最後に学びへの振り返りや適応題を行うというのが一般的な流れである。こうした問題解決型の授業では、個人思考や振り返り・適用題が主体的な学びに、ペアまたはグループ活動での練り上げや考え方への評価が協働的な学びに相当すると解釈できる。

しかし、これまでの指導を振り返ってみると、既習内容をもとに考えることを促しても、考えあぐねてしまう生徒がいたり、討論を通じてわからせたいと思っても、他の生徒の発言の意味が理解できず、討論に参加できる生徒が限定されてしまったりする様子が見られた。生徒が主体的に課題解決に取り組むためには、問題に立ち向かう意欲とともにそのための方法が必要である。そのためには、必要な知識や技能を共通に与え、その共通の知識基盤を土台にした教え合いや意見交換などを通して多様な数学的な見方や考え方に出会わせ、考えを深めさせることが大切であると考えられる。

そこで、これまでの実践を踏まえ、これらを解決する一つの方法として東京大学の市川伸一教授が提唱している、「教えて考えさせる授業」の授業展開を基本とし、「共通の知識基盤をつくる」ための手だてと、「そこで得た知識を使って考えさせる」ための手だてを工夫することによって、主体的・協働的に学ぶ生徒を育成できると考え、本サブテーマを設定した。

## II 研究目標

「教えて考えさせる授業」のスタイルを取り入れた数学の授業において、授業者がどのような指導をしたのか、そしてどのような効果を得ることができたのかを考察し、授業のアクティブ・ラーニング”化”（深い学び・対話的な学び・主体的な学び）に向けての方策を探る。

### III 研究内容

「教えて考えさせる授業」のスタイルを取り入れた数学の授業とは

東京大学の市川伸一教授が提唱している、「教えて考えさせる授業」の授業展開を基本とし、本実践では、以下の3点の実現を目指す授業とする。

- ① 共通の知識基盤をつくる授業 【教師の説明】
- ② 考えの筋道を自分自身の思考の中で再構築させる授業 【理解確認】
- ③ 活用を通してより深い理解を図る授業 【理解深化】

#### (1) 「共通の知識基盤をつくる授業」のための工夫

- 本時の学習に目を向けさせるために、授業者の投げかけを工夫する。
- わかりやすい教え方をするために、教材・教具・説明を工夫する。
- 生徒から問いが生まれるような課題を提示する。
- 教師の説明を聞くだけでは理解が難しい内容については「キーワード」を提示し、その「キーワード」を用いて生徒自身に学習内容をまとめさせる。

#### (2) 「考えの筋道を自分自身の思考の中で再構築させる授業」のための工夫

- ねらいを明確にし、教える内容を精選することで協働的な活動の時間、問題解決的な活動の時間を確保する。
- 知識・技能だけではなく、意味理解が確認できる課題を取り入れる。

#### (3) 「活用を通してより深い理解を図る授業」のための工夫

- 問題や課題を見いだす活動を行っていくために、生徒自身の気づきを重視して授業を展開する。
- 生徒が柔軟な見方ができるようにするために、発問などで視点を変えさせたり、共通点に注目させたりする。
- 生徒の気づきを適宜整理し、提示する。

### IV 実践例

#### 【実践1】第2学年「一次関数」

##### ○本時の目標

- ・連立方程式の解がグラフの交点の座標になることを理解し、理由を説明できる。
- ・連立方程式の解をグラフから求める。逆に、グラフの交点の座標を連立方程式から求めることができる。
- ・連立方程式の解がない場合と解が無限にある場合をグラフと関連付けながら説明できる。

##### ○本時の授業展開

##### 【教師の説明】(10分)

前時までに扱った2元1次方程式のグラフに「もう1本2元1次方程式のグラフをかくとどうなるだろう」と問いかけ、グラフの交点に視点を向けた(指導1:本時の学習に目を向けさせるために授業者の投げかけを工夫する)。そして、グラフの交点が格子点になる【課題1】を提示しグラフ上にマグネットをたくさん置いて視覚的に交点の意味を説明した。(指導2:わかりやすい教え方をするために、

##### 【課題1】

$$2x - y = 1 \cdots \textcircled{1} \text{ と } x + y = 5 \cdots \textcircled{2}$$

##### 【課題2】

$$2x - y = 1 \cdots \textcircled{1} \text{ と } 3x + y = 3 \cdots \textcircled{2}$$

【図1】教師の説明での課題

教材・教具・説明を工夫する)。その後格子点にならない【課題2】を提示し、生徒が連立方程式を用いる必要感を味わえるようにした(指導3:生徒から問いが生まれるような課題の提示)。

【課題2】を解いた生徒の反応と記述は以下の通りである。

S: 求められない。  
 S: だいたい (0.8, 0.5)  
 T: 正確に求められない?  
 (A君が黒板に解法を書く。)  
 T: A君はどんな考えを使ったの?  
 S: 連立方程式。  
 T: 連立方程式の何が交点になる?  
 S: 解。  
 T: 連立方程式の解は本当に交点になっているのか?  
 課題1についてみんなで確かめよう。  
 (一斉で確認)  
 S: 間違いなさそうだ。

【課題2】  
 $2x - y = 1$  ① と  $3x + y = 3$  ②

生徒のまとめ  
 ①も②も2元1次方程式でグラフは解の集まり。そして解が重なったところが交点。だから、グラフの交点と解は同じ

キーワード  
 <本時のキーワード>  
 グラフの交点  
 連立方程式の解

【図2】生徒の書いた学習プリント

ここで教師が4つのキーワード「グラフ」「交点」「連立方程式」「解」を提示し、(【図3】)これらのキーワードを利用してなぜ解が交点になるのかを記述させた(指導4:教師の説明を聞くだけでは理解が難しい内容については「キーワード」を提示し、その「キーワード」を用いて生徒自身に学習内容をまとめさせる)。

図2の生徒が考えた解から交点を求められる理由  
 ①も②も2元1次方程式でグラフは解の集まり。そして、解が重なったところが交点。だからグラフの交点と連立方程式の解は同じになる。

【理解確認】(15分)

- なぜ連立方程式の解がグラフの交点の座標になるのかを、キーワードを使って再度グループで説明しあう。
  - ・説明がうまくできないときは、できる生徒の説明を聞く。あるいは教師が積極的に支援に入る。
- 教科書の練習問題をやってみる。(教科書 p.77「たしかめ1」と p.78「問2」)『新しい数学』東京書籍



【図3】説明で利用した板書

- ・注意点として、  
 方程式からグラフをかくときには、 $y =$  の形に式変形するとかきやすい。  
 グラフから方程式をつくるときは、傾きと切片がわかれば関数式ができ、それがそのまま方程式になる。(必ずしも、 $ax + by + c = 0$  の形にしなくてもよい。)
- ・「自力解決→グループで答え合わせ→互いに説明」の順で進める。

【理解深化】(20分)

「理解深化課題」として【図4】のようにグラフの交点が座標平面外になる場合【理解深化課題1】、

【理解深化課題1】 $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 3y = -3 \end{cases}$	【理解深化課題2】 $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = -1 \end{cases}$	【理解深化課題3】 $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$
--	--	---

【図4】理解深化の課題



ラフが平行になり解がない場合【理解深化課題2】，グラフが重なり解が無数にある場合【理解深化課題3】の3種類の課題に取り組みさせた。これによりグラフの分かりやすさや簡単さ，式には一般性があることよき，さらに相互に関連付けることよきを味わうことを目指した。

【理解深化課題2】【理解深化課題3】を解くようになり，生徒同士の会話が増えた。計算できない状況に不安を感じ，「解けない」と解答する生徒が多かったが「解は？」と尋ねることでさらに深く考え，式とグラフを相互に関連付けながら説明しようとする様子が見られた。

【理解深化課題2】【理解深化課題3】では以下のような交流を図る様子が見られた。

【理解深化課題2】でのグループ活動中の会話  
 S1：「 $0 = 4 \dots$ ？」 $\Rightarrow$ 「解けない」と記述。  
 S2：グラフをかくと平行になる。  
 T：平行ということは？  
 S3：交わらない。  
 S2：だから，交点がない。  
 S1：ってことは解はない？  
 じゃあ【理解深化課題3】は…

【理解深化課題3】でのグループ活動中の会話  
 S3：(二つの式を $y$ について解き)同じ式になった。  
 S4：じゃあ，1つの式ってことじゃん。  
 S3：グラフも1本ってこと？  
 S4：連立方程式じゃないね。  
 S3：解は1つに決まらない。  
 S4：無限にあるってことか。

【自己評価】(5分)

●授業の振り返りを記入する。

- ・「今日の授業で大切だと思ったこと」「わからなかったこと」「さらに考えてみたいこと」などをまとめる。

【実践2】第1学年「平面図形」

○本時の目標

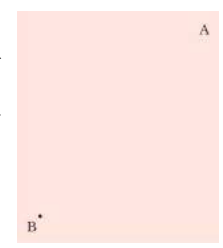
- ・垂直二等分線の定義と性質，作図のしかたを理解する。
- ・垂直二等分線の性質を課題解決に「活用」することができる。

○本時の授業展開

【教師の説明】(15分)

●実際に紙を折り，折り目ともとの線分の関係を確認する作業を通して，垂直二等分線の定義と性質，作図のしかたを説明する。

右の図で，ページのかどを点 A とします。線分 AB をかき入れ，その両端の点 A, B が重なるように折ってみましょう。  
 折り目の線はどんな線といえるでしょうか。



→折り目の直線は線分 AB と垂直である。

折り目の直線は線分 AB の中点を通っている。

垂直二等分線とは

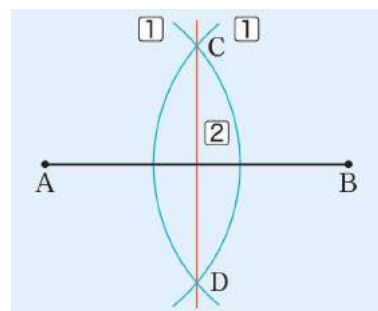
① 定義：線分の中点を通り，その線分に垂直な直線

② 作図：教科書の手順

① 点 A, B を中心として等しい半径の円をかき，その交点を C, D とする。

② 直線 CD をひく。

実際に黒板で教師が演示する。

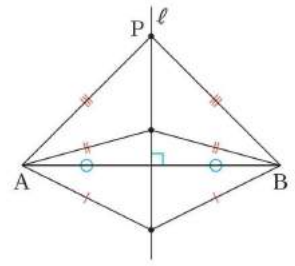


③ 性質：垂直二等分線は線分 AB の対称軸になっている。

2 点まで等距離（2 点を通る円がかかる）

線分の垂直二等分線上の点は、その線分の両端の 2 点までの距離が等しい。

2 点からの距離が等しい点は、その 2 点を両端とする線分の垂直二等分線上にある。

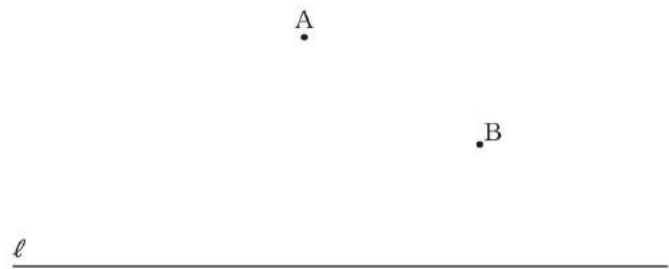


【理解確認】（10分）

理解確認では、線分の垂直二等分線の作図をそのまま使うのではなく、その意味理解を踏まえて作図する課題として教科書の問を利用した（指導6：知識・技能だけではなく、意味理解が確認できる課題を取り入れる）。やや難しい課題ではあると思われたが、生徒たちに、ただ単に垂直二等分線を作図するのではなく、定義や性質に立ち返るといふ部分を改めて確認をさせたいと考えたからである。

【理解確認課題】

直線  $l$  上であって、2 点 A, B からの距離が等しい点を、作図によって求めなさい。



【教科書 p.158 「問 7」『新しい数学』東京書籍】

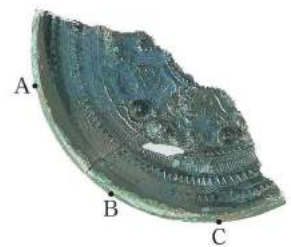
教科書には、2 点 A, B と 1 つの直線しかかかれていない。途端に生徒たちは何をしなければならぬかが見えなくなり、困惑した様子が見られるようになった。しかし、ある生徒から「比例のグラフと同じで垂直二等分線も点がたくさん集まってできているんだよ」「 $l$  も直線だから点の集まりなんだよ」という発言があったのをきっかけに、垂直二等分線の性質を使えば作図できることに気づき、その作図方法を説明し合いながら活動する様子が見られた。

【理解深化】（20分）

理解深化では、日常生活に近い文脈で、数学の知識や考え方をういた課題解決として、教科書の例題「銅鏡の一部分からもとの形（円）を求める問題」を利用した。ただ、円周上の任意の 3 点を使って円の中心を求め、もとの円を作成するには、円の中心から円周上までの距離（半径）は等しいことや線分の垂直二等分線の性質を十分に理解している必要がある。課題の難易度が高すぎる可能性もあったので、ヒントカードを 2 種類準備しておいた。

【理解深化課題】

右の図は、銅鏡の一部です。もとの銅鏡の形を円とみて、その円を作図しなさい。



【教科書 p.162 「例 2」『新しい数学』東京書籍】

予想どおり生徒たちは取り組みにくさを感じていたが、準備した 2 枚のヒントカードの 1 枚目を見て、銅鏡の中心を求めようと考えた生徒が何人か出たのをきっかけにして、2 枚目のヒントカードを見たり、生徒同士で意味を確認し合いながら、「教える」場面で学習した線分の垂直二等分線の作図とその性質を積極的に活用する生徒が増えていった。年度当初より「教えて考えさせる授業」を基本とした授業展開をしてきており、本時の「教える」場面で学習したことを使って課題に取り組むことには生徒は少しずつ慣れてきているため、何を、どのように使うのか積極的に考える姿が見られた。

【自己評価】（5分）

●授業の振り返りを記入する。

- ・「今日の授業で大切だと思ったこと」「わからなかったこと」「さらに考えてみたいこと」などをまとめる。
- ・時間があれば発表の時間をとる。

【実践3】第1学年「空間図形」

○本時の目標

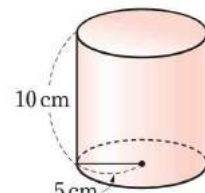
- ・展開図をもとに、円柱の表面積の求め方を理解し、求めることができる。
- ・新たな関係性を見だし、その関係が成り立つ理由を説明することができる。

○本時の授業展開

【教師の説明】（15分）

●【図1】の円柱の展開図をかいて、表面積を求める。

- ・まず、各自展開図の概形を書いてみる。
- ・教師から画用紙でつくった実物を提示する。
- ・画用紙を実際に開き、どのようになっているのかを見せる。



【図1】

教師の説明で用いた円柱

●円柱の展開図をかくときの着眼点（接している辺が同じ長さになっているか。）を示す。

- ・わかっている寸法を書き込み、長さを修正する。

●表面積を求める。

- ・それぞれの部分を求め、合計する。

【理解確認】（10分）

各自、理解確認問題（【図2】）に取り組ませたあと、グループ内で、展開図と表面積を確認した。生徒たちは学習した内容を使い、表面積を求めた。解答は、①  $54\pi\text{ cm}^2$ 、②  $36\pi\text{ cm}^2$ 、③  $72\pi\text{ cm}^2$  となる。直前に学習した内容の確かめ問題ということもあり、概ね正解することができていた。

【理解確認問】  
①～③の円柱の表面積を求めなさい。

【図2】理解確認として扱った課題

【理解深化】（20分）

理解深化課題として「君も数学者になろう！」と投げかけ、底面の円の半径や高さや表面積の関係を見いだす活動を行った（指導7：生徒自身の気づきを重視して授業を展開する）。右は、授業での生徒とのやりとりである。

T：答えを見て気づくことはありませんか？  
S：9の段、9の倍数だ。  
S：なんで9の倍数になるんだろう。  
S：不思議。よくわからない。

見いだす活動を行っていくためには、柔軟

な見方をするのが重要であるが、生徒の見方は固定的になってしまうことも多い。そこで視点を変えさせたり、共通点に注目させたりするために以下のようなやりとりを行った（指導8

：発問などで視点を変えさせたり、共通点に注目させたりすることで生徒が柔軟な見方ができるようにする）。

T：答えに共通性があるということは、問題にも共通する部分があるのかな？  
S：高さや半径が1cmずつ増えたり減ったりしている。  
S：あっ、9は半径と高さの和だ。

生徒たちは、表面積がすべて9の倍数であり、その9という値は底面の円の半径と高さの和であることを見いだすことができた。このことに気付いた生徒たちは、理解確認問題のそれぞれの表面積が $9 \times 6 \pi \text{ cm}^2$ 、 $9 \times 4 \pi \text{ cm}^2$ 、 $9 \times 8 \pi \text{ cm}^2$ となることに注目し、今度は6, 4, 8の意味について考え始めた。少しすると、ある生徒から「半径の2倍、直径だ」という発言があった。はじめのやり取りをきっかけに生徒自身が新たな関係を見だし、確かめるようになっていった。

これまでのことから、「円柱は底面の円の半径と高さをたして底面の円の直径と $\pi$ をかけると表面積を求めることができる」ということがわかってきた。しかし、このことに生徒は半信半疑の様子であり、「別の円柱で確かめたい」という意見があがった。そこで、グループで任意の長さを設定し、2通りの計算方法で確かめる活動を行った。ここでは、底面の円の半径が5cm 高さが8cmの円柱を例に挙げる。

【方法1】 $5^2 \times \pi \times 2 + 2 \times 5 \times \pi \times 8 = 130 \pi \text{ cm}^2$  【方法2】 $(5 + 8) \times 5 \times 2 \times \pi = 130 \pi \text{ cm}^2$

ここで、他の円柱でも同様の計算方法で表面積を求めることができるということを表（【図3】）にまとめ提示し確認した（指導9：生徒の気づきを適宜整理し、提示する）。

半径(cm)	3	2	4	5
高さ(cm)	6	7	5	8
表面積( $\text{cm}^2$ )	$54\pi$	$36\pi$	$72\pi$	$130\pi$
式	$9 \times 6\pi$	$9 \times 4\pi$	$9 \times 8\pi$	$13 \times 10\pi$

【図3】

生徒はこの計算で表面積が求められることはわかったが、なぜそれで表面積が求められるのか、わからない様子である。そこで、授業では言葉を使った式でまとめ、以下のように板書して式の意味を考えさせた。

式：(表) = {(半) + (高)} × (直) ×  $\pi$

生徒はノートに式を書き写したり、じっくり黒板を見たりしながら考えていた。ある生徒から、「直径 $\times \pi$ は円周だ」という発言があった。それを受けて別の生徒が、「側面積だ」と発言した。詳しく聞くと、上記の式を分配法則を使って計算すると、(半径) × (直径) ×  $\pi$  + (高さ) × (直径) ×  $\pi$  となり、後半部分は(高さ) × (円周)となるので、側面積を表していることを説明してくれた。一方、前半の(半径) × (直径) ×  $\pi$ はうまく説明できない様子だった。そこで、「この部分が底面積になるとよいのだけど…」と投げかけると、「わかった。円の面積の2枚分だ」と返ってきた。そして、(直径) = (半径) × 2 と考え、(半径) × (直径) ×  $\pi$  = (半径) × (半径) × 2 ×  $\pi$  = (半径) × (半径) ×  $\pi$  × 2 = (底面積) × 2 と説明してくれた。このことから、円柱の表面積は、{(半径) + (高さ)} × (直径) ×  $\pi$  という式で求めることができることがわかった。

【自己評価】(5分)

●授業の振り返りを記入する。

- ・「今日の授業で大切だと思ったこと」「わからなかったこと」「さらに考えてみたいこと」などをまとめる。
- ・時間があれば発表の時間をとる。

## V 成果と課題

(1) 「習得・活用・探究という学習プロセスの中で、問題発見・解決を念頭に置いた深い学びの過程が実現できている」かどうか。

「実践3」から考察する。「9の段、9の倍数だ。」という気づきが、「教える場面」で学習した円柱の体積の一般的な求め方に結びつき「(高さ) × (直径) ×  $\pi$  が側面積であること」の確認に、「(半径) × (直径) ×  $\pi$  が(底面積)の2倍を表している」という気づきに発展し、最終的には「円柱は底面の円の半径と高さをたして底面の円の直径をかけると表面積を求めることができる」という新たな公式の発見につながるという深い学びが実現できた。

授業者の指導として、「教える」場面で学習したことを使って課題に取り組ませるなかで、生徒自身の気づきを重視しながら、発問などで視点を変えさせたり、共通点に注目させたりする経験を数多くさせてきたことが効果的であったと考える。

以上のことから、「教えて考えさせる授業」のスタイルを取り入れた数学の授業は、アクティブ・ラーニングの「習得・活用・探究という学習プロセスの中で、問題発見・解決を念頭に置いた深い学びの過程が実現できている」という定義にあてはまり、授業のアクティブ・ラーニング”化”に向けての一方策であるといえる。

(2) 「他者との協働や外界との相互作用を通じて、自らの考えを広げ深める、対話的な学びの過程が実現できている」かどうか。

それぞれの実践から考察する。自らの考えを広げ深める、対話的な学びの過程の実現は、「実践1」では、「教える」場面での格子点でない場合の交点の求め方を考える場面や理解深化場面における式とグラフの関係を考える場面であり、「実践2」では理解確認場面における問題把握の場面や理解深化場面におけるグループ活動の場面、「実践3」では、理解深化場面における生徒自らが新たな関係性を見だし、その関係が成り立つ理由を考えていく場面で表れている。自らの考えを広げ深める、対話的な学びの過程の実現には、授業者の指導が欠かせない。生徒から問いが生まれるような課題の設定や、生徒の気づきを基にした授業構想をつくり対話的に進めるときに常に頭に入れておくことが、自らの考えを広げ深めることに効果的であったと思う。

以上のことから、「教えて考えさせる授業」のスタイルを取り入れた数学の授業は、アクティブ・ラーニングの「他者との協働や外界との相互作用を通じて、自らの考えを広げ深める、対話的な学びの過程が実現できている」という定義にあてはまり、授業のアクティブ・ラーニング”化”に向けての一方策であるといえる。

(3) 「子供たちが見通しを持って粘り強く取り組み、自らの学習活動を振り返って次につなげる、主体的な学びの過程が実現できている」かどうか。

「実践2」から考察する。自らの学習活動を振り返って、次の解決につなげた例として、点を細かくとっていくと点全体が1つの直線を構成するという前単元「比例のグラフ」での学習の振り返りや「教える」場面で学習した垂直二等分線の性質の振り返りが、理解確認課題や理解深化課題の解決につながっている。

以上のことから、「教えて考えさせる授業」のスタイルを取り入れた数学の授業は、アクティブ・ラーニングの「子供たちが見通しを持って粘り強く取り組み、自らの学習活動を振り返って次につなげる、主体的な学びの過程が実現できている」という定義にあてはまり、授業のアクティブ・ラーニング”化”に向けての一方策であるといえる。

これからも生徒一人一人が教えられた共通の知識・技能を活用してより高度な問題解決に参加できる授業を考えていきたい。

### 【引用・参考文献】

- 市川伸一（2004）『学ぶ意欲とスキルを育てる いま求められる学力向上策』小学館  
市川伸一（2008）『「教えて考えさせる授業」を創る』図書文化社  
市川伸一（2012）『教えて考えさせる授業中学校 新学習指導要領対応』図書文化社  
市川伸一（2013）『「教えて考えさせる授業」の挑戦 学ぶ意欲と深い理解を育む授業デザイン』明治図書出版  
市川伸一（2015）『教えて考えさせる算数・数学 深い理解と学びあいを促す新問題解決学習 26事例』図書文化社  
江森英世（2016）『アクティブ・ラーニングを位置づけた中学校数学科の授業プラン』明治図書出版

# ともに学ぶ算数・数学教育の創造

～図形指導を通じた、数学的な思考力と数学的な表現力の育成～

玉村町立南中学校 清水 海志

## I サブテーマ設定の理由

現行の学習指導要領では「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」と中学校数学科の目標が示されている。この度「数学的な表現」という文言が加えられたことから、自分の考えを他者に伝えるという活動が重視されていることがうかがえる。自分自身が納得していること、わかっている事柄を相手に納得させることができるよう表現するためには筋道を立てて表現することが必要不可欠であるとともに、自分自身が他者に説明することで新たな発見をすることも少なくない。また、一方的に伝えるだけでなく、相手の話を聞き表現のよさに気づくことも数学的な表現力の育成には大切な要素といえる。したがって、数学科において、言葉や数、図、表、式、グラフを用いて表現する力、すなわち、数学的な表現力の育成を図ることは、新たな事柄に気づくといった思考の深化促すことができる。換言すれば、「考える力」・「生きる力」を育てることに繋がっていくのである。

今回は中学第2学年の図形授業を対象とすることとした。本校2学年生徒の特徴として、昨年度から行っているアンケートから「数学が出来るようになりたい」という気持ちはあるものの、実際に学習したことをどの場面で用いることが出来るのかわからないことが多い。そのため、活用問題・発展問題が出題されたときに、どのように答えたらいいのかわからず、問題に取り組もうという意欲のある生徒が少ないことがあげられる。また数学に対し「答えさえあつてればよい」「自分だけ分かればよい」といった様子が見受けられ、表現することのよさに気付いていない生徒が多いように感じる。そのため、「なぜそのような答えになったのか」「どうしてそのような解き方をしたのか」など、根拠を明らかにすることや、根拠をもとに説明することに対し抵抗感を持っている生徒が非常に多い。また「2年―数と式―文字を用いた式で説明すること」の授業やテストの結果から、筋道を立てて考え、他者に説明する力が弱いことも分かった。これまでの全国学力学習状況調査の結果から、全国的に「証明」に対して抵抗感のある生徒が多いことは明白であり、本校生徒もその傾向が強くなると予想される。

以上のことから本研究では、「数学的な思考力」「数学的な表現力」の2点に焦点を当てることとし、その2点を伸長できる分野として「2年―図形」を選択し本主題を設定した。

## II 研究目標

数学的な思考力と数学的な表現力を育成、並びに学習意欲を向上させるために、他者に説明する活動を積極的に行い、問題を解くための話し合いをすることは有効であったか、授業実践を通して明らかにしていく。

### Ⅲ 研究内容

#### (1) 授業形態の工夫

アメリカの国立訓練研究所から出されたラーニングピラミッド（【図1】）に注目した。ここでは、講義形式のものよりも、他人に教えることやすぐに実践してみることが学習定着率を高めるといことが右図のようにあらわされている。このことから、自分や相手の考えを伝え合うためにペアで伝え合う活動や班で自分の考えを説明し、学び合う活動を積極的に設けることとした。



2年生の学習内容では、以下の2つの単元において積極的な話し合いの場を設けることとした。

##### ① 特殊な図形の角の求め方

凹四角形の凹み部分の角度や、星形多角形の頂角の和を様々な方法で求めることは、生徒の多様な考え方を引き出すのに有効である。また、互いの求め方のよさを数や式、図を通して知ること、数学的な表現のよさを感じ得ることが期待できる。

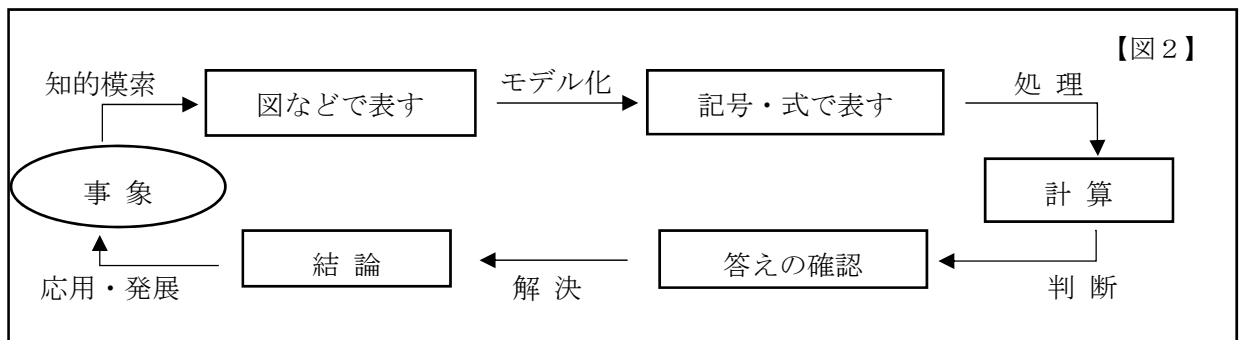
##### ② 証明

自分の考えを伝えることや、相手の考えを聞き取ることで、互いの考えを知るとともに学力の高い生徒はより端的にわかりやすい説明を、学力の低い生徒は「わかる」ことの楽しさを友達から感じ取ることが期待できるため、性質や根拠もとにある事柄が成り立つことを示す「証明」が、数学的な表現力を高めるのに最も有効であると考えた。

#### (2) 数学的な思考を促す発問や振り返りの工夫

##### ① 授業中の発問

「なぜそのことが言えるの?」「いつでも成り立つことなのかな?」「本当に?」「絶対に?」といった根拠を明確にさせる問いを投げかける。また「もう一度、自分の表現を読み直してみよう」「説明はこの順序で平気かな?」と、自身の回答を吟味させることでより深く考える姿勢、並びに思考力を身に付けさせるようにする。特に、数学の授業においては【図2】のような形式で授業が進むため、モデル化・処理の段階で揺さぶりをかけることで生徒の思考はより深化すると期待できる。



##### ② 生徒が意欲的に授業へ臨む、振り返り活動の工夫。

・1時間ごとの授業の終わりに50分の中で自分がどんなことを学んだのか、またどのように授業に取り組んでいたのかを振り返る活動を設ける。簡単に振り返り用紙を与えることで表現することへの抵抗感をなくすとともに、一時間ごとの自分の取り組みの見直しにもつながり、50分の授業の中で何か一つでも身に付けようとする目的意識を持ち授業に臨むことができることが期待できる。

IV 実践例

(1)授業形態の工夫①について

【自力解決時の生徒の反応】

- 3つ以上のアイデアを見つけることが出来た生徒は36人のクラスで平均して8人程度だった。
- 1つのアイデアも出せない、何を書いているのかわからない生徒が10人程度いた。
- 残り半数近くの生徒は、自力で1つの方法を見つけることで満足していた。



話し合い活動の実施

【グループによる話し合いにおける生徒の反応】

- 1人が求め方を伝えると、「じゃあ、これは？」  
「こんなんじゃ出来んじゃね？」と、多くの班で活発な議論が行われた。
- 求め方を教わる側が「ごめん、よくわからないからもう一回ゆっくり教えて」と、訊ねると説明の仕方を変え、もう一度ゆっくり説明していた。
- グループの中でのライバル意識が芽生え、さらなる自力学習に励む生徒もいた。
- 話し合い活動を行ったことで、教師から一方的に教わることなく3つ以上の方法で角の和を求めることが出来た。  
(それ以外の方法を次授業で教師から紹介)
- グループ内で説明の上手だった生徒にクラス全体への説明をさせ、全体で考え方の共有ができた。
- 友達の解答と補助線のひき方を共有し、一緒に問題を解こうとしている生徒が見られた。
- プリントではその4までしか印刷していなかったが、別紙に図と式を書き込む生徒も出た。

四角形

★下図で∠xの大きさを求めなさい。(求め方をいくつかあげよう)

(その1)

(その2)

(その3)

四角形では、  
 $\angle x = \angle a + \angle b + \angle c$

★下の図で、∠a + ∠b + ∠c + ∠d + ∠eの大きさを求めなさい。(求め方をいくつかあげよう)

(その1)

(その2)

(その3)

(その4)



(1)授業形態の工夫②について

証明指導において、根拠をもとに自分の言葉で相手に伝えることを目標に、自由な表現でかくことを目標と考えたが、本校生徒の実態を考えると数学のみならず言語能力も育っているとは言い難かった。現段階では問題を最後まで記述することは非常に困難であることから、証明に慣れるまでは大きな枠組みを与えた中で証明の技術を体得していくことに主眼をおくといったかたちへと方向転換を図ったため、話し合い活動の時間はそれほど多くはなかった。

【自力解決時の生徒の反応】

- 順序立てて説明することに対して抵抗感を抱く生徒が多く、中には「ええ～、めちゃくちゃ大変」と、愚痴をこぼす生徒もいた。
- 根拠として利用しているものが何であるのか、これまで学習した性質がどのような場面で使われるのかについて理解が不十分な生徒が多かった。
- 「計算問題よりも、証明の方が得意かも」と新たな分野に対し前向きに勉強している生徒も見受けられた。

話し合い活動の実施  
& 穴埋めプリントの実施

- 「ああ、そういうことか。」と与えられた図形に対する多面的な見方を教わることで、自分の言葉で表現することが出来た。
- 「でもさ、これってなんでこうなるの?」「なんでこの角って等しいんだっけ?」など友達の解答に納得のいかない場合は自分気持ちを素直にぶつけ、悩みを解消しようとする生徒が見られ、その度に性質を確認できていた。
- 「合同条件だけ言ってみよう」とした問題であっても、自ら根拠を明確に記述し証明した後に「先生、これでいいですか?」と、自らの解答を尋ねてくる生徒が出てきた。

13/15 証明のすすめ方

問2 下の図で、 $EA=EB$ 、 $AD\parallel CB$  ならば  $ED=EC$  となります。このわけを証明しなさい。

①仮定と結論を書きなさい。  
 仮定  $EA=EB$   $AD\parallel CB$  結論  $ED=EC$

②等しくなる辺や角をあげ、その根拠を( )内に書こう。  
 $EA=EB$  ( 仮定 )  
 $ED=EC$  ( 結論 ) ← 証明のゴール  
 $\angle AED=\angle BEC$  ( 対頂角は等しい ) 証明するに  
 $\angle DAE=\angle BCE$  ( 平行線の錯角 ) 根拠が証明は  
 $AD=CB$  ( ? )

③合同になる三角形をあげ、その合同条件を( )内に書こう。  
 $\triangle AED \cong \triangle BEC$  ( 組の辺と二の両端の角が )  
 (ADE) (BCE) それぞれ等しい

④合同な図形の性質から、等しくなる辺や角をあげよう。  
 $ED=EC$  ( 合同な図形から対応する辺は等しい )  
 $AD=CB$  ( )

⑤証明のすすめ方をまとめよう。  
 等しい角、根拠を示す  
 ↓  
 合同な三角形、合同条件を示す  
 ↓  
 合同な図形の対応する辺や角を示す

⑥証明を整理して書こう。  
 $\triangle AED$  と  $\triangle BEC$  において  
 仮定 から  
 $EA=EB$  …①  
 対頂角は等しい から  
 $\angle AED=\angle BEC$  …②  
 平行線の錯角は等しい から  
 $\angle DAE=\angle BCE$  …③  
 ①②③より、二組の辺と二の両端の角がそれぞれ等しいから  
 $\triangle AED \cong \triangle BEC$   
 合同な図形の対応する辺は等しい から  
 $ED=EC$  結論

問3  $\triangle ABC$  の  $\angle B$  と  $\angle C$  の二等分線の交点を  $I$  とし、 $I$  から3辺に垂線をひき、交点を  $D$ 、 $E$ 、 $F$  とします。

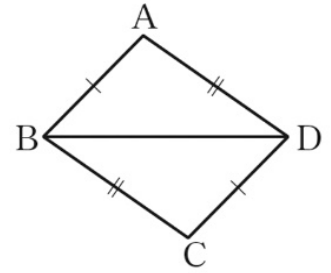
①  $ID=IE=IF$  であることを証明しなさい。 結論

$\triangle DBI$  と  $\triangle EBI$  において  
 仮定 から  
 $\angle DBI=\angle EBI=90^\circ$  …① ← 垂線  
 $\angle DBI=\angle EBI$  …② ← 角の二等分線  
 共通の辺 から  
 $BI=BI$  …③  
 ①②③より、直角三角形で斜辺と一つの鋭角がそれぞれ等しいから  
 $\triangle DBI \cong \triangle EBI$   
 合同な図形の対応する辺は等しいから  
 $ID=IE$  …④  
 同様に  $IE=IF$  …⑤ ← 右の三角形も同じように考えれば  
 ④⑤より  $ID=IE=IF$

② ①② 半直線  $AI$  は  $\angle A$  を2等分します。このわけを考えなさい。  
 $\triangle ADI$  と  $\triangle AFI$  において、  
 $ID, IF$  は垂線にある、 $\angle ADI=\angle AFI=90^\circ$  …①  
 共通の辺だから  $AI=AI$  …② 辺  
 また、 $ID=IF$  …③ 辺  
 ①②③から、直角三角形で斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいから  
 $\triangle ADI \cong \triangle AFI$   
 合同な図形の対応する角は等しいから  $\angle DAI=\angle FAI$   
 よって  $\angle DAI+\angle FAI=\angle A$  から半直線  $AI$  は  $\angle A$  を2等分する。

また、記述に対する抵抗感もなくなりつつあった生徒たちに、冬休み明けテスト(1/12実施)として、以下のような自由記述問題を出題した。

『右の図で $AB=CD$ 、 $AD=CB$ のとき $AB \parallel DC$ となる。このわけを証明しなさい。』



教科書には掲載されていない問題であるが4章「三角形と四角形」の問題において、証明できる事柄は合同だけではないことを授業の中で説明していたため、テストでも類似の問題を出題した。その結果が以下のとおりである。

採点人数<106人(100%、小数第一までで算出)>※左から順に点数の高い生徒

①完答	② $AD \parallel BC$	③ $\angle ADB = \angle CDB$	④三角形の合同のみ	⑤無回答
18人(16.9)	3人(2.8)	5人(4.7)	55人(51.9)	25人(23.5)

## (2) 数学的な思考を促す発問や振り返りの工夫

### 【工夫による生徒の反応】

- これまでの授業の中でも、用いていた言葉であったがより回数を使うことで子どもたちの中で「なんで?」「どうして?」「本当に?」という言葉が飛び交いだし、理由が知りたい・なぜそのように言えるのだろう、と知的欲求を刺激することが出来た。また、「なんとなく」という回答がこれまでに比べ、非常に少なくなった。
- 振り返りカードを書かせる時間の確保が難しいと考えたため、よりシンプルで時間のかからないものを準備した。カードの効果からか、意欲的に挙手する生徒も見られるとともに、その日の学習内容によって積極的に授業を受けることができたかどうかが目で見えるような形となった。
- 「先生また『なんで』って言うぞ」と楽しんでいる生徒がいた一方で、学習内容や理由づけ結びつける言葉である言うよりも単なる先生の「口癖」ととらえる生徒も何人か見られた。



## V 成果と課題

### 1 成果

生徒のレベルに応じて、表現することの難易度上げていくことにより、証明や特殊な図形の角の和を求める問題に関して前向きに取り組める生徒が増えていった。特に証明問題においては、「等しい関係にある箇所の列挙→穴埋め形式による記述→自由記述」といったスモールステップを踏むことにより、証明問題に対する抵抗感を和らげることができた。また、枠組みを与えることにより、クイズ感覚、また国語の文章問題のよう与えられたもの(文章や図)の中から答えを見つけ出すことが楽しく感じている生徒も多く見受けられ、特に計算問題に多少の苦手意識がある女子生徒に関しては「証明楽しい!」という言葉の数多く聞くことができた。

文章による表現もさることながら、本研究における本校生徒の最も大きな変化を感じた点は「学び合い」の姿勢が深まった点である。学び合いというどうしても「できる生徒ができない生徒に

教える」といった形が目についてしまい、できる生徒にとって数学的な深まりがなかなか感じられないことがある。しかし、本研究において苦手意識のある生徒が「こことここが等しい関係にある」と、根拠が無いにも関わらず見た目が等しそうに見えるだけで言い切ることで、正解にたどり着いた生徒も「なぜ、そういった解答が相応しくないのか」を考える契機となった。自分自身の解答を今一度見直し、相手に説明するための情報を改めて自ら集め、他者にわかりやすく説明する。といった本当の意味での「学び合い」の一端を垣間見ることができた。また、様々な問題に対して「なんで?」「どうして?」「本当に?」といった言葉を投げかけ続けたことにより、生徒同士の話し合いの中でも「なんで?」という言葉が頻繁に口にするようになり、問題に対する探求心を磨くことができたと考えられる。

また、冬休み明けテストの証明問題においても、授業の中でスモールステップを踏んでいくことで、「ここまでは頑張ろう」「ここまではできるかも」と何らかの意思を数学的に表現しようとする意志を確認できた。また、一般的な合同のみに終始する証明と異なり、平行であること証明はより高度な証明であるといえる、このような難問に対して積極的な取り組みを見せた生徒が 24.4%おり、一定の成果が目に見える形で現れたのではないかと考えられる。

## 2 課題

スモールステップを踏んだことにより、自由な発想をもって相手に伝える経験が不足してしまった。そのため自由記述が与えられた際に「穴埋めじゃないのか…」と諦めてしまう生徒も出てきてしまった。そうした生徒は、相手に伝えることもさることながら問題を解決しようとする気持ちも次第に低くなってしまい、苦手意識を助長することになってしまった。また、計算問題は得意だが、国語のように相手に伝えることが苦手な男子生徒は「証明なんて嫌だ」といった生徒も出てきてしまった。数学（証明）の好き嫌い、得手不得手の二極化が進んでしまったように感じる。

また冬休み明けテストから、何を証明していいのかわからない、または試験時間内に問題にたどり着けなかった等の理由から無回答になってしまった生徒が 23.5%おり、数学嫌い、証明嫌いを助長してしまった感もある。また、もっとも割合として高かった三角形の合同のみ証明する生徒については、あまり考えることなく「とりあえず合同であることを証明する」といった感覚があることも感じられ、数学的な表現のよさや積極的に表現の方法を模索するといった姿勢を身に付けるという点に対してはあまり納得のいく結果は得られなかった。

学習内容の振り返りにおいては、その日なぜ手を上げることが出来なかったのか、その時間の学習内容が何であったのかなどが盛り込まれていなかったため、振り返りという点ではやや物足りないものになってしまった。

サブテーマ ～ 数学における環境構成の充実を図ったきめ細かな指導 ～

安中市立松井田東中学校 瀬間 忠仕

## I サブテーマ設定の理由

本校は3学年2クラス(各22名)、2学年1クラス(31名)、1学年1クラス(28名)の規模である。昨年度までは、1クラス多いことで、特配も含め教員数が3人多く、数学は教員2人でTT授業を展開していた。1クラスを2人で見られたことで、毎回の授業前のワークチェックや、授業冒頭の復習テストやペア学習のチェック、下位層の生徒の指導、フラッシュカードや教具の操作など、授業中での役割分担が可能だった。T2の教員がいることで授業中の個別指導の充実が図られ、つまずきの状況に応じた声かけ等で救われている生徒は多くいた。

今年度は、1人で授業を行っている。昨年度T2と役割分担して行ってきた指導を行うことは難しくなった。授業中に下位層の生徒に個別に指導し始めると、一斉指導が進まなくなってしまうこともある。そこで、今年度は数学教室(特別教室)をつくり環境整備を行うと共に、教具を手にとれたり既習事項の掲示物を貼ったりしている。また、実物投影機とプロジェクターが配備されたことから、ICTを活用して実感を伴った指導について模索している。昨年度と違う形できめ細かな指導を行っていきたいと思っている。

## II 研究目標

数学的活動を促す教材や活動する場などの環境構成を工夫することを通して、数学の学びを実感するきめ細かな指導を追求する。

## III 研究内容

数学の学びを実感するきめ細かな指導として、以下の3つに焦点化した。教材開発や数学教室の環境整備は生徒の意欲を上げ、生徒の発展的な考えに繋がると考えた。ペア学習・グループ学習は生徒の主体的な活動や既習事項の定着に繋がると考えた。

### 1 教材開発

生徒が意欲的に学習に取り組み、思考を促す教材教具を開発していく。

### 2 数学教室の環境整備

休み時間に生徒が自然と手に取れるような教具を置いたり、解いてみたいと思うような問題を掲示したりすることで、数学を身近に感じていくことが考えられる。

### 3 ペア学習・グループ学習

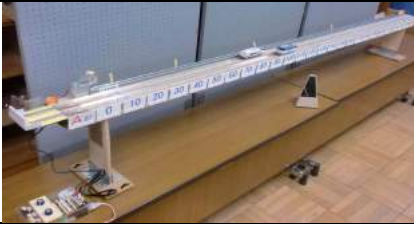

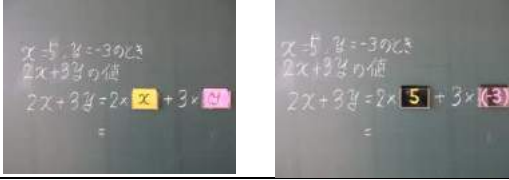


帯学習に既習事項の確認を短時間で効率的に行う方法を模索していく。毎回行うことで、授業開始の準備を自然とするようになることが考えられる。



#### IV 実践例

##### 1 教材開発

生徒の興味関心を高めるために、できるだけ手作りの教具を授業の中で使用してきた。その中から効果的だったものを紹介する。


###### (1) 教具作成

	単元名	手作り教具（※中には購入教具もあり）
3 学 年	1章 多項式	因数分解タイル
	2章 平方根	近似値の歌, ※ルートランプ
	3章 2次方程式	解の公式の歌
	4章 関数 $y = ax^2$	電車と鉄球 
	5章 相似な図形	世界最小の拡大機, ※マトリョーシカ
	6章 円	円周角の定理 
2 学 年	1章 式の計算	代 入 函 
	2章 連立方程式	プラレール
	3章 1次関数	ブラックボックス 電車のタイヤグラム 
	4章 平行と合同	対頂角, 錯角, 同位角 凹四角形 三角形の合同条件ゲーム 
	5章 三角形と四角形	平行四辺形
	2章 文字と式	代入函
	3章 方程式	手作り天秤, 方程式の歌

1 学 年	4章 比例と反比例	ブラックボックス, プラレール, ライントレーサー	
	6章 空間図形	回転体 ポリドロン	

## (2) 数学の歌の作成

〈解の公式の歌〉～線路はつづくよどこまでもバージョン～

<p>みんなで覚えよう 解の公式 分母は <math>2a</math> で 分子は マイナス <math>b</math> プラマイ ルートつけて <math>b</math> の 2 乗 マイナス <math>4ac</math> ※ 分母は <math>2a</math> 分子は マイナス <math>b</math> プラマイ ルート <math>b</math> の 2 乗 マイナス <math>4ac</math> (※繰り返し)</p>	<p>線路はつづくよ どこまでも 野をこえ 山こえ 谷こえて はるかな町まで ぼくたちの たのしい旅の夢 つないでる ※ ランラ …</p>	
---	--	---

〈平方根の近似値の歌〉～グリーングリーンバージョン～

<p><math>\sqrt{2}</math> ひとよひとよにひとみごろ <math>\sqrt{3}</math> ひとなみにおごれや <math>\sqrt{5}</math> ふじさんろくオウムなく <math>\sqrt{6}</math> によよくよく (<math>\sqrt{7}</math>)なにむしいない なにむしいない 平方根の近似値みんなでおぼえよ</p>	<p>ある日パパと 2 人で かたりあったさ この世にいきる喜び そして悲しみのことを グリーングリーン青空にはことりがうたい グリーングリーン丘の上にはララ緑がもえる</p>
---	--

### 〈生徒の声〉

- 歌を歌って覚えるというのはすごいと思いました。面白くて直ぐに覚えられます。
- 問題を解くときに、頭の中で歌を歌い、公式を当てはめることがありとても役に立った。
- 歌で覚えると、ずっと忘れないのでとても良いと思いました。特に解の公式は歌がないと忘れてしまっていたと思うので、歌を作ってくださいありがとうございます。
- 覚えやすく素晴らしいと思います。ただ歌うのは嫌です。

## 2 数学教室の環境整備

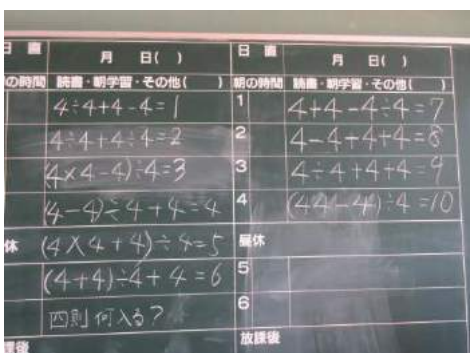
生徒が教具をいつでも手に取れるように、ロッカーやロッカーの上に、単元時期に合わせて置いておき、好きなように手に取らせた。



実物投影機を常備し、必要な時には係の生徒に授業前に準備をしてもらった。写真は生徒の作成した問題を写している。



後ろの黒板には、生徒が解きたくなるような問題を書いておき、休み時間には一生懸命解こうとする姿があった。



持ち運びが大変な教具も常に教室に置いておけたことで、生徒は繰り返しプラレールを走らせたり、鉄球を転がしたりしていた。



鉄球と電車の授業（中3）の写真

〈生徒の声〉

- 席が普通教室と違い、数学が得意な人が隣だったので、教えてもらえて良かった。
- 正式にペアをつくっているので相談しやすい。
- 室内が数学の公式やものだけなので集中して取り組めた。
- 数学教室に行くことで、自ら学びにいくという意志を感じました。
- 移動が大変です。でも、3Fからの眺めがよく、温かいです。
- 音楽とよくかぶるので、静かに問題を解くときはBGMがあります。音楽室から離れたほうがいいと思います。

## 3 ペア学習・グループ学習

既習事項を確認するためや、分かったことを説明するためにペア学習やグループ学習を多く取り入れた。2年生の4章では単元を通して毎時間行った。その実践を報告する。

## 数学科学習指導案（2年A組）

平成28年12月1日（木）第4校時（11：50～12：40）数学教室 指導者 瀬間 忠仕

1 単元（題材）名 平行と合同

2 本時の展開（9／18時間）

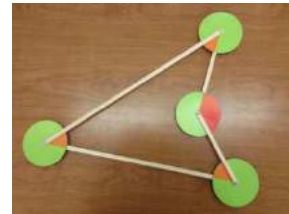
(1) ねらい

凹四角形の問題の角度を三角形の内角と外角の性質や、平行線の性質などいろいろな方法で求め、お互いの発表を共有することを通して、筋道を立てて説明する力を養う。

(2) 準備

教師・・・教科書、既習事項フラッシュカード、操作教具（写真）、  
プリント、定規、分度器

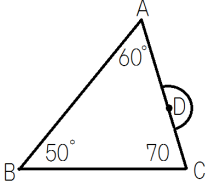
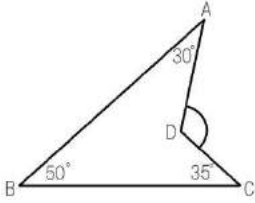
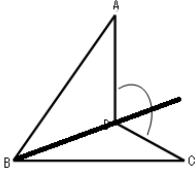
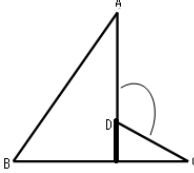
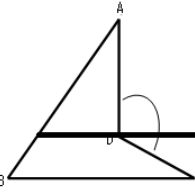
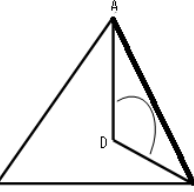
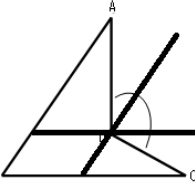
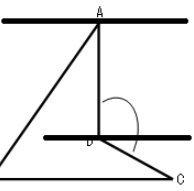

生徒・・・教科書、ノート、定規、分度器





(3) 展開

学習活動 ・予想する生徒の意識	時間	支援及び指導上の留意点・評価 (◇は評価、◎は「努力を要する」状況の生徒への支援)
<p>1 既習事項の確認テストをする。※1  <span style="text-decoration: underline wavy;">(帯学習・ペア学習)</span>                      ・本日のめあてを確認する。</p>	4分	<p>○確認テストを配布し、隣同士で確認するように指示する。</p>
<p>課題：凹四角形の内角と外角の関係を調べ、説明できるようにしよう。                      めあて：生徒は凹四角形の内角と外角の関係について、既習事項を使って説明できる。</p>		
<p>2 四角形の内角の和との関係を調べる</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>・∠ADCの内側の角度は  <math>360^\circ - 260^\circ = 100^\circ</math>                      ・∠ADCの外側の角度は  <math>360^\circ - 100^\circ = 260^\circ</math>                      ・∠Aと∠Bと∠Cの大きさをたした角度と同じになる。</p>	5分	<p>○一般的な四角形を提示し、∠Dの外側の角の大きさを考えるように指示する。                      ○∠ADCの反対側の角度を求めるように指示する。                      ○∠A、∠B、∠Cと∠ADCの反対側の角度の関係について発問する。</p> <div style="text-align: right;"> </div>



<p>3 三角形の内角の和との関係を探る</p> 	<p>1分</p> <p>○直線ACで作られた角度と三角形の内角の和の関係について簡単に確認する。</p>
<p>4 凹四角形の内角の和との関係を探る</p>  <p>① </p> <p>② </p> <p>③ </p> <p>④ </p> <p>⑤ </p> <p>⑥ </p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ どうしてよいかわからずにいる。</li> <li>・ 補助線を引いても説明に結びつけられずにいる。</li> <li>・ 具体的な数値(分度器で測った角の大きさ)で説明しようとする。</li> </ul>	<p>15分</p> <p>○課題をより身近に感じ、視覚的にわかるように、教具を操作し提示する。</p> <p>○<math>\angle ADC</math>の大きさを様々な方法で求めるように指示する。</p> <p>◎①～⑥以外にも考え方はあるが、下位層の生徒は補助線1本での説明が考えられればよいと考える。その中で①～③のいずれかの方法で説明を考えられればよいとする。</p> <p>◎三角形の内角と外角の性質を理解している生徒には、①か②の補助線で、平行線の錯角・同位角の性質と三角形の内角と外角の性質について理解している生徒には③の補助線で考えるように指示する。</p> <p>○角度を求めることができた生徒に、使った性質や説明の手順も考えるように指示する。</p> 

<p>5 グループの中で発表し合う。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>&lt;ねらいを達成した生徒の意識&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・補助線を引くと説明ができる。</li> <li>・色々な補助線の引き方がある。</li> </ul> </div>	7分	<p>○ワークシートを用いて説明するように指示する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>◇補助線を引いて既習の図形の性質に結びつけて考え、自分の言葉で筋道立てて説明することができる。</p> <p>(発表・ワークシート)【見方・考え方】</p> </div>
<p>6 学級全体でいくつかの説明方法を確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・同じ性質を使った説明だけど、まとめ方が上手だな</li> <li>・あの説明の方がわかりやすい</li> </ul> 	13分	<p>○発表用ボードを用いて説明させ、どの性質を用いたかがわかるように、説明に合わせたカードを掲示するように指示する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・違う説明を考えたグループの生徒が再度説明する機会を設け、それぞれの考え方を学級全体で共有できるようにする。</li> </ul> 
<p>○本時のまとめをする</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・根拠となることからシートに記入する。</li> </ul>	5分	<p>○既習の図形の性質を使うことにより、新しい課題を解決することができることを確認する。</p>

<生徒の声>

～ペア学習について～

- ・何回もやったからとても覚えやすかった。
- ・何度も繰り返したことでより深く頭に入ってきてインプットされました。また、アウトプットもできたのでとてもよかったです。
- ・チェックをしていったので、自分が覚えられていない条件を明確にできた。
- ・最初の頃は、長くて言えなかったけれど、だんだんとやっていくうちに言えるようになったので嬉しかったです。
- ・授業の時間を削るのはもったいないと少し感じた。ワークの時間にやった方がいいと感じた。

～説明し合うことについて～

- ・相手の意見から学んだり、自分とは違う意見を聞いてとても勉強になった。「教える」ということを学んだ。
- ・周囲の意見や考え方を聞くことで考え方が広がりました。また、自分の考えを周りに発表することで自信にも繋がりました。わからないことがあるとすぐに聞けるのもよいところだと思います。
- ・発表してくれた人が来てくれて、その人が説明をしてくれている時は分かったけれど、自分が説明するのは難しかったです。
- ・班で発表するのでクラス全員と考えを共有できてよかった。
- ・自分の考えを発表することで定着しやすいので、効率がよいと思います。

## V 成果と課題

〈成果〉○授業 ●他

○毎回の授業冒頭で既習事項の確認テスト(2分)をペアで行ったことによって自力解決の場で活用できる図形の性質を想起しやすくなり、多くの生徒が証明の根拠となる性質をきちんと定着することができた。また、ペア学習は短時間で行うことができ、全員が参加する必然性がある。そのため、フラッシュカードで確認する時には傍観者となっている生徒にとって、理解を確かめる効果的な方法であった。最後に既習事項を確認したテストでは、全体で9割以上の正答率があった。

○発表で聞いた説明を再度説明する機会を設け、それぞれの考え方をペア、グループ、全体で共有することを通して、生徒の説明する力が養われたように思う。特に、生徒が分からない生徒に説明することは、説明の仕方を再構成しなければならず、論理性を高めることが出来た。また、お互いに説明することが常態化して、学び合う雰囲気が育った。

●数学教室は、教材教具を保管することや授業をスムーズに進めることに効果的であった。実物投影機は必要に応じて短時間で準備し使用することができた。

●教材教具を工夫することで、生徒の意欲関心を高めることができた。また、その教具を生徒が自由に手に取れるように置いておくことで、生徒がさらに考えを深めようとしたり、その構造を考えようとしたり、授業で行った活動を休み時間中に再度やってみたりする姿があった。生徒の考えを発展させたり、知識を定着させたりすることに効果的だった。

〈課題〉

○既習事項の定着のために、毎回ペア学習で確認することが効果的であることが分かった。他の単元でも、引き続きペア学習をしていけるように教材研究していく。

●実物投影機はとても便利な教具であるが、板書の方が良いのではないかと考える使用場面があった。教具として使用するのに、効果的なのは何かを研究していく。

●数学の歌は、今回教師が作ったものなので、生徒の主体性や意欲を上げるためには、教師の助言のもと、生徒が替え歌を作っていくなどの工夫が必要である。

## I サブテーマ設定の理由

学習指導要領には、「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」ということが数学科の目標として挙げられている。数学的活動は、基礎的・基本的な知識及び技能を確実に身に付けるとともに、数学的に考える力を高めたり、数学を学ぶことの楽しさや意義を実感したりするために、重要な役割を果たすものであるという認識から、数学的活動を念頭に置いた授業構成が重視されている。また、「はばたく群馬の指導プラン」（平成 24 年 群馬県教育委員会）では、中学校数学科における課題の一つとして「数量や図形について実感を伴って理解をすること」が挙げられている。そして、この課題の解決に向けて、「数量や図形の性質などを、具体的に示すことができる」能力・資質を伸ばしていきたいと示されている。つまり、小学校算数科から培ってきた直感的な図形に対する見方や考え方を、具体的に観察・操作・実験の活動を通して、数学的な推論に関する能力を伸ばし、図形について見通しをもって論理的に考察することができる力を培っていけるようにしたい。

本校 3 年生の数学科では、授業形態を各クラスで標準コースと基礎コースの 2 コースに分ける習熟度別少人数指導を行っている。本実践においては、各クラスの 3 分の 2 程度の人数で構成された標準コースにて行った。習熟度に関係なく、本校 3 年生は真面目な学習態度で、課題一つ一つに興味や疑問をもち、「なんで？」と理由や根拠を考え、基礎的な知識をしっかりと理解していこうという姿勢をもって、数学の学習に取り組んでいる。取り組む中で、自分だけで解決が難しいと感じた内容などでは、生徒間で協力しながら解決していこうとする姿が見られる。授業でもペアや 4 人グループによる「伝え合う活動」の場をつくることで、生徒は各自の考え方を交流させながら内容の理解を深めている。生徒は学び合う中で、他の生徒の考えを鵜呑みにするのではなく、考えを参考にしながら、自力解決のために根拠を思考することを通して学習課題に取り組むことができている。

一方で、図形領域においては、基礎的な知識・技能等を習得し、それらを活用して課題解決していくことよりも、その前段階である数量や図形の性質などを見いだすことに、苦手意識をもっている生徒が多い。これは観察・操作・実験の活動をする際に、ただなんとなく取り組んでいたりと、どう捉えて取り組んでいけばよいのかわからなかったりすることに起因すると考える。そして、今までの小学校からの学習の中で、観察・操作・実験の活動が少なかったことが想定される。

そこで、図形領域において、観察・操作・実験を中心とした数学的活動をより意識して授業構成に取り入れることで、生徒が目的意識をもちながら主体的に課題に取り組み、数量や図形の性質などを見いだせるようにしたいと考えた。そのために、図形領域における性質などを見いだす場面で、具体的な意図をもって観察・操作・実験の活動を取り入れていく。また、その課題提示の方法や学習課題の内容もより吟味していく。それにより、図形の性質などを実感を伴って理解することができると考えた。そしてこのことが、論理的に考察し表現する力を養うことに繋がっていき、より一層数学に対する興味・関心や内容理解が深まっていくと考え、本研究主題（サブテーマ）を設定した。

## II 研究目標

3年図形領域において、数学的活動を通して、生徒が目的意識をもちながら主体的に課題に取り組むことは、数量や図形の性質などを実感を伴って理解していくことに有効であるのかを実践を通して明らかにする。

## III 研究内容

### 1 数学的活動について

図形領域において、生徒が目的意識をもちながら主体的に課題に取り組み、数量や図形の性質などを見いだせる数学的活動を設定した授業構成を行う。その中で、具体的な意図をもって観察・操作・実験の活動を取り入れることで、実感を伴って図形の性質などを見いだしていくことができるようになると考える。そして、その見いだした性質から新たな性質を発展的に考えていくことができると考える。

### 2 課題提示の方法や学習課題の内容の工夫について

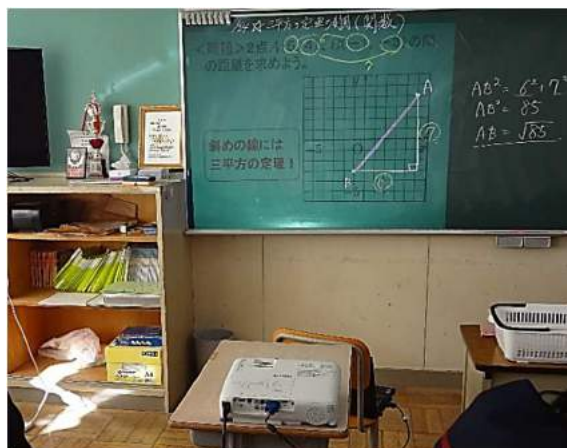
視覚的に捉えやすく、理解しやすくしていくために、ICT機器の活用をしていく。実際に生徒が観察・操作・実験の活動に取り組んだものをモニター等で映し出すことで、共通の理解や、見方・考え方を広げることができると考える。さらに、ICT機器の活用だけでなく、ヒントカードの掲示や操作物・模型等を扱うことで、直感的に思考を組み立てることに補助になると考える。また、単に性質を考えなさいといった学習課題ではなく、生徒自身が既習の性質を基にして思考したり、観察・操作・実験の活動によって性質などを見いだしたりしていく必要性を感じることができると考える。

## IV 実践例

### <本実践を通して>

本実践において、本校3年生の数学科では、授業スタイルとして1年間を通して、学習プリントとICT機器（プロジェクターによるパワーポイントの投影等）の活用を行った（資料1）。

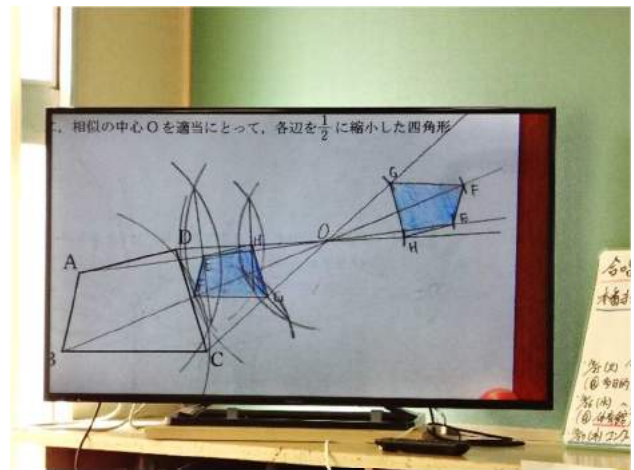
日々学習プリントを用いて授業に取り組み、毎時間ファイリングしていくことで、既習事項を容易に振り返られるようにすることがねらいの一つである。実際生徒は、問題につまずいたり、悩んだりした際にファイルをめくり、既習事項を振り返ることが多い。そして、毎時間学習内容をプロジェクターで黒板に映し、視覚的に理解しやすくしている（資料2）。学習プリントと、プロジェクターで映されるスライドの内容は連動する形にしてあるため、内容の理解度をより深められるようにするねらいもある。パワーポイントの投影以外にも、フラッシュカードの掲示や実物投影機の活用を行った（資料3）。フラッシュカードは、既習事項で重要な単語や定理を、A3判程度の大きさの掲示用カードにまとめ、黒板に貼ることで即座に振り返り、既習事項の活用へと繋がるように意図して活用した。実物投影機は、生徒の学習プリントに記入したものを、ダイレクトに映すことで、思考の流れや、考え方の工夫を視覚的に捉えやすくなるように意図して活用した。共に、スライドの「消えてしまう」というデメリットを打ち消す役目を担っている。



資料1 プロジェクターによる投影



資料2 スクリーンの活用  
(三平方の定理の逆の証明にて)



資料3 実物投影機の活用  
(相似の位置にある図形の作図にて)

### <実践1> 「相似な図形」

(1) 三角形の相似条件を見いだす。【ア 既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見だし、発展させる活動】

- ① 三角形の合同条件を確認し、三角形を構成する辺や角6つの要素のうち、3つがわかることで合同を示せたことを確認する。
- ② 相似な三角形を作図するには、最低限いくつの要素を必要とするかを、実際に相似な三角形の作図をして調べていく。
- ③ 個人追究の後、グループで意見交流をし、考えを深める。その後、全体発表で三角形の相似条件を見だし、まとめていく。

本時では、2年時に学習した三角形の合同条件の振り返りを行い、それをもとに相似についても、相似な三角形を決定していく方法がないかを考え、既習事項をもとに性質を見いだす活動を行った。

②では、「△ABCの2倍の大きさの三角形を完成させよう」という学習課題で、学習プリントに辺BCの2倍となる辺のみを記載した状態で、

<復習> 合同な図形について考えよう。

ある三角形と合同な三角形を楽にかく！

- ① 3組の辺がそれぞれ等しい
- ② 2組の辺とその間の角
- ③ 1組の辺とその両端の角

図形の6つの要素のうち、3つで合同は示せる！

**三角形の合同条件**

<問題> 相似な図形について考えよう。

点Aの位置を決めて、△ABCの2倍の大きさの△A'B'C'を完成させよう。

辺や角は、最低いくつ必要？

資料4 生徒の学習プリントより

取り組ませ始めた。生徒は、合同が3つの要素で決まるということを確認したことから、思い思いに△ABCの辺や角の大きさを求め、それをもとに相似な三角形をかき始めることができていた。その中で、できるだけ要素を少なくしてかくことができないかをポイントにして取り組ませた。図をかき際には、要素の個数や対応に着目できるように、図の横に式や言葉で、作図に用いた要素を記入することで図形のどこに視点を当てているのかを明確にさせた(資料4)。明確化の一方で、問題の条件である辺BCの2倍を見落とし、辺と角

1つずつや、辺2つで相似な図形がかけることができると勘違いする生徒もいた。また、辺や角だけでなく、高さに着目して相似な三角形を作図する者もいた（資料5）。

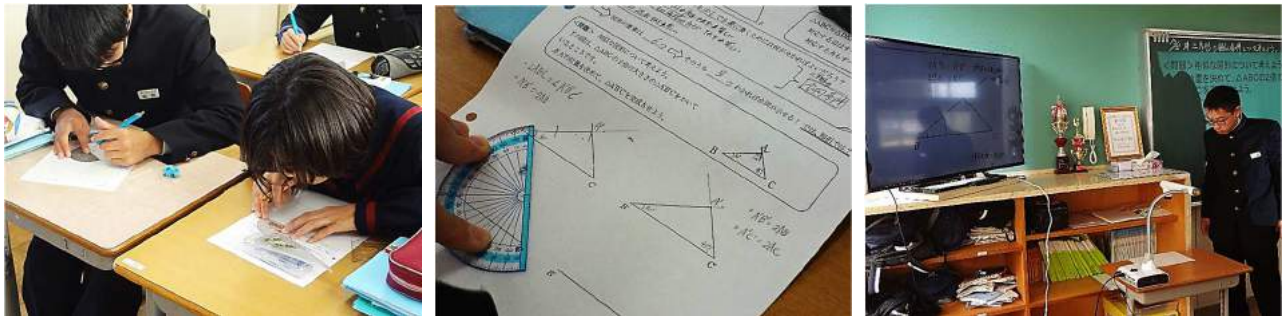
③では、これらの個人追究したものをグループで伝え合い、その後実物投影機を用いて全体発表し、全体で三角形の相似条件をまとめていった。

元の図形の高さも作図で求めている。

高さを考えて相似な三角形を作図している。

辺BCを2倍している条件を見落として考えている。

資料5 生徒の学習プリントより



授業風景

次時以降に、問題に提示された図形を作図してから、その作図によってできた図の中にある相似な三角形の証明を行ったり、相似な三角形の証明をもとに、三角形と比の定理を見いだしたり、既習事項を活用して新たな性質へ発展させていく数学的活動を取り入れていった。

(2) 実生活の一場面における面積比の利用を考える。【イ 日常生活や社会で数学を利用する活動】

- ① 相似比と面積比の関係について、様々な多角形をもとに学ぶ。その後、適用問題に取り組み、理解を深める。
- ② 相似比と面積比の発展課題として、以下の問題に取り組む。（学習プリントより引用）
- ③ 個人追究の後、グループで意見交流をし、考えを深める。その後、全体発表から、それぞれの意見を読み取り、身近な問題にも相似比や面積比が活用されていることを実感する。

面積比は相似比の2乗であるという関係性を掴んだ後、相似比と面積比について考える適用問題（教科書）に取り組む。その後、学

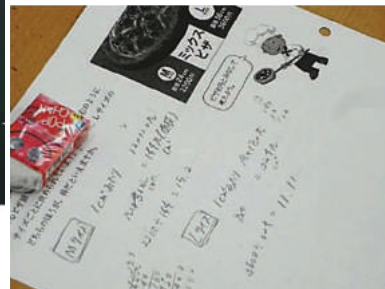
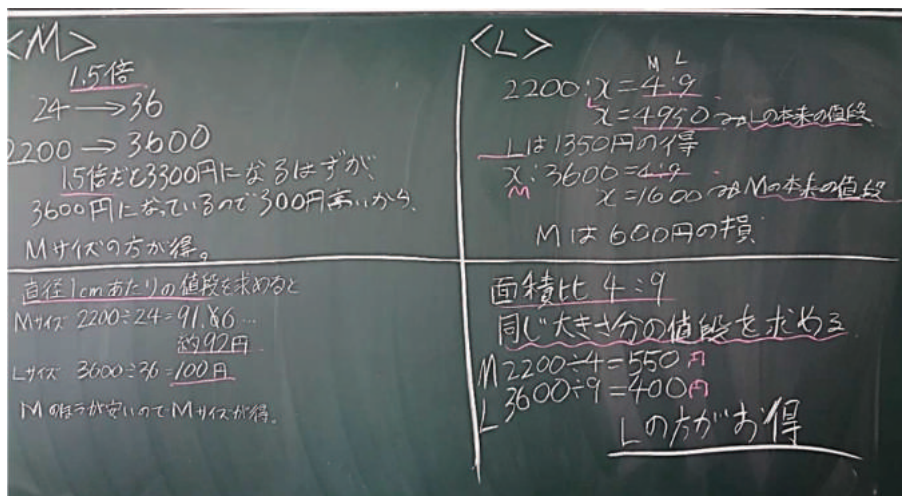
<SP問題>

あるピザ屋では、ミックスピザの値段が、右のようにサイズごとに決められています。Mサイズ、Lサイズのどちらのほうが、得だといえますか。



習プリント裏面に掲載した右のSP問題に取り組んだ。実生活の一場面を切り取った問題設定であり、生徒はより一層の意欲をもって学習に取り組んでいた。まず始めに、MサイズとLサイズのどちらがお得かを、それぞれのサイズや金額を元に直感的に予想した。その後、個人追究、グループワークという

順で、各自が考えの根拠や理由を明確にしなが、考えをまとめていった。数名に板書してもらい、全体発表後に再びグループで検討した。日常生活や社会で数学的な考え方が利用することができることを実感し、生活していく上でこのような考え方ができることに新鮮さを感じている表情の生徒も多かった。



資料6 生徒の考え(上)

生徒による板書と学習プリント(右)

## <実践2>「円」

(1) 操作活動(円周角の切り貼り)をもとに実感を伴って円周角の定理を理解する。

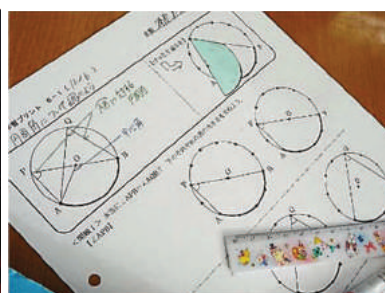
【ア 既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見だし、発展させる活動】

- ① 円の中心角についての既習事項を確認し、円周角について知る。
- ② 1つの弧に対してできる円周角の大きさはどれも等しくなりそうであると予想し、実際に紙を切り、友人の用紙と重ね、円周角の大きさが等しくなるということを、実感を伴って確認する。
- ③ 用紙を学習プリントに貼った後、等しい長さの弧に対する円周角の大きさが等しいことを計算で求め、円周角の定理が成り立つことを確かめる。

本単元の第1時で実施した。1年生の時に学習をした「円と中心角」についての既習事項として、弧や中心角、その関係が比例であることなどを確認し、新たに弧に対して円周角という角が存在することを学習した。頂点を円周上にとる角であるため、一つの弧に対する円周角は複数かけることを確認し、それぞれの角の大きさに着目した。円周角の大きさは等しくなりそうだという予想を立て、それを確認するために、実際に角を重ねて確認することにした。円周を12等分した位置に点を打った同じ大きさの円がかかれた用紙を配付し、生徒それぞれが同じ弧に対して思い思いの位置に円周角をつくった。その円周角を切り取り、周囲の友人と重ねることで、本当に等しくなるということを実感できた。その後、学習プリントに貼り、この操作活動の経緯が残るようにした。



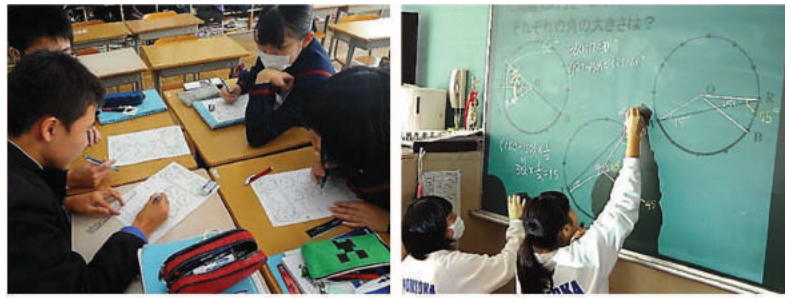
円周角をかいた用紙を切り取り、等しい弧に対する円周角はどれも等しいことを、紙を重ねることで実感する。



資料7 用紙を使った操作活動



③では、操作活動による実験で実感した円周角の性質が、学習プリントの図を用いて計算することで成り立つということを確認した。個人、グループの順で思考を深めていき、黒板に映したスクリーンの図に書き込みながら、全体の前で数名の生徒に説明をもらった。説明の際には、「今の説明はどういうこと？グループ内で説明をし直そう」という形で必ずグループへ戻して論理的な思考をすることで、より理解を深められるようにした。



授業風景

### <実践3> 「三平方の定理」

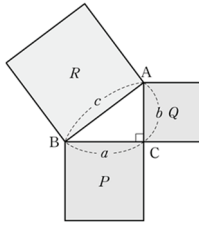
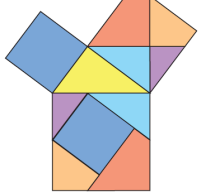
- (1) 三平方の定理を直感的に理解する。【ア 既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見だし、発展させる活動】  
 【ウ 数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動】

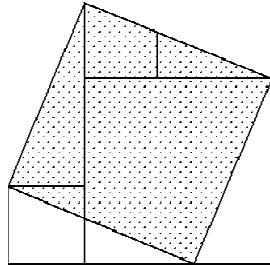
<第1時>

- ① 直角三角形の3辺の長さの関係から三平方の定理について学ぶ。
- ② パズルをもとに、 $a^2$ と $b^2$ の和が $c^2$ になっていることを確かめ、実感を伴って理解する。
- ③ 三平方の定理を用いて、辺の長さを求める。

<第2時>

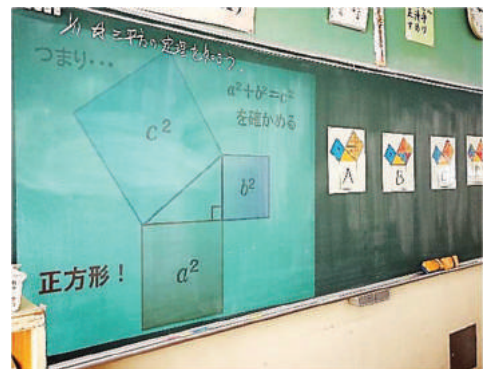
- ① 2つの正方形を切り、1つの正方形をつくる。また、その切り方について考える。
- ② つくった四角形が正方形かどうかを、グループで交流しながら確かめていく。その後、三平方の定理が成り立っていることを確認する。
- ③ 適用問題として、他の三平方の定理の証明問題に取り組む。

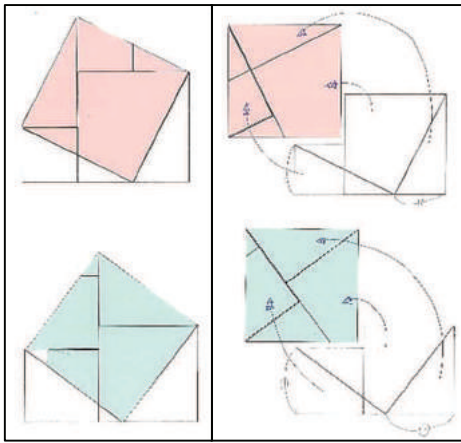


<第1時>

直角三角形の3辺の長さを2乗した数には、関係性がないか考え、斜辺の2乗は他の2辺の2乗の和になっていることを確かめ、三平方の定理としてまとめた。その後、今までの学習からも、定理は証明しなくてはいけないという生徒の発言のもと、証明をしていくことにした。そこで、2乗に着目させ、2乗といたら何を連想するか聞いた。生徒からは「平方」「二次方程式」「面積」「正方形」などが挙げられた。各辺の2乗ということから、各辺を1辺とする正方形を考え、その面積が定理を表す等式と等しくなれば証明できていることを確認し、実際に用紙を切り貼りして確かめることにした。今回はもともと切り取り線を入れた形で用紙を配付し、同じ大きさの台紙に、パズル感覚で楽しみながら当てはめて貼っていった。生徒は、意欲的に取り組み、難しい証明を書かずとも、視覚的に定理を示すことができることを実感していた。その後、三平方の定理を用いた辺の長さを求める演習を行った。



資料8 パズルを使っでの証明



資料9 切り貼りした学習プリント  
(上)

スクリーンを使った発表場面(下)

<第2時>

第1時で学んだ三平方の定理をより深く理解していくことをめあてとして、他の三平方の定理の証明を考えた。始めに、並べて置いた大小2つの正方形に切れ目を入れ、1つの正方形をつくる操作活動を取り入れた。実際に用紙を切り貼りし、図形を動かしていくことで新たに四角形が作れることを実感した(資料9上)。次に、どのようにして切れ目を入れたのかを、複数の同様な図形から考えた。生徒からの意見には、「切り取った三角形が合同になるように」、「短い辺が等しくなるように」などの意見が出た。その短辺が等しくなるように切れ目を入れるという意見から、つくった図が正方形になるかを数学的な表現や根拠を大切にしながらグループで伝え合う活動を行った。正方形と示すために定義が必要であること、定義を示すため4つの辺が等しいと示すこと、4つの角が等しいと示すこと、というように各グループで筋道立てながら示していくことができていた(資料9下)。この筋道立てて説明し伝え合う活動を行うことで、2つの正方形から新たな正方形をつくることができ、それぞれの辺の長さを文字で置くことで、三平方の定理が証明されていることを確かめられた。また、この証明が和算(算学啓蒙諺解大成<元禄3年>)で表されていたことを紹介し、数学の歴史や奥深さを感じられるようにした。

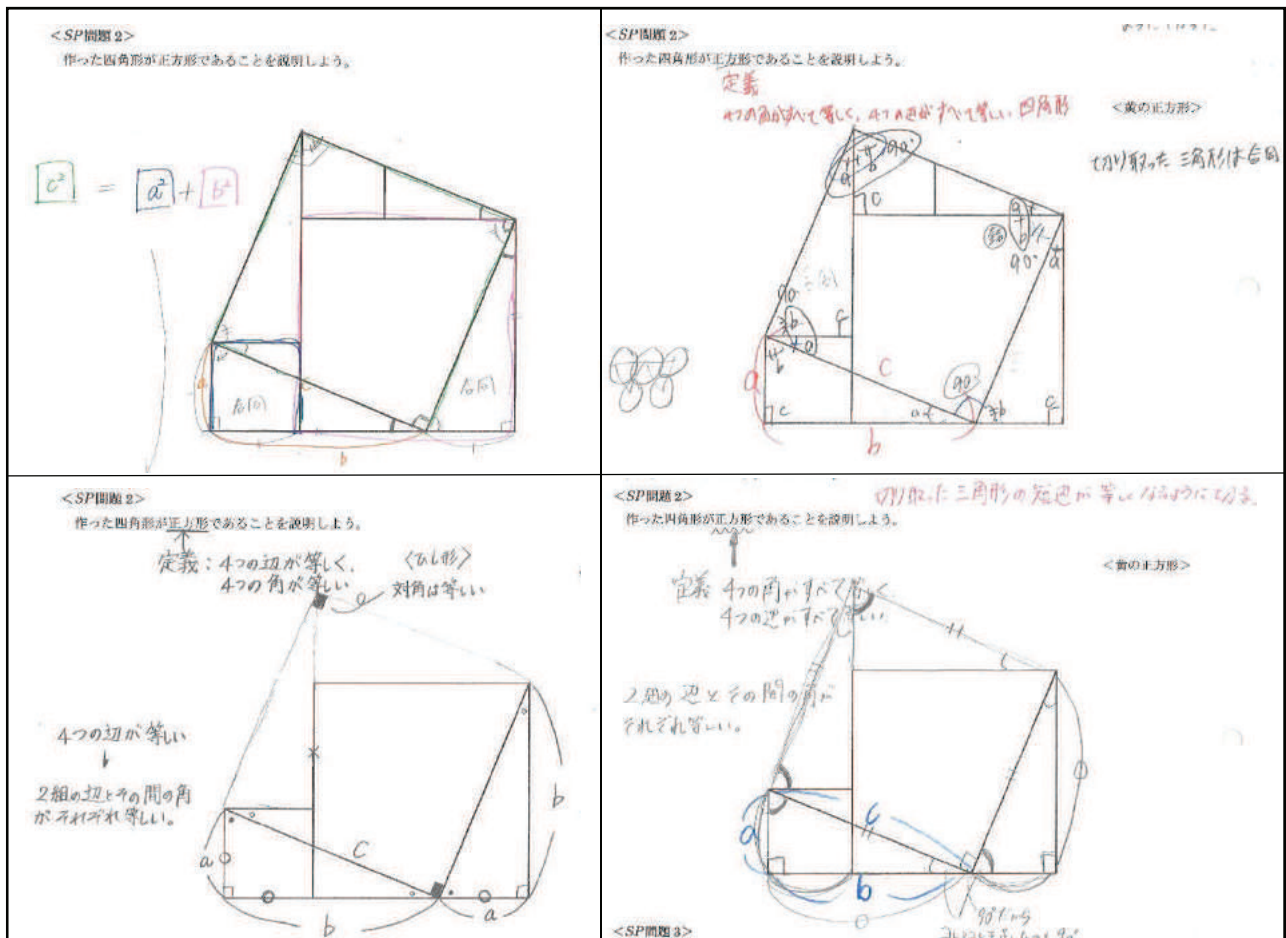
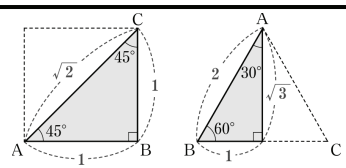


写真10 伝え合う活動の際に用いた、生徒の学習プリント

(2) 三角定規（特別な直角三角形）を用いて、ペア活動で辺の長さを求める。

【ア 既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見だし、発展させる活動】

- ① 正方形と正三角形をもとに、特別な直角三角形の比について学ぶ。  
 ② 手元の三角定規を使って、ペアで順に辺を指定し、問題を出し合う。  
 例：斜辺が 8cm のとき、この辺の長さは？



正方形と正三角形から三平方の定理を用いて、特別な直角三角形（三角定規）として、「 $1:1:\sqrt{2}$ （斜辺）」と「 $1:\sqrt{3}:2$ （斜辺）」の直角三角形の比を求め、これらの直角三角形であれば1辺だけわかれば



三角定規を使ったペアワーク

比を使って他の辺を求められることを理解する。

ペアで手元の三角定規を具体物として使いながら問題を出し合い、ゲーム感覚で取り組むことで、比の計算をする力や、直角三角形の比の関係を見取る力を養えた。

## V 成果と課題

- 図形領域の指導において、紙を切り貼りすることや重ねることなどの操作・実験の数学的活動を多く取り入れたことによって、生徒は図形問題に対して、苦手意識をもつことなく取り組み始めることができた。そして、意欲的に活動へと取り組む姿勢が多く見られた。つまり、操作活動を取り入れることは、小学生に対して効果的であると同様に、中学校3年生に対しても大変効果的であった。
- 操作・実験活動によって、直感的に判断したり、思考したりする姿を多く見る事ができた。また、具体物を手に取り考えることで、図形の動きを視覚化して考察できたり、着眼点を明確化して思考することができたりするため、実感を伴って図形の性質を見だし、理解することができていた。
- 通年を通して、ICT機器の活用（プロジェクターによるパワーポイントの投影）を行うことで、生徒は問題把握をスムーズに行うことができるようになってきた。また、学習プリントと連動することで、知識の定着が図れることや既習事項の容易な振り返りをすることができた。
- 説明し伝え合う数学的活動を意図して繰り返し行うことで、生徒は着実に数学的な表現を用いて論理立てて思考することができるようになった。また、「なんで?」、「どうして?」と繰り返し問うことで、自然と根拠や理由を追い求めながら思考する力が身に付いてきた。
- 用紙を切り貼りする活動などでは、自然と作業時間が延び、活動時間が間延びしてしまうことが多くあったため、より簡潔かつ効果的な作業になるように配慮する必要があると感じた。
- ただの操作で終わらないようにするための手立てや工夫をより精査し、取り組んでいかなければいけないと感じた。また、学習内容に対して、どの数学的活動がより効果的であるかを一層吟味していかなければならない。

## 参考文献

「中学校学習指導要領解説数学編」文部科学省

「はばたく群馬の指導プラン」群馬県教育委員会

「数学的活動をつくる」（東洋館出版社）永田 潤一郎

「数学史の視点から分析する中学校数学重要教材研究辞典 図形編」（明治図書）上垣 渉

## I サブテーマ設定の理由

サブテーマは、中学校学習指導要領解説数学編の目標における「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる」に基づいて設定した。

本研究に関連して行った事前調査の結果は以下の通りである。(対象 2年3組 38名)

① 数学は好きですか。		(4月18日実施)	
好き 7人(18.4%)	やや好き 14人(36.8%)		
あまり好きではない 16人(42.1%)	好きではない 1人(2.6%)		
② 数学は得意ですか。			
得意 2人(5.2%)	やや得意 11人(28.9%)		
あまり得意ではない 18人(47.3%)	得意ではない 7人(18.4%)		
③ 数学は楽しいですか。			
楽しい 10人(26.3%)	やや楽しい 20人(52.6%)		
あまり楽しくない 7人(18.4%)	楽しくない 1人(2.6%)		

本学級の生徒は、課題に対し真面目に取り組む生徒が多い。また、学級の雰囲気は明るく、全体で協力し合うことができ、日々の生活をより良くしていこうという姿勢が見られる。しかし、上記のアンケート調査によると、「数学があまり好きではない」「好きではない」と答える生徒が45%、「数学があまり得意ではない」「得意ではない」と答える生徒が66%、「数学があまり楽しくない」「楽しくない」と答える生徒が21%いた。「数学が好きではない」理由としては、「中学生になって分からなくなった」というものがあつた。「数学が得意ではない」理由としては、「なぜそうなるかが分からないと頭に入らないから」というものがあつた。「数学が楽しくない」理由としては、「計算や図形で頭がこんがらがらから」というものがあつた。これらは、課題意識を持つことができず、自分の答えが正しいのか正しくないのか、そしてそれは「なぜ」なのだろうかということを追究せず、表面だけの理解で終わる学習になっていることが原因であると考えられる。また、「分からないところが分からない」という生徒が多い。これは、自分がどこまで分かっているところから分からないのかということ把握できていないからだと考える。

以上の実態から、「自分の言葉で、根拠を明確にして説明できる生徒」にするためには、「思考過程を表現できること」が必要であると考えた。

学習指導要領には、「数学的活動を通じた指導によって、数学を活用して考えたり判断したりすることが一層できるようにするとともに、その楽しさを実感することで数学を学ぶことへの意欲を一層高めることが必要である」とある。数学的活動とは、生徒が目的意識をもって主体的に取り組む(新たな性質や考え方を見いだそうとしたり、具体的な課題を解決しようとしたりする)数学に関わりのあるさまざまな営みである。数学的活動を通して、「根拠を明確にして説明できる生徒」を目指すためには、数学的な表現を用いて根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動が適していると考えられる。根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動を行うためには、「見通し」を持つことが大切であり、「予想」を通して自分の考えを持つことが「見通し」につながる。正誤は問題ではなく、自分の考えを持つことで、他人の考えと比べ、根拠を考えるようになることを考えた。また、その「予

想」をもとに友達と意見を交換することで、解法の「見通し」を持たせ、思考過程を表現する活動をさせたい。

思考過程を表現することにより、一層合理的、論理的に考えを進めることができるようになったり、より簡潔で的確な表現に高めることができるようになったり、新たな事柄に気付くようになったりすることも可能になる。

以上のようなことから、結果を「予想」し、解法を「見通し」、思考過程を表現する活動を通して、根拠を明確にして説明することができる生徒を育成したいと考え、サブテーマを設定した。

## Ⅱ 研究目標

学習課程において、「結果を予想し、解法を見通させる」という活動を取り入れ、既習事項・キーワードの確認、ペア学習やグループ学習などの学習形態の工夫をしてお互いの思考過程を説明させることで、根拠を明確にして説明することができる生徒を育成できることを実践を通して明らかにする。

## Ⅲ 研究内容

### 【見通し①：自分の課題とさせるための工夫】

授業の開始時に、課題を提示する。その際に、結果を「予想」させることで、まず自分の意見を持たせる。自分の意見と他人の意見を比べることで、「なぜだろう、どうしてだろう」と疑問を持たせることが出来れば、自分の課題として授業に取り組むことができるであろう。

### 【見通し②：見通しを持たせるための工夫】

見通しを持つ場面で、前時の授業と比較させたり、既習事項を想起させたりして、課題を解くためのキーワードを確認することで、生徒が数学的な表現（言葉や数、文字、式、図、表、グラフなど）を用いながら、解法の「見通し」を持つことができるであろう。

### 【見通し③：自分の言葉で説明するための工夫】

問題解決の場面で、ペア学習・グループ学習を取り入れ、生徒同士がお互いに思考過程を表現しあう場を設けることで、一層合理的、論理的に考えを進めたり、より簡潔で的確な表現に高めたりできるようになり、根拠を明確にして説明することができるであろう。

## Ⅳ 実践例

### 1 単元名 「一次関数」

### 2 単元の目標

具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を養う。

### 3 本時の学習

#### (1) ねらい

二元一次方程式のグラフの交点の座標を、連立方程式を利用して求めることができる。

#### (2) 展開

学 習 活 動	時間	指導上の留意点	
		T1	T2

<p>1. 前時の復習 二元一次方程式のグラフのかき方を確認する。</p> <p>A : <math>3x - y + 3 = 0</math></p> <p>B : <math>3x + y - 15 = 0</math></p>	5分	<p>○一次関数のグラフに変形する、または二元一次方程式上の2点をとることでグラフが書けることを確認する。</p>	<p>○二元一次方程式をかくために必要な2点をとることができているか、机間指導の中で確認する。</p>
<p>2. 問題提示 1. 前時の復習でかいた二元一次方程式のグラフAとBはどこで交わるだろうか。</p>	2分	<p>○グラフ黒板を用いることで、クラス全体でグラフの交点に分からないことを確認する。</p>	
<p>3. 予想 交点の場所が分からない2つのグラフを見て、交点の座標を予想する。</p>	3分	<p>○予想なので、答えの正誤にはこだわらない。</p>	<p>○自分自身の答えを持っていることを机間指導の中で確認する。</p>
	<p>めあて 二元一次方程式のグラフの交点の座標を求めるにはどうしたらよいだろうか？</p>		
<p>4. 見通し(キーワード) 問題を解くために使いそうな既習事項を確認する。</p> <p>・表・グラフ・連立方程式</p>	5分	<p>○既習事項を確認し、黒板に書き、全員が確認できるようにする。</p>	<p>○既習事項の中で、分からないものがある生徒には声かけをして確認する。</p>
<p>5. 問題解決 一人で考える。</p>	4分	<p>○一人で考える時間をしっかりと確保する。</p> <p>○連立方程式を使った生徒には「なぜ連立方程式を用いたのか」を考えさせる。</p> <p>○解き方をキーワード・既習事項をもとにノートに記させる。</p>	<p>○分からない生徒には、マスを増やすことで、交わる場所が分かることに気付かせる。</p> <p>○マスを増やし答えを求めた生徒には、マスを増やさずに求める方法を考えさせる。</p>

<p>6. 問題解決 4人組で班の形になって学び合いをする。</p> 	<p>6分</p>	<p>○4人組の形になって、キーワード・既習事項をもとに説明しようとしていることを、机間指導をしながら確認する。 ○なぜそれが一番良い解き方なのか、お互いに言わせる。</p>	<p>○4人組の形になって、キーワード・既習事項をもとに説明しようとしていることを、机間指導をしながら確認する。</p>
<p>7. 全体で解決方法の確認 問題の解き方を発表する。 ①グラフを書き足す。 ②表を作る。 ③連立方程式を解く。</p>	<p>4分</p>	<p>○全体で考えを共有させる。</p> 	<p>○発表している生徒の考えをしっかりと聞くよう促す。</p>
<p>8. 吟味 一般的に二元一次方程式の交点の座標を求めるためには、何が一番良い解法なのか吟味する。</p>	<p>6分</p>	<p>○①グラフ②表③連立のそれぞれの良い点を確認し、一般的な方法としては、連立方程式が最良であることに気付かせる。</p>	<p>○どれが一番良い方法か全員に問う。</p>
<p>9. まとめ</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p>まとめ 二元一次方程式のグラフの交点の座標を求めるには、連立方程式を使って解く。</p> </div>			
<p>本時の学習を生徒の言葉でまとめる。</p>	<p>5分</p>	<p>○二元一次方程式の2つのグラフの交点を求める場合、どのように解くことが適しているのかまとめさせる。</p>	
<p>10. 類似問題 答えとなる座標が分数になる2つの二元一次方程式の問題を解く。</p>	<p>10分</p>	<p>○答えとなる座標が分数の場合はどの解き方が適しているのか考えさせる。</p>	<p>○前問を振り返らせ、どの方法で解くことができるのか考えさせる。</p>
<p>評価項目 [方法] 見方・考え方</p> <p>おおむね満足できる 2直線の交点の座標が、連立方程式を解いて求められることを見出すことができる。</p> <p>十分満足できる 2直線の交点の座標が、連立方程式を解いて求められることを見出し、それを求めることができる。[ノート・発言]</p>			

## V 成果と課題

### 1 見通し①【自分の課題とさせるための工夫】について

図1は、授業の中で実際に生徒がノートに書いていたものの一例である。この2本のグラフの交点の座標を求めるのだが、正解は(2, 9)になる。しかし、この生徒は(2, 8)という誤答を書いている。正しい答えが分からないから何も書かないではなく、自分なりの答えを持ち、書くことができている。他の生徒の答えを見ると、(2, 8)と書く生徒が40%、正解の(2, 9)と書く生徒が50%、それ以外の答えを書いている生徒が10%ほどいた。

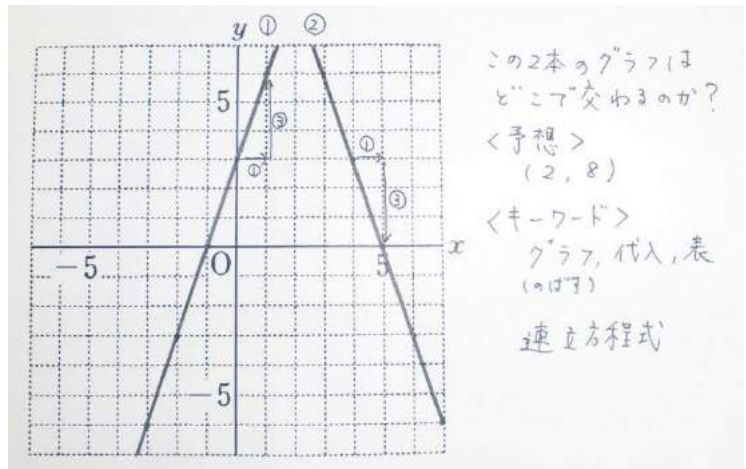


図1 生徒のノートより「予想」の様子

今までの授業では、教師がめあてを設定し、黒板に書き、それを見て生徒がノートに記すという受動的な授業だった。しかし、「予想」し、自分の答えを持つことができる課題を毎時間設定することで、授業のめあてが明確になり、生徒が何を求めれば良いかがはっきりとした。それにより、数学に苦手意識のある生徒も、自分から積極的に課題に取り組む事ができるようになった(図2)。



図2 課題に取り組む生徒

また、単元の最初の頃は、クラスの半数以上が予想の根拠を「なんとなく」と言っていたが、授業を重ねていくと、「グラフの傾きが〇だから、次に通るのはこの点だから…」「表にしてみるとxが1増えるとyはいくつ増えるから…」などと徐々に理由や根拠を添えて答えを予想できるようになってきた。予想の際に、「なぜ」そう考えたかが言えると、周りの友達の考えを聞いた際により深い理解につながっているようだった。

研究前と研究後に「なぜ」を考えることについてのアンケートを実施した。図3に記したように研究前と研究後では、好き・やや好きと答えた生徒が3名(8%)増えた。理由は、「根拠がわかっていないとその後の勉強に活用できなくなってしまうから」「深く考えると新しい発見があるから」「考えてできたときに自信になる」等だった。一方で、好きではないと答えた生徒も1名(3%)増えた。理由は「うまく説明できないから」「苦手だから」だった。

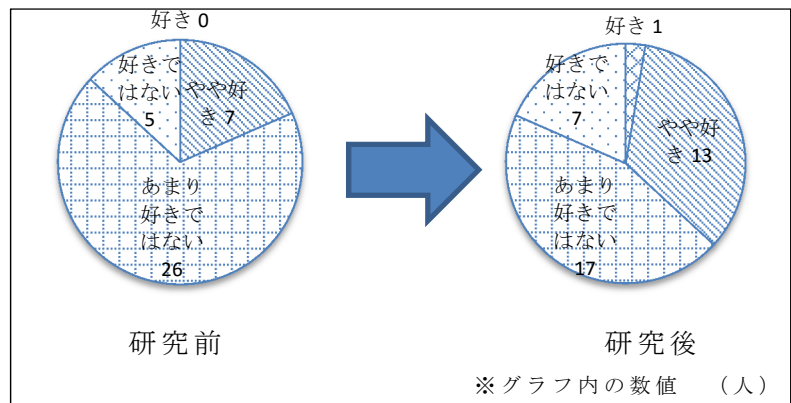


図3 「なぜ」を考えることについて

アンケートの結果からも、自分から「なぜ」を考えることができ、「なぜ」ということを考えることの大切さを理解し、課題に取り組むことができている生徒が増えてきて



いと捉えることができた。しかし、その一方で深く考えすぎることから苦手意識をより強く持つてしまう生徒もいることが分かった。

また、自分なりの答えを持ち、根拠を添えながら自分の課題として考えることができるようになった生徒が増えてきた。これからは、「なんとなく」ではなく、「この前勉強をしたこれを使って…」と全ての生徒が根拠を添えて言えるようにしていきたい。

## 2 見通し②【見通しを持たせるための工夫】について

図4は、授業中に書いた生徒のノートである。グラフで考えていた生徒が、表や連立方程式という「キーワード」を聞き、それで解くとどうなるのか書いている。問題を解く上で必要となるであろう「キーワード」を考えることで、解法を具体的に考え、見通しを持って問題に取り組もうとしている。また、クラス全体で「キーワード」の確認をすることで、自分の考えとは違う「キーワード」がでてきた際には、それをヒントにその「キーワード」を使った解法を考え、見通しを持ちながら課題に取り組んでいた。今までの授業であれば、問題が出たら「さあやってみよう」と生徒が何もヒントの無い状態で問題に取り組んでいたが、「キーワード」をあげることで何をすれば良いのか見通すことができるようになってきた。最初は、「キーワード」なんて何を言えば良いのか分からないという生徒も多かった。

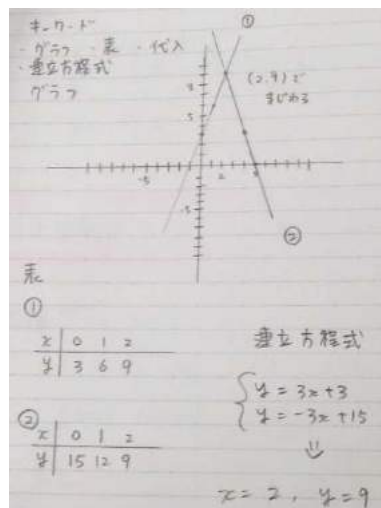


図4 生徒のノートより

しかし、授業を進めて行くにつれ、ノートをめくり前の授業を振り返ろうとする生徒も増えた。「キーワード」を取り入れたことは、前時の内容や既習事項を使えば良いことを徐々に理解し、自ら数学的な用語を用い、解法を考え見通しを持つ手立てとして有効だった。

また、使うであろう既習事項を意識しながら、解法を考え、見通しを持って取り組む生徒が増えてきた。「キーワード」になるべきものが何か全く見当がつかない生徒には、今までの学習の積み重ねが生きていることに気付かせていきたい。

## 3 見通し③【自分の言葉で説明するための工夫】について

授業の中で、一人で考える時間と班で話し合いながら考える時間を設けることで、自分で考えていても分からない問題を、既習事項や前時を振り返り、なんとかして解こうとする姿勢が見られた。



図5 4人組での班活動の様子

グループ学習に関するアンケートでは、好き 14人、まあまあ好き 22人とクラスの95%の生徒が好意的な回答をした。ペア学習やグループ学習をすることで、「友達の意見を聞いて分からないところ分かる」「みんなで話し合って解決できる」「どうなったのか説明しやすい」などの意見が出た。これらのことから、自分の言葉で説明するための工夫としてグループ学習は効果があったと考える。

研究の前後に「解答の理由を説明すること」に関するアンケートを実施した。図6に記したように研究前と研究後では、好き・やや好きと答えた生徒が7名(18%)増えた。理由は、「自分の理解をより深めることができるから」「全体の前で発表することは緊張するが班などでやったときに周りの人が分かってくれると嬉しいから」「説明することでどこまで分かっているか分かるから」等だった。一方、好きではないと答えた生徒も

2名（5%）増えた。理由は、「頭の中で分かっているけど説明することができないから」「本当に合っているかが不安だから」だった。

アンケートの結果からも、説明することの意義を理解し、生徒同士で分かりやすく伝え合うことができていたことが分かる。また、自分がどこまで理解できているのかということにも気付くことができた。

その一方で、分からないから説明できない等の消極的な意見も出た。理解を深めるために説明をさせたいが、頭の中で整理ができないためなかなか学び合いにならないこともあった。

また、自分で理解していることを説明することでより理解を深めたり、友達の考えを聞くことで新たな考えに気付いたりすることができた。しかし、説明に自信が無く自分から積極的に話せない生徒が数名いるため、ペア学習の機会をもっと増やし、間違っても良いという雰囲気作りからしていく必要があると感じた。

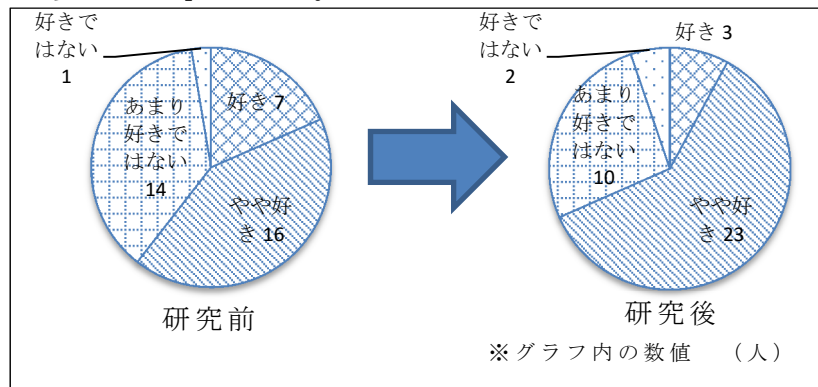


図6 解答の理由を説明すること

本研究は、予想をし、方法・結果を見通し、思考過程を説明する活動をする授業を通し、「根拠を明確にして説明することができる生徒の育成」を目指したものである。実践を通し、以下のことが明らかになった。

### 1 振り返りテストの結果から

単元前に行ったテストと単元後に行ったテストの結果は下記のようになった。(図7)

比例の問題と一次関数の問題なので厳密には比べることができないが、一次関数という難易度の上った問題に対しても、比例の時とほぼ変わらない正答率が残せたことは成果があったと考える。図7の「3 グラフから式を求める」問題では、正答者が4名増え、グラフにおける傾き・切片の意味を正しく理解し、式に表すことができた。

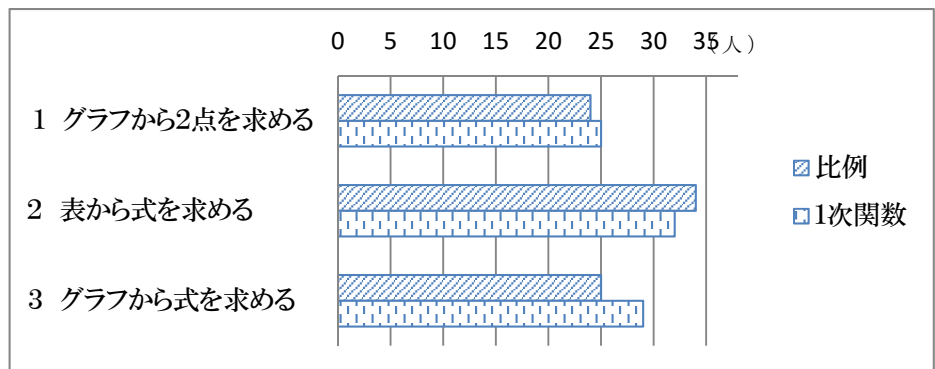


図7 単元前後の確認テストにおける正答率

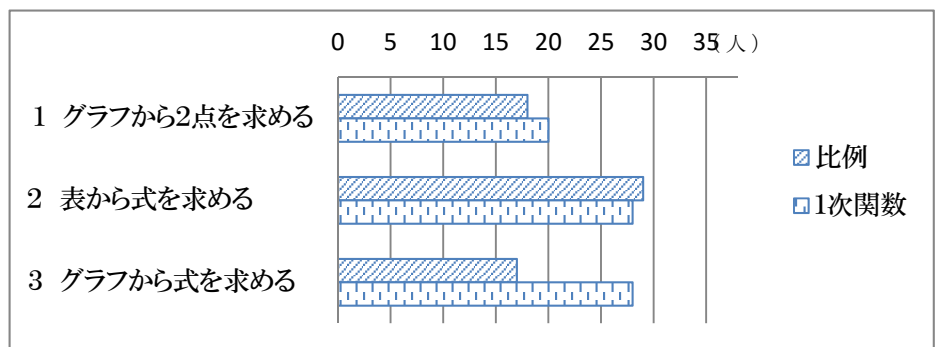


図8 単元前後の確認テストにおける理由の正答率

また、テストの中で答えた理由を問う問題も出し、結果は上記の通りだった。(図8)

どの問題を見ても、一次関数の方が理由を答えられるようになった。また、しっかりと根拠を添えて、説明することができるようになった。図8の「3 グラフから式を求める」問題では、正答者が8名増えた。比例の学習では答えた理由を何も書けなかった生徒が自分なりの理由を書けていたり、間違えてしまっても言葉を少しかえるだけで正解になる生徒が多かったりと、成果が見られた。しかし、この研究を通し、説明することが好きになったという生徒が増えた反面、説明することが難しく余計に嫌になったという意見もあった。これからは、授業の中で課題をより深く考えるために、根拠を明確にすることが重要であることに気付けるよう支援を工夫していきたい。

## 2 数学への意識に関するアンケート結果から

図9のように、研究前と研究後で数学への意識に関するアンケートを行った。数学が好き・やや好きという生徒は増えたが、数学が得意・やや得意という生徒は減ってしまった。得意ではない理由として、「計算が苦手だから」という理由が増えていた。研究を通して、根拠を明確にして説明するということを継続して行った結果、説明することに抵抗がなくなってきたために、基本的な計算に苦手意識が集中したためだと考える。

「説明すること」が研究前よりもできるようになったかというアンケートを行った(図10)。38人中31人の生徒が研究前よりも「説明すること」ができるようになったと答えた。理由は、周りの分からない人に教えていくことで、分かりやすく正確に伝える方法を考えたから、説明して自分ももう一度理解できたから、友達の説明を聞いて説明の仕方が分かったから等、「説明すること」に対して前向きに取り組み、理解を深めたことがよく分かった。

おわりに、本研究では「根拠を明確にして説明する」ために「授業の構成」を工夫した。生徒の中には、課題を提示するとすぐに予想にとりかかるものが増えてきた。これからの授業の中で、「予想」「見通し」「根拠を明確にした説明」と繋げることができれば、生徒が主体的に学ぼうとする学習になると思われる。この研究で実践したものを今後活用していくことができるよう努めていきたい。

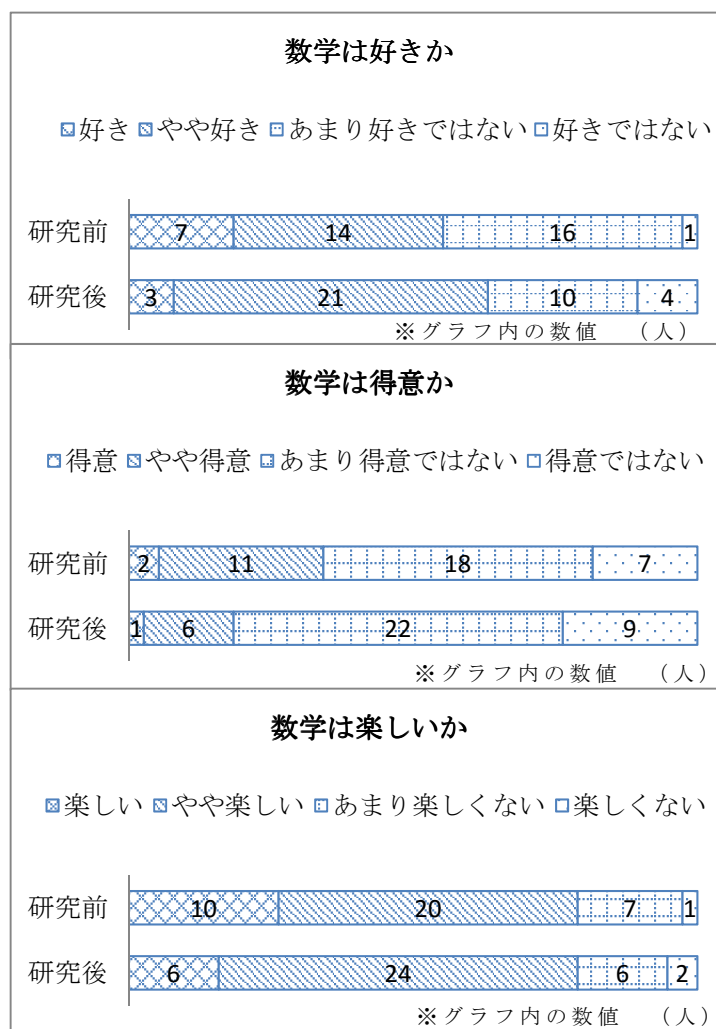


図9 数学への意識に関するアンケート

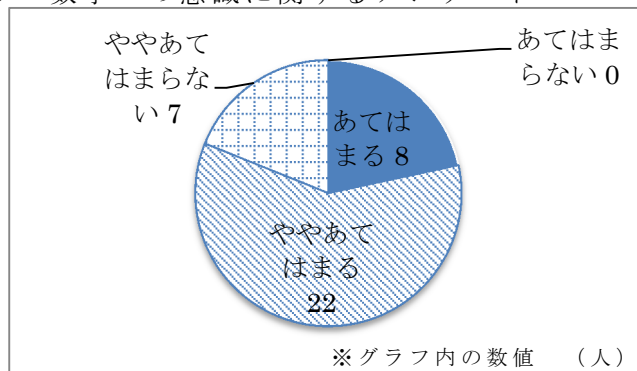


図10 「説明すること」が前よりもできるようになったかについてのアンケート

ともに学ぶ算数・数学教育の創造  
～『三平方の定理』から見直した9年間の学びのつながり～

藤岡市立鬼石中学校 五十嵐義雄

## I サブテーマの設定の理由

「ともに学ぶ」をどのように捉えるかを考えてみた。特に『ともに』を。最終的には、下記の3つは、すべて共通していると考えられるが、特に重要視するのは、最後の学びである。生徒と教師が「ともに学ぶ」こと。それが日常の授業のあり方であり、『数学教育』であると感じている。

「ともに学ぶ」→教えられる側、学ぶ側の生徒同士がともに学ぶ。  
「ともに学ぶ」→教える側、学ばせる側の教師同士がともに学ぶ。  
「ともに学ぶ」→生徒と教師がお互いにともに学ぶ。

生徒は、今の「この授業での学び」が今までの学びの継続であることに気付き、知識、技能を共有することで『学び合い』や『教え合い』、『表現力』を高めていくことにつながっていく。

教師は、今の学習内容や技能がこれまで学習してきたあの場面、この場面がつながっている。過去のこの学習が、今のこの学習にフィードバックされていることを実感できるいい機会であると捉える。

そして、この2つの『ともに学ぶ』が、生徒と教師の学びになると捉えることができると考えた。

この考え方は、藤岡市で取り組んでいる『小中一貫教育』の基本的な考え方に類似している。学びの連続性と生徒指導の継続を図り、学力向上を目的にした学ぶ楽しさ分かる授業を作るために「これまで、ここでは、このあとは」を意識した授業展開に取り組んでいる。

「これまで」児童生徒がどのような学びをしてきたのかという学びの履歴を明確にする。

「ここでは」どのような学びをするのかという9年間の学びにおける本単元の位置を考察する。

「このあとは」どのような学びをするのかという学びのつながりを意識する。

これらを十分考えて授業を構想して授業改善を図っている。

鬼石中学校は、全校生徒数が120人余りの小規模中学校で、鬼石地区の2つの小学校から1つの中学校へ入学している。そのため、小学校において児童・教師の交流の機会が多く、理科や音楽などの教科では、同じ教員が両方の小学校で教えたり、中学校教師が2つの小学校で出前授業を行ったり、今年度から英語教師が小中兼務教員として高学年の英語の授業を担当したりもしてつながりを持たせている。

また、中学校の文化祭で合同合唱を行ったり、小学校の運動会やマラソン大会に中学生が参加できる競技があり学校行事でも積極的に交流している。そのため、鬼石地区の小中学校9年間で児童・生徒を育てていこうという地域の意識は高い。

本学級の生徒数は、35人で入学時から1クラスでクラス替えもない。学習集団に変化がなく、学習環境も変わらず継続している。

数学科において、中学3年生という9年間の義務教育の最後に登場する学習内容が『三平方の定理』である。これは、『三平方の定理』が持っている。教材としての価値が今まで学習してきた算数・数学の集大成でもあり、あらゆる学習内容につながっている。[指導内容の系統図参照]

直角三角形は、生徒達には身近で扱いやすい図形であり、比較的分かりやすい。その直角三角形にこんな秘密が隠れているとは想像もつかない。そして、『 $a^2 + b^2 = c^2$ 』とてもシンプルな定理である。その定理に気付き、証明を考え、使って長さを求める、いろいろ問題に挑戦する。その過程で今まで習ってきたことを使う経験は、まさに数学の学びの連続と系統性そのものである。

このような状況から、数学という教科の特性を考え、9年間の学びのつながりを意識した『三平方の定理』の授業を行うことは、生徒と教師の「学び直し」のよい機会にもなり、生徒の学ぶ意欲につながり、より深い理解になると考え、本サブテーマを設定した。

## II 研究目標

新しい内容を学習していく過程で、思考の基となる既習事項の確認やその活用を通して、学びのつながりを実感させることは、学習する意義（学習意欲の喚起・継続）や既習事項のより深い理解へとつながっていくことを明らかにする。

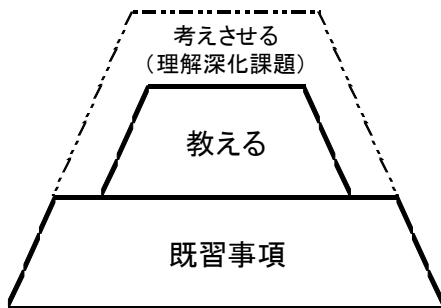
## III 研究内容

本校の校内研修主題は『自分の考えを生き生きと表現できる生徒の育成 ～「教えて考えさせる授業」の実践を通して～』である。研修内容は、「授業のねらいを明確にしたまとめと振り返りの実践」「何を教えて何を考えさせるのか」「どのように表現させるのか」などを授業展開に意図的に計画する。この研修主題、内容などで研究実践を行っていく。

### 1 校内研修と数学との関わり

数学科における『教えて考えさせる授業』とは、どのような授業形態か

[学習イメージ構想図]



「既習事項」は、知識・技能としての確認事項。レディネステストや復習問題などを参考にして、生徒の実態を把握する。

「教える」内容は、新しく学ぶ学習内容または、既習事項を活用して新しい知識・技能を発見、身に付ける学習。与えられた情報を理解して受容する。それらを基にして自ら推論したり考察したりして発見していく。学習内容によって「なぜそうなるのか」を考えさせたり相談させて、発表させる。

「考えさせる」内容は、新しく発見・学習した内容を理解し、いろいろな場面で活用する力を身に付けていく学習。各自で取り組ませたり、グループや班になって教え合いや学び合い

活動を取り入れ、課題を解決していく。考え方や解決の方法などを発表させて、全体で知識・技能を共有していく。

### [計画訪問時の授業例] 【平方根の複雑な計算】

〈既習事項の確認〉

平方根の考え方、基本的な計算などをフラッシュカードを使って確認する。



〈教える場面〉

式の展開、因数分解を基本的な式を練習する。類題を板書し、計算する。計算の仕方などを丁寧に説明解説をする。



〈考えさせる場面〉

プリントに取り組み、始めの10分間は自力で計算する。その後、相談してよいことにする。答えを配布し確認する。

平方根の計算に挑戦しよう 名前

問題 次の計算をしなさい。

①  $\sqrt{2}(1+3\sqrt{2})$     ②  $2\sqrt{3}(\sqrt{12}+\sqrt{6})$     ③  $\sqrt{5}(2\sqrt{35}-\sqrt{13})$     ④  $\sqrt{2}(-\sqrt{10}+\sqrt{14})$

⑤  $(2\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-2)$     ⑥  $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$     ⑦  $(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}+1)$

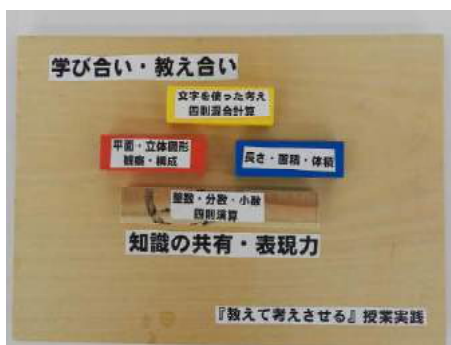
⑧  $(2\sqrt{2}-1)^2$     ⑨  $(\sqrt{7}+\sqrt{2})(\sqrt{7}-\sqrt{2})$     ⑩  $(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2$

ちょっと複雑な計算に挑戦しよう!!

⑪  $(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}-6)-2(\sqrt{5}-2)^2$     ⑫  $(\sqrt{6}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{6}-\sqrt{3})^2$

## 2 指導内容の系統図 [イメージ]

[小学校での主な学習内容と研修主題との関わり]



[中学校での学習内容の系統図]



小学校での『学び合い・教え合い』活動を  
 基に、『知識・技能・表現力』を高めていく  
 『教えて考えさせる』授業を実践していく。  
 さらに、中学校での学習内容を小学校での  
 学習を基盤にして、各学年ごとの学習内容  
 を積み上げていき、最終的に『三平方の定  
 理』の学習へつながっていく。

どこか1つでも学習の欠損が起ると  
 積み重ね学習は、崩壊してしまう。

小学校での基本的な計算はもちろん、図形の  
 基礎的な学習や作業体験は、重要である。  
 そして、中学に入学してすぐに学習する『正  
 負の数の計算』『文字と式の考え方』さらに  
 3年次での『平方根』は『2次方程式』の学  
 習にも直接つながり、これらの基本的な考  
 え方を理解していないと『三平方の定理』を理  
 解することは困難である。



## 3 小中一貫教育の実践 (小学校への授業参観、授業検討会の参加)

夏休みの連携研修で授業づくりから関わり、計画訪問  
 当日は、教材教具の工夫、めあてと手立て、そしてまと  
 めがしっかりとされており、とてもきめ細かな指導がさ  
 れていることを体感することができた。また、児童達も  
 説明を聴く姿勢、説明をする姿勢などがしっかりと指導  
 されており、お互いに相談したり、教え合ったりする様  
 子は、『教えて考えさせる授業』が日常的に実践されて  
 いることの表れである。

中学校の授業(平方根)でのフラッシュカードは、こ  
 の授業を参考にしたものである。また、実物投影機の活  
 用もこの授業参観後から積極的に使うようになった。

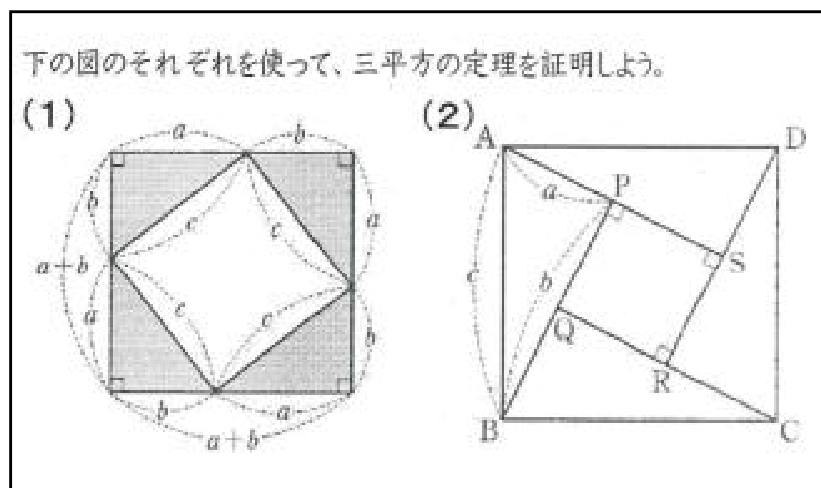


#### IV 実践例

##### 〈三平方の定理指導計画（学びのつながり）〉

節	項	時	目 標	学習活動	学びのつながり・系統性
1	方眼のマス目を利用して、正方形の面積を調べよう	1	直角をはさむ2辺の長さ と斜辺を1辺とする正方形の面積の関係予想する	方眼を利用して、いろいろな直角三角形の各辺の正方形の面積の関係に気付く 三平方の定理を知る	図形のパズル、色板並べ 面積の計算 2乗の計算 平方根の考え方
	三平方の定理をいろいろな方法で証明しよう	2	三平方の定理とその証明を確認し、いろいろな証明を理解する〈その1〉	三平方の定理の証明を確認して理解する。	三角定規の並べ方、対称性 文字式の計算の仕方
		3		いろいろな証明に挑戦する	乗法公式、因数分解 相似な図形、相似比の見方
	直角三角形の辺の長さを求めよう	4	三平方の定理を利用して、直角三角形の辺の長さを求める	いろいろな形をした直角三角形の長さを計算によって求める	斜辺の意味 平方根の計算
		5			2次方程式を解く
	三角形が直角三角形になる時を調べよう	6	三平方の定理の逆を理解し、直角三角形かを判断する	いろいろな場面で、三角形が直角三角形になるかどうかを判断する	三平方の定理を理解して活用 平方根の2乗の計算 左辺、右辺の関係を見付ける
2 三平方の定理を利用していろいろな問題を解決しよう の 利用	三平方の定理を利用していろいろな問題を解決しよう	7	正方形の対角線や正三角形の面積を求める	特別な直角三角形の3辺の比を使って求める	比例式を解く 相似な図形
		8	いろいろな具体的な場面で応用する	具体的な場面の長さの問題を解く	相似比、比例、平方根の計算 2次方程式を解く
		9	平面図形のいろいろな長さを求める	2点間の距離、円の弦や球の半径などを求める	座標の見方 二等辺三角形 三平方の定理
		10	空間図形のいろいろな長さを求める	直方体、立方体の対角線、円錐、角錐の高さを求める	三平方の定理 平方根の計算 立体の切り口 表面積、体積
		11	いろいろな場面で活用し問題を解決する	立体の展開図を利用して最短の長さを求める	三平方の定理 平方根の計算 立体の展開図
		12	三平方の定理やこれまで学んだ図形の性質を利用して問題を解決することができる〈その2〉	円とその接線でできる図形の線分の長さを、三平方の定理やこれまでに学んだ図形の性質を利用して求める	図形の対称性 合同 補助線 円と接線の長さ 直角三角形 平方根の計算 2次方程式 三平方の定理など・・・

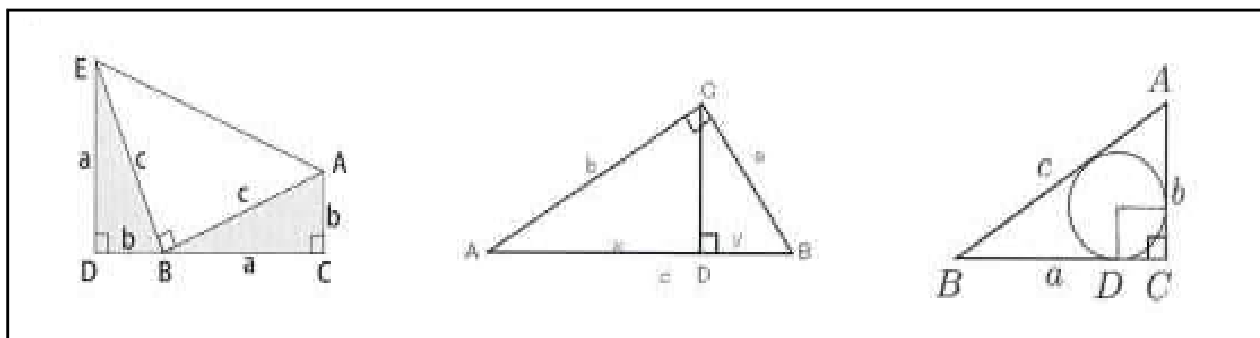
##### 〈その1〉【三平方の定理をいろいろな方法で証明してみよう】



前時に「三平方の定理」について方眼黒板を利用して、その内容に気付かせ、面積を移動させたり、説明の動画を見せたりして『三平方の定理』の内容を十分に理解させておく。

さらに、『三平方の定理の証明』では、三角定規を並べて(1)を説明しながら証明を板書し、(2)の証明を考えさせ、指名して証明を板書させた。

[この授業で使用したプリント]



[学習プリント1] (既習事項が身に付いていて、学習内容がつながっている生徒)

$\frac{1}{2}(a+b)c$   
 $r(c+r) = \frac{ab}{2}$   
 $\frac{1}{2}ab$   
 $(x-c)(x+c)$   
 $x^2 - c^2$   
 $(a+b)(a+b-c)$   
 $a^2 + ab - ac$   
 $(a+b)^2 - c^2$   
 $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$   
 $a^2 + 2ab + b^2 - c^2 = 0$   
 $a^2 + b^2 = c^2$

$\Delta ABC$  の面積は  $\frac{1}{2}ab$   
 $\Delta ABC$  の面積は  $\frac{1}{2}c^2$   
 $\Delta ABC$  の面積は  $\frac{1}{2}(a+b)r$   
 $\frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}c^2 = \frac{1}{2}(a+b)r$   
 $ab = c^2 = (a+b)r$   
 $r = \frac{ab}{a+b}$

$\Delta ABC$  の面積は  $\frac{1}{2}ab$   
 $\Delta ABC$  の面積は  $\frac{1}{2}c^2$   
 $\Delta ABC$  の面積は  $\frac{1}{2}(a+b)r$   
 $\frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}c^2 = \frac{1}{2}(a+b)r$   
 $ab = c^2 = (a+b)r$   
 $r = \frac{ab}{a+b}$

$(x-y)^2 = c^2 - r^2$   
 $h = b - x = a - y = a - \frac{1}{2}ab$   
 $x \cdot y = b^2$   
 $x^2 + y^2 = a^2$   
 $a^2 + b^2 = x^2 + 2xy + y^2 = c^2$   
 $a^2 + b^2 = c^2$

$(a+b)^2 - a^2 - b^2 = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - b^2}{2}$   
 $\frac{2ab}{2} = ab$   
 $\frac{c^2}{2} = \frac{ab}{2}$   
 $c^2 = ab$   
 $a^2 + b^2 = c^2$



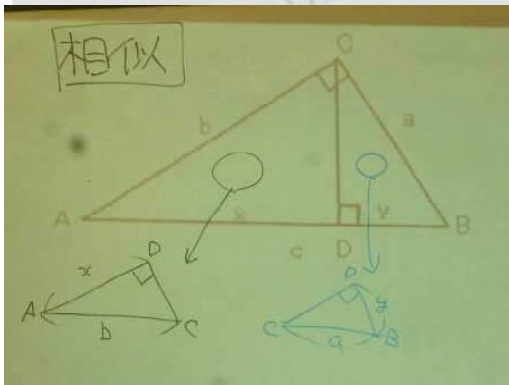
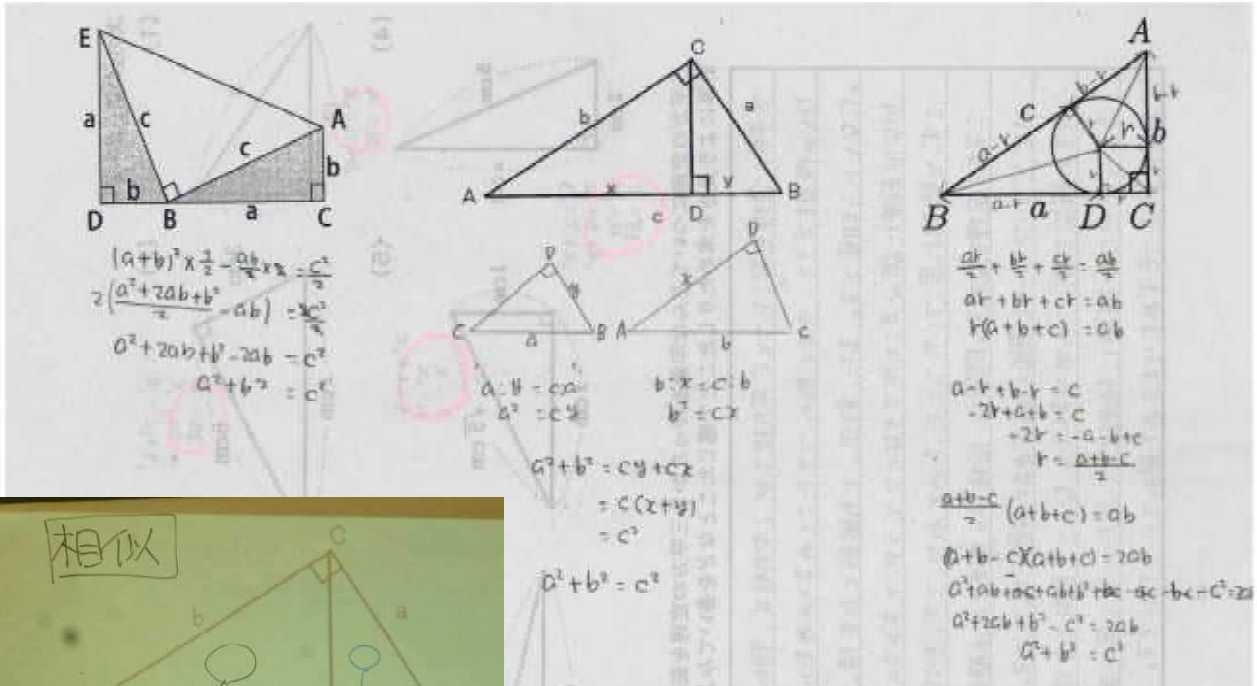
この生徒は、与えられた図形をヒントに自分で考え、三平方の定理を証明することができた。

平方根の考えや式の展開、因数分解についても十分に理解していて、いろいろな場面で応用ができている。相似を利用する証明では、やや複雑になり計算などに戸惑っていたが、考え方が正しかったので、証明することができた。

また、分からない生徒にも積極的に説明したり教えたりすることもできるので、より一層理解が深まっている。学習した内容が多方面につながって理解ができている。



[学習プリント2] (既習事項は身に付いているが、ヒントなどで気付き解決に導いた生徒)



この生徒は、それぞれの証明でヒントや考え方を提示したり、友達から教えてもらいながらいねいに証明を記述することができた。

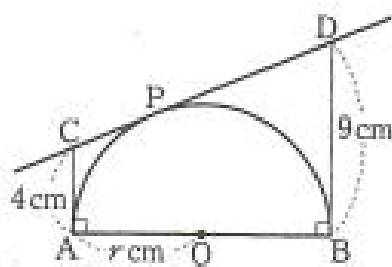
この授業を経験したことで今まで学習してきた内容につながりを感じ、いろいろな応用問題にも挑戦するようになった。学習内容も理解が深まり、自主学習にも意欲的に取り組む姿勢が出てきた。



[自ら進んで課題に取り組む生徒]

〈その2〉【三平方の定理をいろいろな場面で活用しよう】

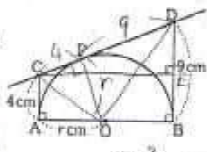
右の図のように、ABを直径とする半円と、その周上の点Pを通る接線がある。半円の半径を $r$ cmとして、次の問いに答えなさい。



『三平方の定理』の最後のまとめとして、この課題を提示して多様な考え方を引き出すように取り組ませた。直角三角形の合同 円と接線の関係 補助線の有用性 図形の対称性 平方根 2次方程式 三平方の定理など多種多様ないろいろな学習内容が絡み合い9年間の学びの集大成として十分価値のある課題であると考えられる。

[学習プリント1]

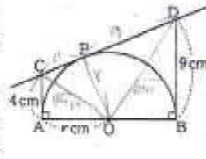
右の図のように、ABを直径とする半円と、その周上の点Pを通る接線がある。半円の半径を $r$ cmの長さを求めなさい。



半径  $PO \perp BC$ 、 $PO = r$  であるから、  
 直角三角形において斜辺と他の一辺が等しいため、 $\triangle CAO = \triangle CPO$ 、 $\triangle PBO = \triangle PPO$ 。  
 よって  $CP = 4$  cm、 $BP = 9$  cm である。  
 CからBDに垂線を引いた点をEとする。  
 CEの長さはABに等しく、DEの長さは  $BD - AC = 5$  cm である。  
 $\triangle CED$  において三平方の定理より、  
 $12^2 + 5^2 = 13^2$   
 $r = 6$  (20)      A 6cm

[学習プリント2]

右の図のように、ABを直径とする半円と、その周上の点Pを通る接線がある。半円の半径を $r$ cmの長さを求めなさい。



$16 + r^2 + 81 + r^2 = 169$   
 $2r^2 = 172$   
 $r^2 = 86$   
 $r = 16$   
 A 6cm

補助線を引いて、合同な直角三角形であることを証明できている。接線と円との関係にも気づき、直角三角形を見つけて『三平方の定理』を使って、2次方程式を解く形で課題を解決している。

補助線を引いて、OC、ODが斜辺となることに気づき、 $\triangle COD$ が直角三角形になることは説明していないが、『三平方の定理』を使って、2次方程式を解く形で課題を解決している。

[教え合ったり、友達に聞いたりして課題を解決している様子]



[生徒の感想]

- ・三平方の定理を習ったことで平方根とか2次方程式、相似な図形などの復習もでき、今まで教わってきたまとめをしているようでした。
- ・今まで習った相似や展開、因数分解の計算、平方根などを使うと証明できるので、このような学習が基礎になっていると感じました。
- ・式は単純なのに、証明がいろいろ考えられ、複雑な問題もあり大変だった。2次方程式が出てきて、ルートになったりややこしい。

## V 成果と課題

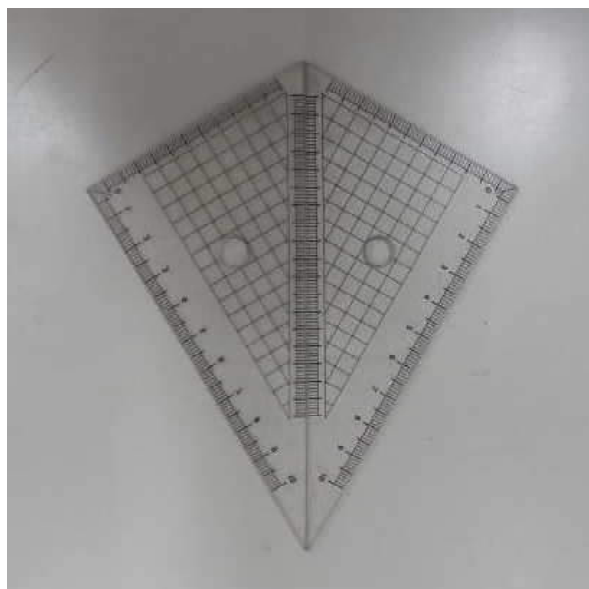
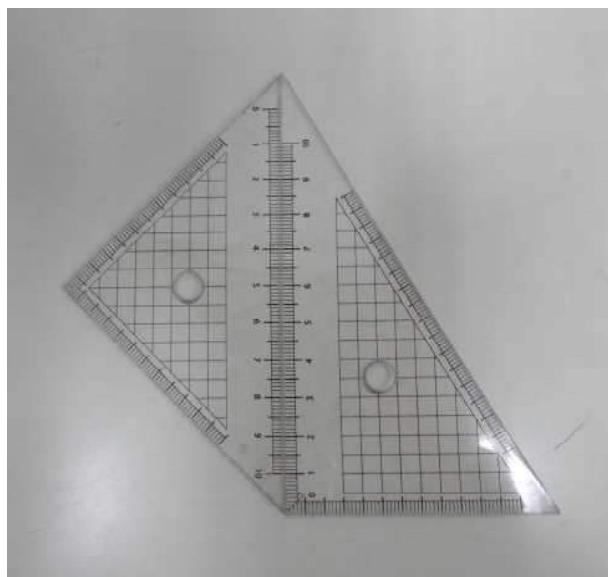
### [研究の成果]

- 授業のめあてに、これまでの学び（既習事項）を組み入れることで、生徒に考えるための筋道を与え、自力解決のヒントにすることができたので、新たな課題に意欲的に取り組む生徒が増えた。
- 既習事項が各生徒の考え方の基となっているので、話し合い活動が活発になり、自分の考えとの比較がしやすくなるなど学習の深まりを感じた。
- 『三平方の定理』を理解しようとして、今までの学習を振り返り、生徒自ら積極的に自習に取り組み、放課後の補習にも進んで参加するようになった。



### [研究の課題]

- 常に「これまで、ここでは、このあとは」を意識しながら、授業を構成していき、9年間の学びのつながりを考え、既習事項を考察する。
- 授業の中で『教える』場面と『考えさせる』場面の設定が難しく、教師がどこまで説明して教えるのか、生徒にどこまで、どこから考えさせるのかなど授業者がしっかりとした考えを持ち、教材研究を進める必要がある。
- 今回は、『三平方の定理』を9年間の学びの集大成として取り上げたが、それぞれの学習内容にそれぞれの学習課題があり、既習事項が必ずつながっているため、『小中一貫教育』の基本的な考えからも小学校と中学校のいろいろな場面での交流を進めていく必要がある。



# ともに学ぶ算数・数学教育の創造

～ 思考力・判断力・表現力を育成するための言語活動の工夫 ～

高崎市立片岡中学校 鈴木 悠太

## I サブテーマ設定の理由

現行の学習指導要領においては、基礎的・基本的な知識及び技能の習得とともに、それらを活用し課題解決を図る力の育成を目指し、そのために必要な思考力、判断力、表現力等をはぐくむことと、学習に主体的に取り組む態度を養うことが重視されている。数学科においては、数学的活動を一層充実させ、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付け、数学的な思考力・判断力・表現力を育て、学ぶ意欲を高めるようにすることを掲げている。

本学年の生徒は、4月に行われた全国学力調査（集団準拠評価）では、どの領域でも全国平均を上回る得点率であった。しかし、基礎内容の問題では概ね70%を超える正答率であった一方で、記述して説明する等の活用の問題では正答率が40%を下回り、誤答や無回答が目立つ結果であった。これまでの授業でも、知識として理解できていることを上手く自分のことばで説明できない傾向が見られたり、その場でわかったつもりでもなかなか定着が図れていなかったり、知識と身近な現象・資料やデータ・日常経験を上手く結びつけ自分のことばで考えをまとめることが苦手である。文章等から読み取ったことについて、自分の考えを表現・説明する力が十分に育っていない現状があるように思われる。

そこで本研究では、基礎的・基本的な知識、技能の習得を大切にする一方で、既習事項を生かして思考力・判断力・表現力を育成することが特に重要であると考え、日頃の授業での言語活動に着目し、言葉や数、式、図などの数学的な表現を適切に用いて、「なぜ、このようになったのか」「どのようにやったのか」等を、根拠をもとに自分の考えを表現したり説明したりしていきたいと考え、本サブテーマを設定した。

## II 研究目標

数学的な表現を適切に用いて、自分の考えを表現したり説明したりするような言語活動を取り入れた授業をしていくことは、思考力・判断力・表現力を育成するのに有効であるのかを、実践を通して明らかにする。

## III 研究内容

### 1 自分の考えを表現したり説明したりする指導の工夫

#### (1) 書く場面の設定

課題に対して予想や見通しを持たせ、結果や結論について書く場面を設定する。ここでは、既習事項を活用し、自分なりの表現ができればいいものとする。また、予想の根拠や計算の過程を書く場面では、ポイントを絞って表現できるようキーワードを指定したり「○文字以内（○行以内）」としたりするなどの条件をつけて書かせるようにする。

#### (2) 話す場面の設定

予想したことを検証したり、結果を検討したりする場面では、ペアや少人数グループでの話し

合い活動を行う。制限時間を設けたり、話し合ったことやわかったことを全員が必ずノートに書くようにし、ただ話ただけで終わらないように留意する。

## 2 数学的な表現を用いるための工夫

### (1) 定理カードの活用

単元の中で新しく学習したことやこの単元の学習に関連した既習事項(定理や公式、用語など)を、授業の冒頭でカードを用いて復習する。くり返し取り組むことで学習を進めるのに必要な知識を定着させ、用語や記号を適切に用いて考えを表現できるようにする。

### (2) 1枚ポートフォリオ評価の活用

「1枚ポートフォリオ」とは、右図のように一単元の学習において、学習前・中・後の記録を生徒自身の言葉で、1枚の用紙の中で行うものである。これにより、生徒は毎時間の学習内容の理解を自分自身で確かめることができる。また、全体を通して評価することで、学習の変容や履歴がわかり、学ぶことの意義を実感できる。本研究では次のように扱い、活用した。



① 単元の学習のはじめに、その単元について知っていることを記入する。〈左上 A〉

② 毎時間の最後に、その時間で一番大切だと感じたことを記入する。〈中央 B〉

(従来、各時間での学習のまとめとしていた部分を、1枚ポートフォリオに記入させた。)

③ 単元の学習の最後に、単元全体をふり返って、わかったことなどを記入する。〈右端 C〉

## IV 実践例

### 1 単元名 「相似な図形」(第3学年)

### 2 本時における具体的な手だて

① 課題に関心をもち、予想や証明の見通しをもてるよう、生徒に図を書かせる。

② 小グループで証明の筋道や考え方を話し合うことで、根拠を整理して証明を書くことができるようにする。

### 3 授業の記録

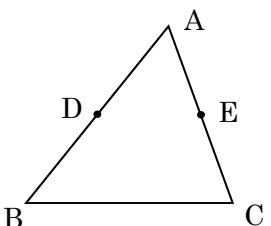


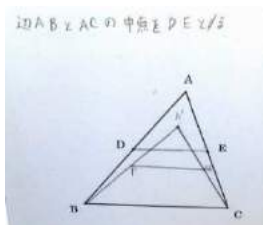
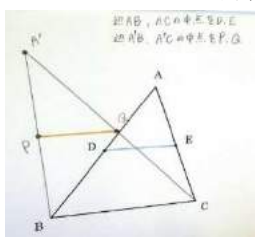
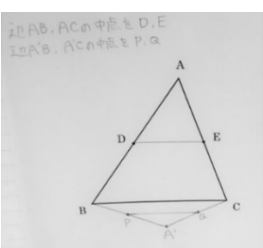
#### (1) 本時のねらい

中点連結定理を利用して、図形の性質を証明することができる。(2時間扱い)

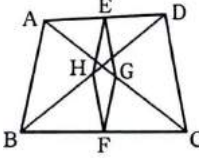

#### (2) 準備

もとの三角形の図(個人用、グループ用に拡大したもの)、マジックペン、1枚ポートフォリオ

(3) 展開 (2時間扱いの1時間目)

過程	発問等の手だて	時間	実際の生徒の反応
つかむ	<p>1. 課題の把握</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p><b>課題</b> 中点連結定理を利用して証明する</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>△ABC で、辺 AB、AC の中点をそれぞれ D、E とする。</li> </ul>  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>手だて① 課題に関心をもち、予想や証明の見通しをもてるよう、生徒に図を書かせる。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>線分 DE を結ぶ。また任意の点 A' をとって、△A'BC をつくる。A'B、A'C のそれぞれ中点をとった線分 PQ を結ぶ。</li> </ul>  <p>[発問] 線分 DE と線分 PQ の関係について言えることを書きましょう。</p>	10分	 <ul style="list-style-type: none"> <li>点 A' を△ABC の内部に書く。</li> </ul>  <ul style="list-style-type: none"> <li>点 A' を△ABC の外部に書く。</li> </ul>  <ul style="list-style-type: none"> <li>点 A' を△ABC の下部に書く。</li> </ul>  <ul style="list-style-type: none"> <li>DE//PQ ほとんどの生徒が気づいていた。</li> <li>DE=PQ 気づいていない生徒が多かったので、実際に自分の図で長さを測り、線分の長さが等しいことを確認した。</li> </ul>

<p style="writing-mode: vertical-rl; text-orientation: upright;">追究する</p>	<p>2. 課題の自力解決</p> <p>[発問] 2つの線分の関係について予想したことを、図形の性質を用いて証明しましょう。</p> <p>[補助発問] 仮定は何でしたか。</p> <p>[補助発問] 証明するのに使えるような図形の性質や定理は何だろう。</p>	<p>5分</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 仮定は、<math>Q</math> は <math>A'C</math> の中点。</li> <li>・ 中点が4つある。</li> <li>・ 中点連結定理</li> </ul> 
	<p>3. 考えの比較・検討</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>手だて②</p> <p>小グループで証明の筋道や考え方を話し合うことで、根拠を整理して証明を書くことができるようにする。</p> </div> <p>[指示] 4人グループになって、証明の進め方や根拠を話し合い、わかりやすい証明を考えましょう。</p> 	<p>20分</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 大きな紙に図を書きながら、証明を考え話し合う。</li> </ul> 
<p>[指示] グループで考えた証明を発表してください。</p> 	<p>仮定より 中点 <math>D</math>、<math>E</math> …①</p> <p>中点 <math>P</math>、<math>Q</math> …②</p> <p>①より中点連結定理より</p> <p><math>DE//BC</math> …③</p> <p><math>DE = \frac{1}{2}BC</math> …④</p> <p>②より中点連結定理より</p> <p><math>PQ//BC</math> …⑤</p> <p><math>PQ = \frac{1}{2}BC</math> …⑥</p> <p>③、⑤より <math>DE//PQ</math></p> <p>④、⑥より <math>DE=PQ</math></p> <p>※中点連結定理を利用した証明の書き方について不十分な点があるが、本時の段階ではこだわらない。</p>		

<p>・DPとEQを結んで四角形DPQEをつくと、どんな四角形になるか考える。またその理由も明らかにする。</p> <p>・各グループで書いたA'の位置が異なる図も取り上げ、どんな場合でも同じように成り立つことを確認する。</p>	<p>・平行四辺形</p> <p>・<math>DE=PQ</math>、<math>DE//PQ</math>なので、1組の対辺が平行でその長さが等しいから。</p>
<p>[評価項目]</p> <p>中点連結定理を用いて根拠を明らかにし、2つの線分の関係を証明している。(数学的な見方や考え方、ノート)</p>	
<p>4. 練習問題として、関連した内容を含む証明問題に取り組む。</p> <p>(早挙げ問題) 四角形ABCDで、辺AD、BC、対角線AC、BDの中点をそれぞれE、F、G、Hとするとき、四角形EHFGは平行四辺形になることを証明しなさい。</p> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> <p>5. まとめ</p> <p>・本時の学習内容を振り返り、本時の学習で一番大切なことを1枚ポートフォリオに記入しまとめる。</p>	<p>仮定より 中点E、H …①                   中点F、G …②</p> <p>△ABDにおいて ①より中点連結定理より <math>EH//AB</math> …③ <math>EH=\frac{1}{2}AB</math> …④</p> <p>△ABCにおいて ②より中点連結定理より <math>GF//AB</math> …⑤ <math>GF=\frac{1}{2}AB</math> …⑥</p> <p>③、⑤より <math>EH//GF</math> …⑦ ④、⑥より <math>EH=GF</math> …⑧ ⑦、⑧より</p> <p>1組の対辺が平行でその長さが等しいので、四角形EHFGは平行四辺形である。</p>

(1枚ポートフォリオの記述より)

- ・2つの三角形が同じ底辺をもとに、中点連結定理が使えるとき、中点を結んだ2つの線分は平行で長さが等しい。これを利用して、平行四辺形の証明ができる。
- ・四角形の問題は中点連結定理を利用できる三角形を探して求める。
- ・中点連結定理を使って、別々の三角形の平行や等しい辺を求めました。辺の長さがわかってなくても等しいことを求められたことに驚きました。



(4) 本実践での生徒ノートの記録

課題 中点連結定理を利用して証明せよ。

辺AB, ACの中点をD, E. 辺A'B, A'Cの中点をP, Q

①線分DEと線分PQの關係に  
ついて書きなさい  
DE // PQ  
DE = PQ

②証明せよ  
例) 中点D, E, P, Q  
結) DE // PQ  
DE = PQ

**<A>**

<A>図を書いて、課題について予想を立てたもの

<B>自力解決を図り、4人グループで話し合った段階での証明

<C>他グループの発表を聞いた後、練習問題での証明

※以下は2時間目での学習

<D>中点連結定理を利用する場合の手順等の証明の型を指導したもの

<E>最後に取り組んだ証明問題

例) 中点D, E, P, Q (証明)  $\triangle ABC$ と $\triangle A'B'C'$ において.  
結) DE // PQ  
DE = PQ

**<B>**

仮定より、中点D, E, ... ①  
②より、点D, Eは、辺AB, ACの中点だから、  
AD = BD = AE = CE ... ③  
①より $\triangle ABC$ の中点連結定理が成り立ち、... ④  
同様に $\triangle A'B'C'$ の中点連結定理が成り立ち、... ⑤  
④, ⑤より、DE // PQ  
DE = PQ

> 中点連結定理を利用する際の証明  
(証明)  $\triangle DAB$ において.  
点Eは、辺DAの中点.  
点Hは、辺BDの中点だから、  
中点連結定理より、  
EH // AB, EH =  $\frac{1}{2}$  AB ... ①  
 $\triangle CAB$ において、  
同様にして、  
GF // AB, GF =  $\frac{1}{2}$  AB ... ②  
①, ②より、  
EH // GF, EH = GF  
よって、1組の対辺が「平行で」かつ「等しい」の2組、  
四角形EHFGは、平行四辺形である。

(証明)  $\triangle BDC$ において、  
点Fは、辺BDの中点.  
点Gは、辺DCの中点だから、  
中点連結定理より、  
FG // BC, FG =  $\frac{1}{2}$  BC ... ③  
 $\triangle BAC$ において、  
同様にして、  
EH // BC, EH =  $\frac{1}{2}$  BC ... ④  
③, ④より、  
FG // EH, FG = EH  
よって、1組の対辺が「平行で」かつ「等しい」の2組、  
四角形EHFGは、平行四辺形である。

材料

右の図の四角形ABCDで、辺AD, BC, 対角線AC, BDの中点をそれぞれE, F, G, Hとするとき、四角形EHFGは平行四辺形になることを証明しなさい。  
仮定より、中点E, F, G, H ... ①  
中点E, H ... ②

**<C>**

①より、中点連結定理より、  
AB // GF ... ③  
 $\frac{1}{2}$  AB = GF ... ④  
②より、中点連結定理より、  
AB // EH ... ⑤  
 $\frac{1}{2}$  AB = EH ... ⑥  
③, ⑤より、GF // EH ... ⑦  
④, ⑥より、GF = EH ... ⑧  
⑦, ⑧より、1組の対辺が「平行で」かつ「等しい」の2組、  
四角形EHFGは、平行四辺形

例) AB, BC, DC, CAの中点E, F, G, H

**<E>**

(証明) 線分BCをひく。  
 $\triangle BDC$ において、  
点Fは、辺BDの中点.  
点Gは、辺DCの中点だから、  
中点連結定理より、  
FG // BC, FG =  $\frac{1}{2}$  BC ... ③  
 $\triangle BAC$ において、  
同様にして、  
EH // BC, EH =  $\frac{1}{2}$  BC ... ④  
③, ④より、  
FG // EH, FG = EH  
よって、1組の対辺が「平行で」かつ「等しい」の2組、  
四角形EHFGは、平行四辺形である。

V 成果と課題

- 生徒が自らの手で図を書いたことで、問題が設定されている状況や仮定などをつかむことができている生徒が多かった。それにより、自分なりに予想や課題解決への見通しを持った生徒も多かったように感じた。
- 小グループで話し合うことで、一人では気づかなかったことに気づいたり、他の人の発言をヒントに考えが広がったりして、証明を考えることができた。また、全体の中では恥ずかしがってなかなか発言できない生徒も、疑問や質問を投げかけるなど積極的に学習に参加することができた。
- 最後に取り組んだ練習問題では、発表されたグループの考えを参考にして、普段は証明を書くことを苦手としている生徒も書くことができた。

○年間を通じて、様々な単元の学習でわかることや理由などを書いたり、ペアや小グループでの簡単な話し合いを行ったりすることに繰り返し取り組んだことで、生徒は適切な記号を用いたり、簡潔に記述したりすることができるようになってきた。

(2)  $3.5 < \sqrt{13} < \sqrt{16}$   
 $\sqrt{12.25} \quad 3.5^2 = 12.25$   
 $12.25 < 13 < 16$

「 $\sqrt{\quad}$ のついていない数を2乗すれば  
 すべての数を2乗すれば」

※ すべての数を2乗すれば「大きい」を比べることができる

「平方根」  
 大小関係を比べる方法を記述

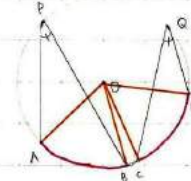
※  $x$  の  $a$  の表の特徴

- ◎  $x$  が  $0$  のとき、 $y$  も  $0$
- ◎  $x$  が  $1, -1$  のとき、 $y$  は  $a$
- ◎  $a$  と  $x$  の符号は同じ
- ◎  $x$  が正の数、負の数でも、 $y$  の符号が変わらない
- ◎  $a > 0$  のとき、 $y \geq 0$
- ◎  $a < 0$  のとき、 $y \leq 0$
- ◎  $y = a$  の倍数
- ◎  $x$  の絶対値が等しいと、 $y$  の値は同じになる

※  $x$  は  $a$  の倍数

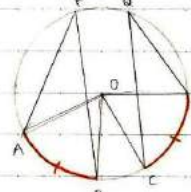
◎  $x$  が  $2$  倍、 $3$  倍... になると  $y$  は  $2^2$  倍、 $3^2$  倍... になる。

「関数  $y = ax^2$ 」  
 表の特徴として気づいたことを記述

(1) 

(1)  $\angle APB = \angle CQD$   
 $\hookrightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$   
 理由は?  
 円周角が等しい  $\rightarrow$  中心角が等しい  
 半径は全て等しい  $\rightarrow AO = BO = CO = DO$   
 $\angle AOB \times \frac{\pi}{180}$  に当てはめると等しいことがわかる。

「円」  
 円周角と弧の定理が成り立つ理由を記述

(2) 

(2)  $\widehat{AB} = \widehat{CD}$   
 $\hookrightarrow \angle APB = \angle CQD$   
 理由は?  
 弧が等しい  $\rightarrow$  中心角が等しい  $\rightarrow$  円周角が等しい

○直感的にわかっている、それを言葉や式で表すことに抵抗を感じている生徒はまだ多い。今後は、言語活動の工夫とともに、自ら粘り強く課題を解決したり、間違いを恐れずに自分の意見を発言したりできるように指導していきたい。

# ともに学ぶ算数・数学授業の創造

～証明する力を育てる論証指導の工夫～

高崎市立矢中中学校 臼田 要介

## I サブテーマの設定の理由

現行の学習指導要領の数学科の目標は「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる」と示され、数学的活動を通じた思考力や表現力の育成が強調されている。数学科では、事象をとらえ、とらえたことがらを考察し、解決していく過程において、数学的な表現を用いて筋道を立てて考えて問題を解決していく。考えていく過程や考えた結果を数学的な表現を利用して、式にしたり、グラフにしたり、記述したり、説明したりしていく。まさに「考えること」と「表現すること」は表裏一体でお互いに必要不可欠な関係にある。

国立教育政策研究所は「全国学力・学習状況調査の4年間の調査結果から今後の取組が期待される内容のまとめ」において、課題として考えられる内容についてまとめている。「与えられた証明を読み、そのしくみを考える」では正答率は48.8で、無解答率は14.6、「発展的に考えて証明することができる」では正答率は48.2で、無解答率は21.9であった。平成27年度では「正答率42.5、無解答率1.2」「正答率42.5、無解答率18.6」であり、未だ証明問題に対して苦手意識を持つ生徒がおり、証明に対して抵抗感を持っていることがわかる。「証明の必要性と意味についての理解を深められるようにする」ことを論証指導に当たって意識しなければならない。

論証における本校生徒の実態を把握するためにNRTを分析したところ、「証明の過程において三角形の合同条件を正しく用いることができる」（本校正答率72.2、全国正答率67.3）、「証明の過程において合同な三角形を見つけることができる」（本校正答率77.8、全国正答率71.8）であり、全国水準をやや上回る結果であったが、苦手意識を持っていたり、理解が不完全だったりする生徒が3割弱いることは問題である。

2学年での論証指導は一般的にパターン化され、形式的になりがちである。証明の学習において、生徒は知り得た知識を使って何かを説明しようとし、根拠を段階的に積み上げていくことができない。また、論証指導をしていると証明の根拠に何を使ったり、何をかいたりすればよいのかわからないことが生徒たちから見て取れ、証明の問題はどこから手をつければよいのか分からず、苦手意識をさらに助長させているように感じる。そして、生徒は自分の考えに「自信」が持てず、論証において「考えること」と「表現すること」に苦手意識を持ってしまっている。また、片桐重男(1988)は、数学的な推論の進め方の理解を深めるために「仮定からどんなことがいえるか」ということだけではなく、「結論がいえるには何がいえたらよいか」といった結論をもとにした逆思考の考えも論証の組み立てをスムーズにするものであると述べている。根拠として何が使えるのか、何が根拠であるかといったことを整理させ、根拠となることを積み上げていくことが必要であり、そのために仮定からのみ考えさせるのではなく、結論からさかのぼっていく逆思考の考え方が有効であるといえる。

以上のことから、図形領域の論証指導において、図形の性質を証明する時に合同になりそうな図形を見つけ、証明を「逆思考」でたどり、図形からの気づきを証明で必要な根拠に関連付ける活動を取り入れることで、根拠を明確にして筋道立てて証明する力が育つようになると考え、本主題を設定した。

## II 研究目標

図形領域の論証指導において、結論からさかのぼる「逆思考」の考えと、図形からの気づきを証明に必要な根拠に関連付ける活動を取り入れることで、根拠を明確にして筋道立てて証明する力をつける指導の工夫を図ることを実践を通して明らかにする。

## III 研究内容

### 【研究の流れ】

- ① 与えられた図形に関して、適切な「三角形の合同条件」を口頭で答え、くり返し練習する。このときに、図形からの気づきを証明に必要な根拠に関連付けるために、等しい辺や角に同じ色をぬったり、証明に必要な根拠を同じ色の付箋にかいたりして、視覚的にとらえやすくする。
- ② 結論からさかのぼり、逆思考の「証明の流れ」をかくことにより、証明の方針が明らかになり、筋道を立てて証明がかけられるようにする。

### (1) 証明する力

論証指導の重点は図形の証明に他ならない。その指導が一般的にパターン化され、形式的な証明になりがちである。生徒は今まで学習した既習事項を使って説明しようとするが、根拠になりそうなものが多すぎるため、筋が通っていないか、何を根拠に使ったらいいかわからなくなったりしてしまう。つまり、わかっていることや知っていることを整理して筋道を立てて、根拠を段階的に積み上げていくことが難しいと感じる。

そこで、論証指導において形式的な指導にならず、生徒自らが「証明する力」が身に付けば、証明への苦手意識や抵抗感を軽減させることができ、図形の性質などを証明することができる。 「証明する力」とは「証明しようとする意欲」、「筋道を立てて考える力」、「根拠を明確にして表現する力」の3つが必要であると考えられる。

### (2) 口頭証明練習

図1のような図形で合同な三角形を見つけ、口頭で合同な三角形の証明をする。そのとき、形式にはこだわらず、「 $AB=AC$ 」、「この辺とこの辺」、「辺を同じ色でぬる」などでもよい。この問題を数多くこなし、三角形の合同を証明するための基礎をつくっていく。表現方法はこだわらないので、生徒は抵抗なく、証明に取り組むことができると考える。

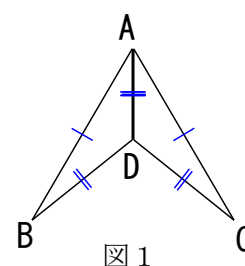


図1

### (3) 図形から気づきを根拠に関連付ける活動

証明する際に証明の根拠に何を使ったり、何をかいたりすればよいのかわからないことが見られるので、苦手意識や抵抗感を軽減させ、筋道立てて証明がかけられるようにするために取り入れる。その方法として、図形から気づく根拠がはっきりしている等しい辺や角同士を同じ色でぬる。そして、その色と同じ付箋に根拠をかく。(図2) そうすることにより、視覚的にとらえやすくなり、図形と根拠を常に振り返ることができ、筋道の通った証明がかけられるようになる。と考える。

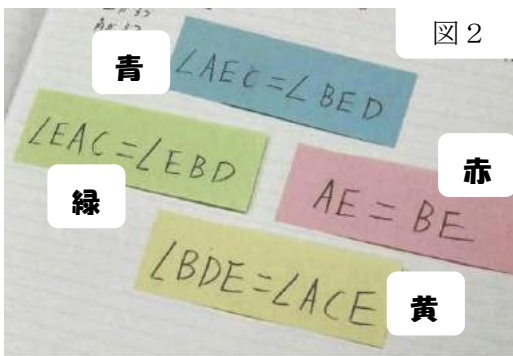
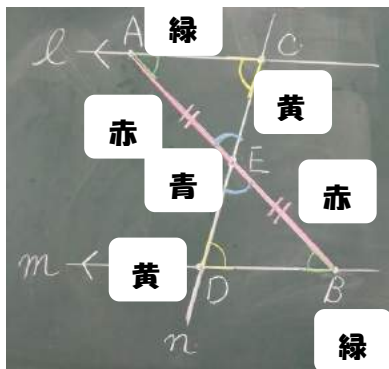


図2

(4) 逆思考図

片桐重男(1988)は、数学的な推論の進め方の理解を深めるために「仮定からどんなことがいえるか。」ということだけではなく、「結論がいえるには何がいえたらよいか。」という逆思考的なことも考え、推論を行う際には何を根拠としているのか、その根拠に注意を向けることが必要であるとしている。

与えられた三角形が二等辺三角形であることを証明したい場合、「 $AB = AC$  (2辺が等しい三角形)」か「 $\angle B = \angle C$  (2角が等しい三角形)」のどちらかが言えればよい。仮定を考慮すると、 $\triangle DBE \cong \triangle ECB$ が言えれば、 $\angle B = \angle C$ につながる。図3のように逆思考図をさかのぼってかけば、筋道立てて証明することができる。これは前回の研究の課題で挙げられた「逆思考の考え」からであり、証明を組み立てやすくし、論理的な証明につながるので、「逆思考の考え」を入れた論証指導を考えた。

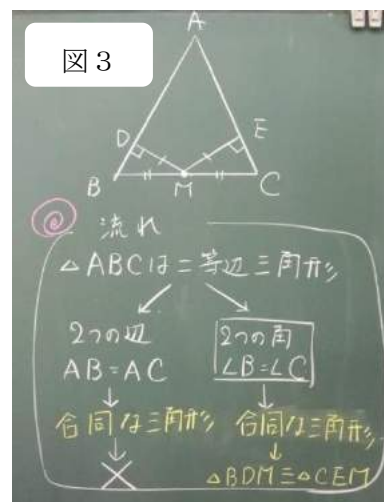


図3

IV 実践例

対象	2年生標準コース 3クラス 84名
実施期間	平成28年 11月～2月
単元名	「平行と合同」・「三角形と四角形」

検証項目	検証の観点	検証の方法
見通し1	合同になりそうな図形を見つけ出し、図形からの気づきを根拠に関連付ける活動を取り入れることにより、視覚的にわかりやすくし、適切な三角形の合同条件を探し出すことに有効であったか。	○学習活動の記録 ○観察 ○授業ノート
見通し2	結論からさかのぼり、逆思考の「証明の流れ」で筋道を立てることは、証明の方針を明らかにし、根拠を明確にして筋道立てた証明に有効であったか。	○取り組みの様子 ○アンケート

証明する力を身につけるために、以下の手順に沿って実践していく。

- ① 問題文を読み、結論を確認する。
- ② 逆思考から、「証明の流れ」をかき、証明の方針を立てる。
- ③ 合同になりそうな三角形を見つけ出し、その図形の中にある「根拠がはっきりしている」辺や角同士に同じ色を3色以上ぬり、その色と同じ付箋に根拠をかき、適切な合同条件を見つける。
- ④ 図形からの気づきと証明に必要な根拠を関連付けて筋道を立てて証明する。

証明する力を身につけるためには、三角形の合同条件を確実に適用できなければならない。そのために、図4のような教科書の問題を使って口頭証明練習を取り入れた。図5、6のようにペアになって合同な三角形を見つけ、なぜ合同になるのかを口頭で伝えた。そこでは表現方法にこだわらず、「 $AB=AC$ 」、「この辺とこの辺」、「等しい辺や角同士に同じ色をぬる」(図7)などでもよい。そして、どの合同条件が適用できるのかをペアになって伝えさせた。図8のように口頭合同証明カードを使って、いろいろな人に三角形の合同の証明を口頭で説明し、チェックしてもらい、基礎的な力を高めた。

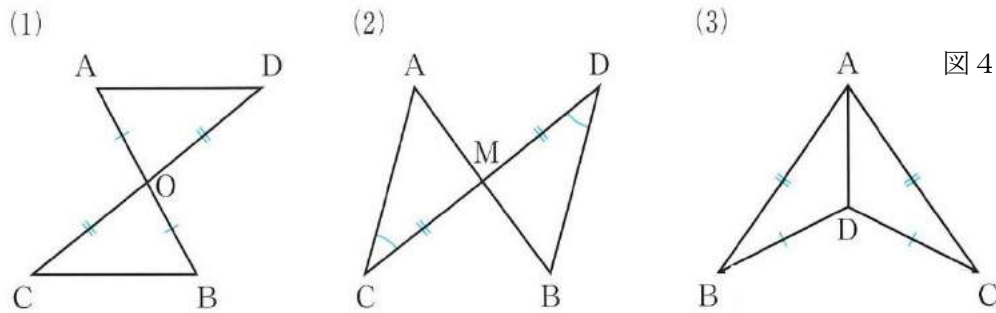


図5



図6

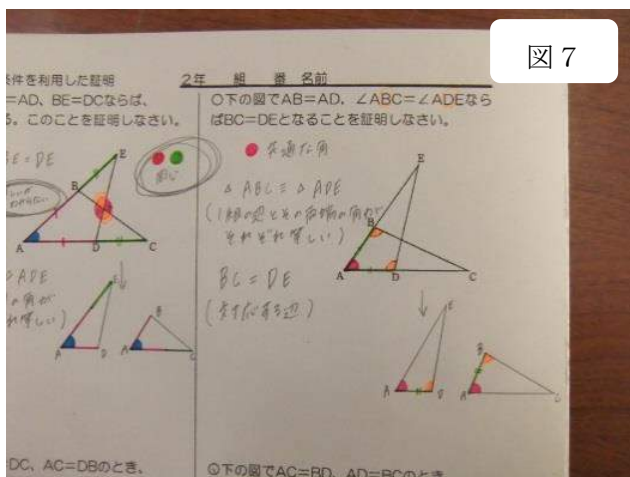


図7

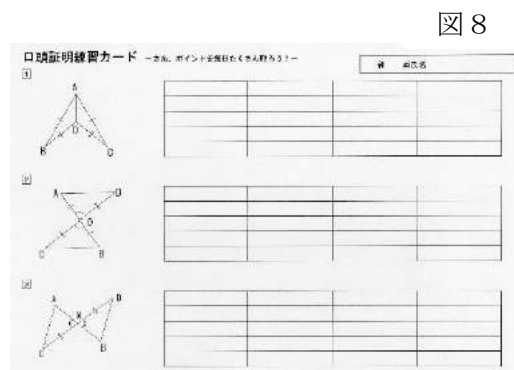
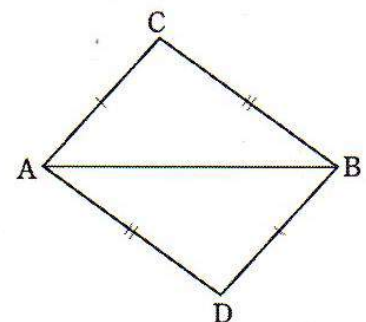


図8

【実践1】第2学年(合同な図形)

○右の図で  $AC=BD$ 、 $AD=BC$  のとき、 $\angle CAB = \angle DBA$  である。このことを証明しなさい。



- ①  $\angle CAB = \angle CAB$  が結論であることを確認した。その際、この角は等しいことがまだ分かっていないので、先に印をつけ、証明の中では使えないことを確認した。
- ② 「角が等しい」ことを証明するには図9のように合同な三角形を見つけることで「対応する角」はぴったり重なり、等しいことが言えることを確認した。
- ③ 図10の2つの三角形において根拠がはっきりしている辺同士に同じ色をぬった。その際に、根拠を聞いたり、同じ色の付箋にかいたりして、なぜ同じ色がぬれるのかを確認した。赤色と青色でぬった辺は「仮定」のため、同じ色でぬれ、黄色の辺は「共通の辺」のため、同じ色でぬれた。図11のように黒板には根拠も同じ色でかき、関連づけやすくした。そして、「3組の辺がそれぞれ等しい」という合同条件を確認した。
- ④ 学習の初期段階なので、この問題に関しては図12のように簡単な筋道を立てて証明した。

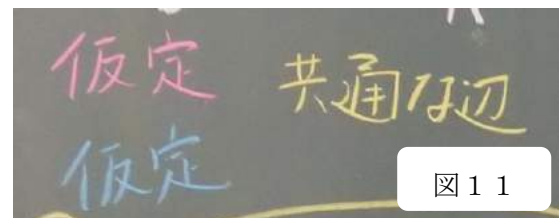
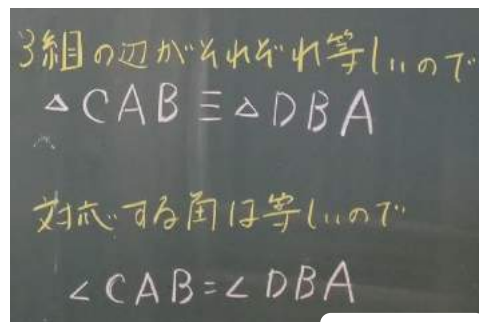
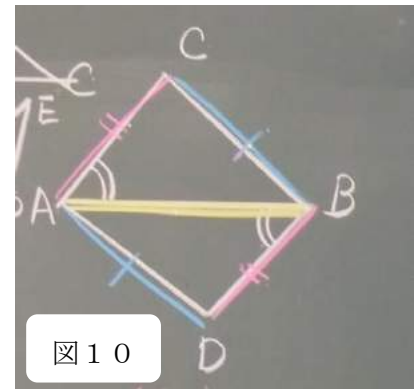
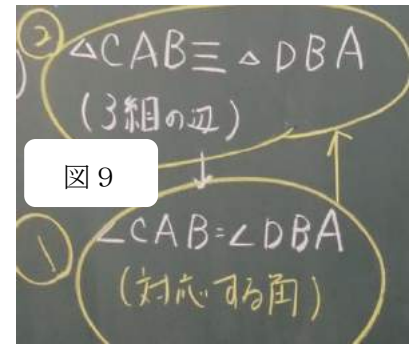
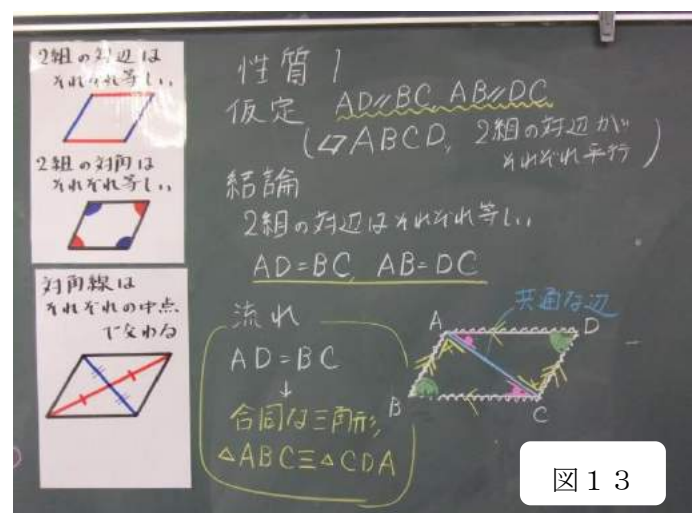


図12

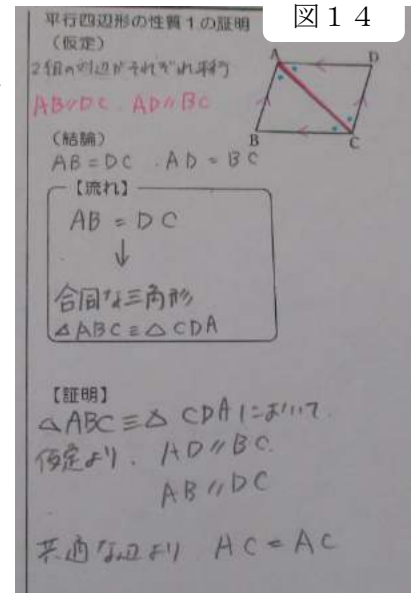
【実践2】第2学年（合同な図形）

「平行四辺形ならば2組の対辺はそれぞれ等しい」を証明しなさい。

- ① 平行四辺形の性質の1つである「2組の対辺がそれぞれ等しい」、「 $AB=DC$ 、 $AD=BC$ 」が結論であることを確認した。その際、この辺は等しいことがまだ分かっていないので、先に印をつけ、証明の中では使えないことを確認した。
- ② 「辺が等しい」ことを証明するには、合同な三角形を見つけることで「対応する辺」はぴったり重なり、等しいことが言えることを確認した。平行四辺形は小学校時に点対称な図形であることを学習しているので、対角線ACを引き、合同な三角形をつくることも意識させた。



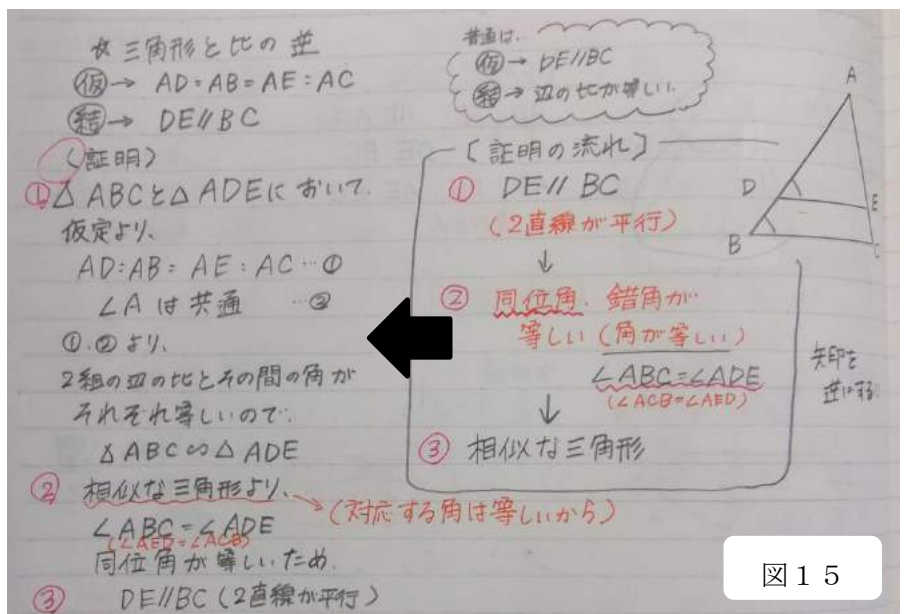
- ③ 図13の2つの三角形において根拠がはっきりしている辺・角同士に同じ色をぬった。仮定を意識するあまり、図14のように「 $AB//DC$ 、 $AD//BC$ 」を証明の中にかいてしまう生徒も見られた。その際、合同を証明するためには、「等しい角」が必要なことから平行線の性質をもう一度確認させた。「平行線の錯角」が2組、「共通な辺」をそれぞれ同じ色でぬり、「1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい」という合同条件を確認した。また、三角形では3つの角のうち2つの角が等しいから「残りの角も等しい」ので同じ色同士でぬれることも確認した。
- ④ 「証明の流れ」で立てた方針を逆にして、図形からの気づき（辺や角に同じ色同士をぬったもの）と証明に必要な根拠（同じ色の付箋にかいた根拠）を関連付けて筋道を立てて証明した。



【実践3】第3学年（相似な図形）

三角形と比の逆において、「 $AD:AB=AE:AC$ ならば $DE//BC$ 」を証明しなさい。

- ①  $DE//BC$  が結論であることを確認した。辺の長さや角の大きさが等しいことの証明ではなく、平行を証明するためにはどうすればよいのか確認をした。
- ② 逆思考の考え方から、2直線が平行になるためには「同位角または錯角が等しい」を確認し、その角が等しいことを証明するためには与えられた図形から相似な三角形を見つければよいという方針を立てた。この図形の場合は「同位角が等しい」ことも確認した。
- ③ 図15の2つの三角形において辺の比が等しい辺同士に同じ印をつけた。また、同じ角同士にも印をつけた。その際に、根拠を聞きながら、なぜ同じ印がつけられるのかを確認した。2学年では同じ色をぬることで等しいものを強調したが、3学年ではより一般的な記号へと変え、同じ印をつけ、図形をみただけで相似条件に関連づけやすくした。そして、「2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい」という相似条件を確認した。
- ④ 証明の流れで立てた方針を逆にして、図形からの気づき（同じ印をつけたもの）と証明に必要な根拠（なぜ同じ印をつけられたのか）を関連付けて筋道を立てて証明した。図15は実際にかいた証明と証明の流れの順番が入れ替わっていることに気づけた。



「逆思考としての証明の流れ」と「実際の証明」を並記したノート



下の図はワークの問題であるが、図16、図17のように合同な三角形を見つけ出し、同じ辺、角同士に色をぬったり、印をつけたりして解いている生徒が見られるようになった。また、図18のように複雑な図形においても、仮定と結論を確認し、合同な三角形を見つけ出し、証明を試みようとする生徒も出てきた。

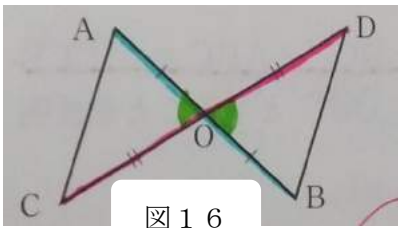


図16

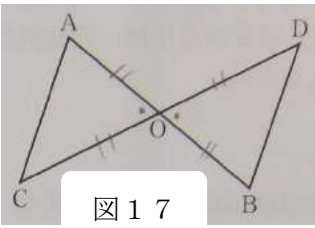


図17

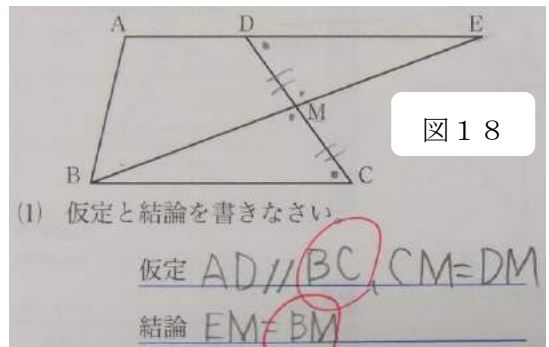
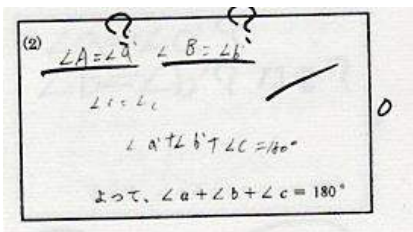


図18

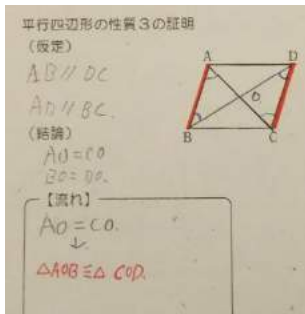
【生徒の変容】

証明を学習した当初では、根拠がはっきりせず、見た目で等しい角をかいいたり、知っている根拠をかいいたり、証明の方針がまとまらず、途中で終わったり、かけなかったりしていた。その後、見通し1、2をすることにより、証明の方針を明らかにする意味で証明の流れをかくとともに、根拠がはっきりしている辺や角同士に同じ色をぬったり、同じ印をつけたりして、図形の気づきと付箋にかいた根拠を関連づけながら、証明がかけられるようになってきた。また、証明がかけたら、隣同士で確認し合うようになり、正しい根拠が使われているのか、何かかき忘れていないかを話し合う生徒も出てきた。

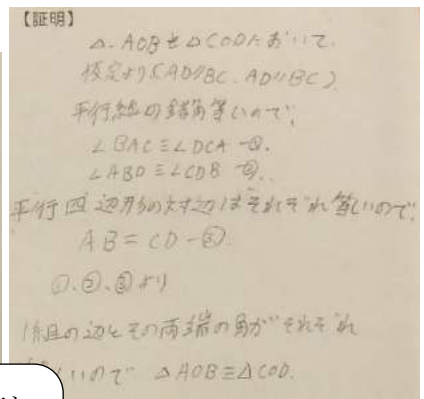
○生徒Aの変容



根拠も明確ではなく、何となく証明をかいている。



証明の方針を立て、証明の流れをかき、正しく証明がかけられるようになった。



【証明がかけた後の生徒の様子】



証明がかけたら、隣同士で確認し合っている様子



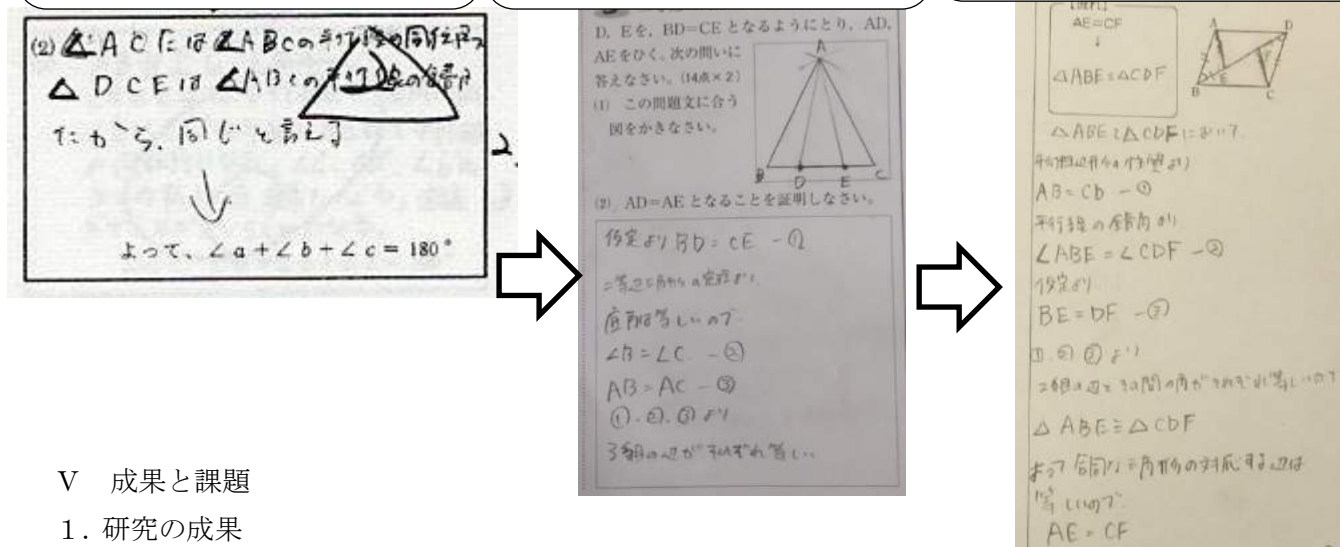
自信を持って黒板でかけるようになった。

○生徒 B の変容

平行線の錯角、平行線の同位角は分かっているが、なぜ  $180^\circ$  になるかの根拠が不十分。

証明はかけたが、図に印や色をつけていなく、適切な三角形の合同条件を使えていない。

証明の方針を立て、証明の流れをかき、正しく証明がかけられるようになった。



V 成果と課題

1. 研究の成果

- 合同になりそうな三角形を見つけ出し、その三角形の中で根拠がはっきりしている等しい辺や角に赤・青・黄・緑などと色分けをし、同じ色をぬることで、図形をみただけで等しい辺や角が一目でわかり、視覚的にとらえやすくなった。そして、その色から適切な三角形の合同条件を探し出すことができた。段階的に学習を重ねていき、図形に色だけではなく、同じ印をつけて考える生徒も増えてきた。
- 結論からさかのぼり、逆思考の「証明の流れ」をかくことにより、証明の方針が明らかになり、スムーズに証明をかき始められた。また、等しい辺、角同士に同じ色をぬった図形の気づきと同じ色の付箋にかいた根拠を見比べ、根拠を明確にした筋道を立てた証明がかけられるようになった。
- 等しい辺や角同士に同じ色でぬった図形と、色をぬる際に証明に必要な根拠を確認し、それらに関連付ける活動を取り入れたことで、証明に対する苦手意識や抵抗感が軽減させることにつながった。

2. 研究の課題

- 辺や角が等しいことを証明するにあたって、合同な三角形を探し、証明の方針を立てることができるようになったが、その図形で等しい辺や角に印をつけず、いきなり証明をかき始めようとする生徒もいた。そのため、証明をかくにあたり、図に等しい辺や角に色をぬったり、印をつけたりして推敲させてから証明をかくといった指導方法も研究していく必要がある。
- 平行を証明するときに「平行線の錯角・同位角」を利用するとよいという図形の基本的事項につなげられる生徒が少なかったため、図形の基本的内容はもちろん、定義や定理などの基本的事項を振り返らせ、定着を図るといった継続的な工夫を凝らした指導を行い、論証指導につなげていくことも必要である。
- 今回の研究では対象が標準コースの生徒だったので、基礎コースの生徒を対象にした研究も今後行う必要がある。難易度の高い証明ではなく、基本的な証明がかけられるようになり、少しでも証明への抵抗感を少なくさせていきたい。

研究主題

## ともに学ぶ算数・数学教育の創造

サブテーマ

～「言語活動の場」を取り入れた授業作りを通して～

館林市立第四中学校 須永 和則

### I サブテーマ設定の理由

「思考力・判断力・表現力」を高めるためには、生徒が思考・判断・表現する経験を積むことができるように、記録・要約・説明・論述などの「言語活動の場」を設定すること、その中でも特に他の人の考えを聞くことで自分の考えを深めることができるように相互交流の場を設定することが大切であると考えた。

生徒の実態として、数学的な知識の定着が低く、課題を解決するための知識や数学的な見方を表現するための言葉を覚えることを苦手としている生徒が多い。その反面、初見の問題に取り組む意欲や、思考力は高く、自分で解答を導き出そうとする力がある生徒が多い。NRTの結果も同様に知識が全国比103に対して、見方・考え方は全国比107という結果であった。そのため、言語活動を通して、自分の考えを正確に他者に伝える活動を授業で多く取り入れることは、知識の定着という観点においても有効であり、本研究の目標である「思考力・判断力・表現力」を高めることにも有効であると考えられる。

### II 研究目標

思考力・判断力・表現力を身に付けた生徒を育成するために、言語活動の場において、相互交流の工夫に重点を置いた授業を積み重ねることが有効であることを明らかにする。

### III 研究内容

#### ○思考力について

新たな問題場面に即して取り出した必要な情報、過去の問題解決の経験、既習の「見方・考え方」等を様々に関係づけて論理的に考える力

「思考力＝関係づける力」と捉える。この関係づける力の要素を、下の表の6項目とする。

項目	内容	生徒から表れてほしい言葉の例
比較	いくつかの物事を、同じところ、違うところ、似たところなどに目をつけて比べ、性質や特徴を明らかにする力	～と～を比較すると・・・
順序	物事の手順、時間・空間・因果・関心の強さや重要さなどで順序づける力	～を順序づけると・・・ ～を並び替えると・・・
類別	目的に合う観点を決めて、いくつかの物事を他と区別したりまとめたりする力、また、類や層を明らかにする力	～を分類すると・・・ ～を仲間分けすると・・・
理由づけ	物事の結果を引き起こした原因・判断を下した主な理由・連鎖や循環をなす因果関係などを明らかにする力	～の理由は・・・ ～だから・・・
定義づけ	物事を抽象化して表したり、簡略に表したりする力、また、そのような言葉の意味内容を明らかにする力	～をまとめると・・・ 分かりやすく言うと・・・
推理	知識や経験をもとにして、「知らない・分からない」などの未知の事柄について、筋道立てて推し測る力	～は・・・だろうと考える (予想する)

## ○判断力について

問題解決の中で、関係づけ方、取り出すべき情報、表現・処理の仕方等について正誤・適否・美醜・軽重等から評価し、選択・決定していく力

「判断力＝関係づけ方等を選択・決定する力」と捉える。それは生徒の思考と同時進行のものである。生徒が「判断力」を働かせて、関係づけ方等をどのように選択・決定したかは、生徒が表現した思考の過程や結果から見取るものである。よって、本研修では、「思考力」と「判断力」を一体として考えていくものとする。

## ○表現力について

思考・判断の過程や結果を言語化し、自他に理解できるように表現する力

「表現力＝自らが行った思考・判断の結果や過程を自他に分かるように表現する力」と捉える。また、それを細かく分類すると、次の2つに分けられる。

A：一人学びの段階で、自らの思考・判断したことをノートなどに書き記す力

B：協同での学びの段階で、自らの考えを他人に説明する力

「言語活動」の場の設定とは…

平成20年「学習指導要領等の改善について（答申）」では、「思考力・判断力・表現力」を育むためには、下記のような学習活動を行うことが重要であるとしている。

- ①体験から感じ取ったことを表現する  
(例)・日常生活や体験的な学習活動の中で感じ取ったことを言葉や歌、絵、身体などを用いて表現する
- ②事実を正確に理解し伝達する  
(例)・身近な動植物の観察や地域の公共施設等の見学の結果を記述・報告する。
- ③概念・法則・意図などを解釈し、説明したり活用したりする  
(例)・需要、供給などの概念で価格の変動をとらえて生産活動や消費活動に生かす  
・衣食住や健康・安全に関する知識を活用して自分の生活を管理する
- ④情報を分析・評価し、論述する  
(例)・学習や生活上の課題について、事柄を比較する、分類する、関連づけるなど考えるための技法を活用し、課題を整理する  
・文章や資料を読んだ上で、自分の知識や経験に照らし合わせて、自分なりの考えをまとめてA4・1枚(1000字程度)といった所与の条件の中で表現する  
・自然事象や社会的事象に関する様々な情報や意見をグラフや図表などから読み取ったり、これらを用いて分かりやすく表現したりする  
・自国や他国の歴史・文化・社会などについて調べ、分析したことを論述する
- ⑤課題について、構想を立て実践し、評価・改善する  
(例)・理科の調査研究において、仮説を立てて、観察・実験を行い、その結果を整理し、考察し、まとめ、表現したり改善したりする  
・芸術表現やものづくり等において、構想を練り、創作活動を行い、その結果を評価し、工夫・改善する
- ⑥互いの考えを伝え合い、自らの考えや集団の考えを発展させる  
(例)・予想や仮説の検証方法を考察する場面で、予想や仮説と検証方法を討論しながら考えを深め合う  
・将来の予測に関する問題などにおいて、問答やディベートの形式を用いて議論を深め、より高次の解決策に至る経験をさせる

これらの学習活動の基盤となるものは、数式などを含む広い意味での言語であり、これらの言語を基盤とし、記録、要約、説明、論述などの学習活動を「言語活動」とする。本研究では、思考・判断・表現する経験を積むことができるように、各単元の活用で、「言語活動」を1時間以上取り入れることとする。さらに、生徒が思考・判断・表現したことを教師が的確に見取るために、チェックワードをあらかじめ設定しておく。

#### IV 実践例

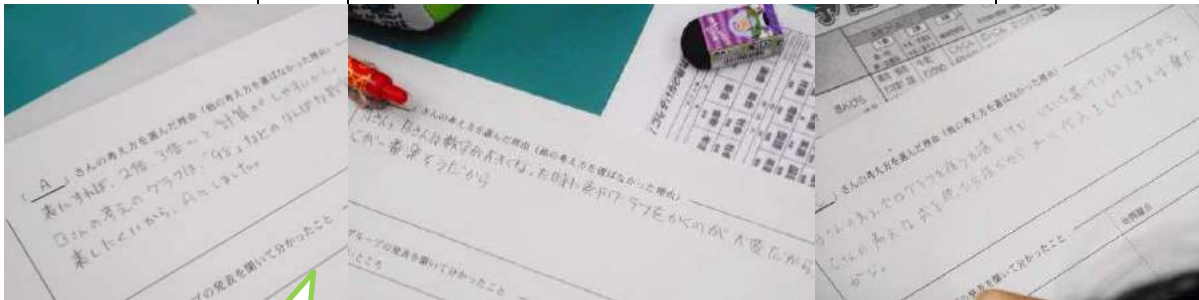
1、単元名 量の変化と比例・反比例

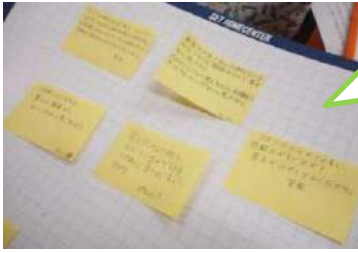


2、ねらい 関数の考え方を利用して問題を解決するとき、表・式・グラフのそれぞれの解き方のよさや活用の仕方を理解することができる。

3、本時の視点

表・式・グラフを使った解き方のよさについて理解を深める場面において、グループ内で自分の選択した方法のよさを、付箋紙を利用して伝え合う相互交流とそのよさを全体に伝えるプレゼンテーションの場を設定することは、それぞれの解き方の有用性に気づくことに有効であったか。

#### 4、展開

学習活動	時間	指導上の留意点及び支援の工夫	評価項目（方法）
1 本時の課題を知る	10	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">課題 数えないで紙幣の数を知ることができないか。</div>	
2 紙幣の枚数と重さの関係を予想する		<ul style="list-style-type: none"> <li>○紙幣20枚の重さ14gを提示し、40枚の重さを予想させる。</li> <li>○予想できた理由を考えさせる。</li> <li>○重さは枚数に比例していることを確認する。</li> </ul>	予想を元にして 比例の利用を明 確にした。
3 表・式・グラフを使った解決方法があることを知り、どの解決方法が求めやすいか選ぶ		<ul style="list-style-type: none"> <li>○表・式・グラフを使った解決方法を提示し、1つの方法を選ばせ、選んだ理由を考えさせる。</li> <li>○選んだ理由が書けない生徒には、他の方法を選ばなかった理由を書くように指示する。</li> </ul>	
		<p>個人思考の場面において</p> <p>ワークシートに一人一人がどの考え方を選択して、選んだ理由（考え方の良さ）を記述していく。また、比較の対象として他を選ばなかった理由（どの部分に大変さを感じたか）も記述させ、グループ協議の際の準備を付箋と併せて行う。</p>	

		<p>○付箋紙を配付し自分の意見を記入させる。</p>  <p>個人思考の場面ではグループ内での話し合いの準備として、それぞれが意見を付箋にまとめておく</p>	
<p>それぞれの考え方を選んだ生徒の割合は 表 (Aさん) → 11人 グラフ (Bさん) → 7人 式 (Cさん) → 14人であった</p>			
<p>4 グループごとに解決方法のよさを話し合う</p>	<p>1 5</p>	<p>めあて 表・式・グラフを使った解き方のよさを説明しよう。</p> <p>○同じ解決方法を選んだ生徒をグループ(4, 5人)にして、選んだ解決方法のよさや便利さを話し合わせる。</p>  <p>○話し合うとき、自分の考えを分かりやすく伝えられるように、根拠を明らかにして説明するように指示をする。</p> <p>○求め方のよさや便利さが、図やことばで簡潔に説明できるようにグループの意見をまとめ、プレゼン原稿を作成するように指示をする。</p>	<p>○それぞれの課題解決の方法のよさを、理由を明らかにして説明することができる。</p> <p>【見方・考え方】 (話し合い・プレゼン原稿)</p> <p>チェックワード</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・○○と比べると△△の方が～</li> <li>・○○だから△△の点で～</li> </ul>
<p>5 グループごとに解決方法のよいところをプレゼンテーションする</p>	<p>1 5</p>	<p>○多様な考え方を全体で共有できるように、各班の説明をボードに書かせ、黒板に貼りだし、求め方のよさや利点を説明させる。</p> 	

Aさんの良い所  
 $x$ と $y$ を2倍、3倍...  
 すれば、重さで枚数が  
 求められる。  
 Bさん Bさんの考えは $x$ を計算して  
 さらにグラフに表さないといけな

Aさんを選んだ生徒のまとめ。比例の特徴を第一に考えた場合

○グラフを直線でひいて見やすい  
 ○原点ともうひとつの点を通る直線をひくだけで  
 他の重さにあたる枚数も分かる  
 ○グラフだと、計算をしなくても答えが求められる  
 ○答えがやくそう

Bさんの考えを選び、グラフの良さや、今回の課題での利点を発表

AさんとBさんは細かい数(0.2, 0.05)が  
 表しにくく、計算しづらいがCさんの  
 考えは、 $x$ と $y$ に代入するだけで  
 式から細かい数と計算できる。  
 ※例 重さが0.05gの時

Cさんの考えを選び、他と比較したときの良さを発表

1枚の重さを求め式 1枚0.7g  
 Cさん 1枚  $\rightarrow 20 = 0.7$   
 20枚で294g  
 全体の重さ  $\div$  1枚の重さ = 枚数  
 $294 \div 0.7 = 420$   
 A. 420枚

Cさんの考えをもとに、立式をして解答を求めた発表

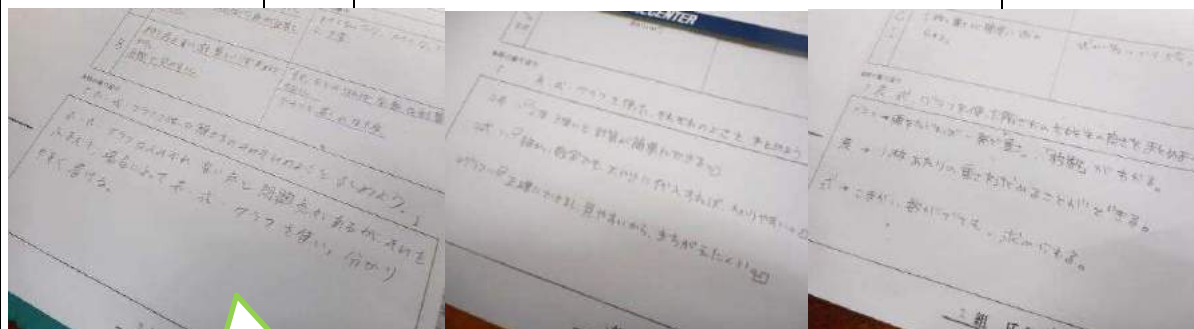
6 めあての再確認をする

5 ○発表を聞くときには、他のグループのよさや特徴をメモするように指示をする。

7 まとめ

5 ○それぞれの解決方法に適さない問題を提示し、ほかの方法のよさや利点を明らかにする。  
 ○表・式・グラフのそれぞれのよさや使い方を自分のことばで記述させる。

○表・式・グラフのそれぞれのよさや活用の仕方を記述することができる。  
 【見方・考え方】  
 (ワークシート・ノート)



各グループの発表を聞いて、自分の考え方との違いや良さをすることで、それぞれの場面に  
 応じて「表・式・グラフ」の利点を活用できるように、本時の学習内容の振り返りを行った。  
 説明を聞いていた生徒には「なるほどね～」といったような反応が多く見られた。

★ワークシート

**課題** 数えないで紙幣の数を知ることができないか。

Aさんの考え

x(枚)	20	40							
y(枚)	14								

数をうめれば求められそう・・・

答え 420枚

---

Bさんの考え

グラフを書いたらすぐ分かりそう・・・

答え 420枚

---

Cさんの考え

枚数をx、重さをyとすると・・・

$y = \square x$ だから

答え 420枚

「        」さんの考え方を選んだ理由（他の考え方を選ばなかった理由）

考え方	◎よいところ	☆問題点

本時の振り返り

「        」

組 氏名 \_\_\_\_\_

V 成果と課題

「成果」

- 付箋を使って考え方を説明し合った事で、より理解が深まるとともに、自分の考えに自信を持つことができた。
- 自分の言葉で表現できない生徒も、グループでの言語活動を通じて他の生徒の考えを聞くことで、「そういうことが伝えたかったんだよ」と表現の仕方を学ぶことができた。
- プレゼンテーションという発表形式にすることが、自分たちが選んだ方法のよさを他と比較する良い手立てとなった。また、そのプレゼンテーションを聞くことで、気付かなかった他の考え方のよさに気付くことができた。
- 考え方の良さを発表する際に、数学的な用語を用いて他者に分かりやすく伝えようとする生徒の姿勢が見えた。

「課題」

- 言語活動を取り入れる場面や問題を精選しないと言語活動という手だてが目的になってしまい、本来の目的である「思考力・判断力・表現力の向上」につながらなくなってしまう。
- 本時は同じ意見での言語活動であったが、今後は違う考え方を持つ生徒同士でディスカッションを取り入れていくことも検討していきたい。
- 数学的な知識をその時間だけのものとして捉えるのではなく、今後は他の領域との関連も含め、しっかりと生徒に定着させる工夫を継続的に行っていく必要がある。



## I サブテーマ設定の理由

現行の学習指導要領の数学科では、「数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深める」ことが目標の中に示されている。特に、「理解を深めること」について、「経験を通して学ぶことを重視する」という記述がある。

「はばたく群馬の指導プラン」においても、算数・数学の課題に「実感を伴って理解すること」が挙げられていることから、基礎的な概念や原理・法則を「どのように」理解するか、が重要であると捉えた。

これまでの指導を振り返ると、学習課題を個別で解決させた後に、ペアやグループ、全体で多様な考えを比較検討し、そこで一般化したものを定理や法則としてまとめ、活用させるという展開をとってきた。しかし、図形の性質を論証する問題については、その性質を証明することや活用することに時間をかけていたため、自分たちで図形の性質を見いだす時間を確保できていない。

本校の生徒は、数学的な知識・技能等は概ね定着しているものの、課題解決の方法や根拠を明確に説明したり自分の考えを表現したりすることに抵抗があり、特に、図形の性質を論証する課題に対して手が付かない場合も少なくない。また、本校で行った学習意欲に関するアンケートでも「勉強面では友達から頼られている」「自分は勉強がよくできる」（どちらも要素は有能感）の項目が全体的に低く、学習に対して自信がもてない様子も見られる。

そこで、説明の根拠が視覚的には捉えやすい図形領域の単元において観察、操作、実験をする活動を十分に取り入れることは、図形の性質を見いだすために必要な力を育てるために有効であると考え、本サブテーマを設定した。

さらに、観察、操作や実験を行わせる中で、生徒一人ひとりに自信をもたせたり意欲をもたせたりするため、ペアやグループ活動を積極的に取り入れていく。

## II 研究目標

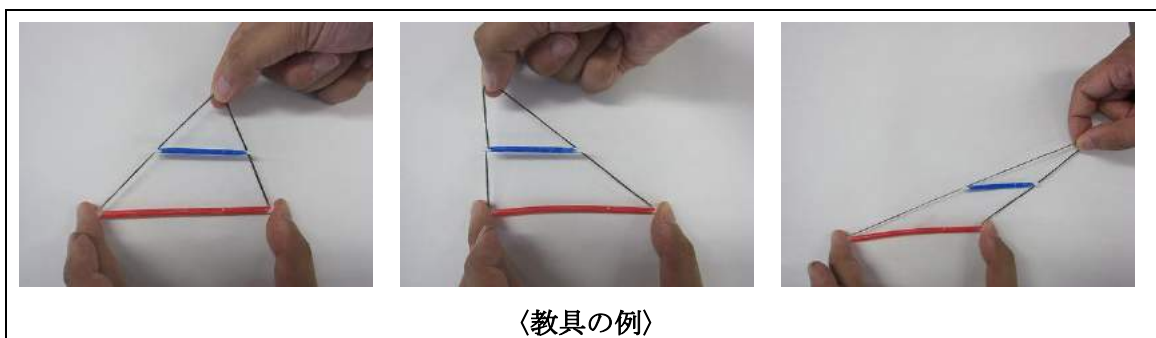
図形や教具の観察、操作や実験を重視した図形指導を通して、図形の性質を見いだす力を育てる指導の在り方を探る。

### Ⅲ 研究内容

第3学年の図形領域である「相似と比」の単元において、単元を通して、図形や教具を観察、操作、実験する場面を設けていくことが、図形の性質を見出す力を育てるために有効であるかを検証していく。

#### 教具について

本単元では、伸び縮みする身近な素材である輪ゴムと伸び縮みしない素材であるストローで作られたものを中心に扱うことで、拡大したり縮小したりする相似な図形の性質を視覚的に捉えられるようにする。



例えば、上の写真のような教具は中点連結定理の性質を見出すときに用いる。頂点（指でつまんだ部分）の位置を変えることによって、様々な三角形ができ、三角形の一般性が示せる。また、長さが変わらない線分（ストローの部分）と長さが変わる線分（輪ゴムの部分）があるが、2つの線分は平行の関係にあることがわかる。

このような教具を観察、操作することで、図形の性質を見出したり、説明の根拠として考えたりするために有効であると考えられる。

#### 観察、操作、実験について

学習指導要領には「観察したり、操作したり、実験したりすること」が数学的活動に含まれることが明記されているが、それぞれの用語を定義する記述が見当たらない。そこで、本研究では、それらの用語を以下のように定義する。

【観察】図形の性質を見出すために、図形を注意深く見る活動

【操作】具体物（教具等）を動かす活動

【実験】仮定したことや疑問に思ったことを、条件を変えながら確かめる活動

前述した教具において、三角形の頂点に当たる部分を動かすという【操作】をしながら、長さが変わらない2つの線分の間を【観察】をすることで、「2つの線分は平行の関係にある」という性質が見いだせる。また、「どんな三角形にもいえる性質なのか。」という疑問に対して、頂点の位置を変えるという【実験】をすることで、ある程度一般性のある性質であることが予想できる。

#### IV 実践例

授業実践1 3年 相似と比「図形と相似」1/18 時間目

##### ○ねらい

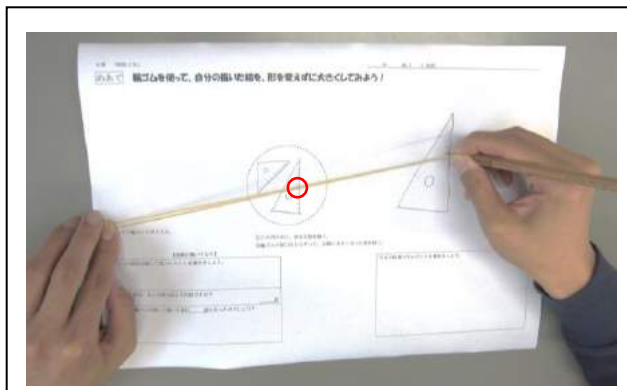
拡大図や縮図と、もとの図形との間にある性質を確かめることができる。

##### ○用意するもの

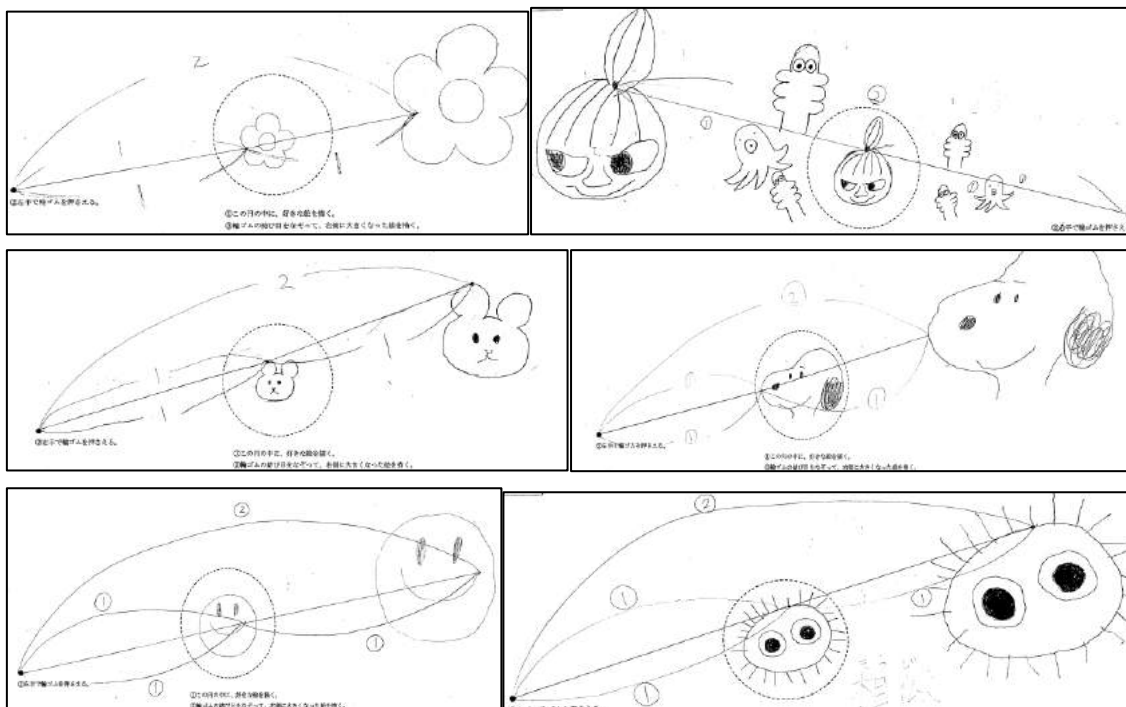
輪ゴム 1人2本ずつ

##### ○教具の使い方

- ①ワークシートの中心（円の中）に絵を描く。
- ②2つの輪ゴムを結ぶ。
- ③目印（黒丸）で輪ゴムを押さえ、右手で輪ゴムをかけた鉛筆を持つ。
- ④輪ゴムの結び目が絵の線をなぞるように鉛筆を動かす。



〈生徒の作品〉



〈実際に描いてみて気づいたこと〉

【実際に描いてみて】	【実際に描いてみて】
2つの図を比較して気づいたことを書きましょう。 ゴムの長さが同じ長さ 大きくはいる	2つの図を比較して気づいたことを書きましょう。 形が同じ 大きさは異なる(大きくはいる)
描いた図は、もとの図のおよそ何倍ですか? 約 2 倍	描いた図は、もとの図のおよそ何倍ですか? 2 倍
なぜ、輪ゴムを使って描いた絵は約 2 倍になったのでしょうか? 輪ゴムが 2 回 1:1 なら。	なぜ、輪ゴムを使って描いた絵は 2 倍になったのでしょうか? 輪ゴムの長さが同じだから

【実際に描いてみて】	【実際に描いてみて】
2つの図を比較して気づいたことを書きましょう。 。大きさが違う 。形は変形していない	2つの図を比較して気づいたことを書きましょう。 おおおよそ比率が 2 つとも同じ。 形が同じ。
描いた図は、もとの図のおよそ何倍ですか? 2 倍	描いた図は、もとの図のおよそ何倍ですか? 2 倍
なぜ、輪ゴムを使って描いた絵は 2 倍になったのでしょうか? 輪ゴムが 2 回だから、長さも 2 倍になったから。 黒い点から、もとの絵までの長さが 1 としたら、もとの絵から黒い点までは 2 倍だから。 黒い点の長さが 2 倍だから、2 倍の大きさになる。	なぜ、輪ゴムを使って描いた絵は 2 倍になったのでしょうか? コンパスで円を書くのと同じ ①の点が大きな円の中央となり、ゴムのはじと②の点が半径で、2つのゴムの結び目が半径の中点。つまり、拡大した図の線は①からの距離が…の円の線の 2 倍。

2 つの図を観察したところ、「形が同じ」で「大きさが違う」ことにほとんどの生徒が気づくことができた。また、「拡大した図がもとの図の 2 倍になっている」と予測し、「輪ゴムを 2 本使った」ことが関係していると考えた生徒が多かった。さらに、「2 本の輪ゴムが 1:1」になっていたり、「目印(黒丸)からもとの絵、拡大した絵までの距離が 1:2」になっているため、絵が 2 倍に拡大された」など、相似の本質に迫るほど考えが深められている生徒もいた。

〈まとめ〉

今日の授業で学んだことを書きましょう。 。ゴムの長さが 2 倍になれば絵も 2 倍になることがわかった。 。輪ゴムほどの長さでも中心からは 1:1 になることがわかった。	<p>輪ゴム</p>
---	------------

ほとんどの生徒がこのような内容を書くことができた。上に挙げたまとめ(文章と図は別の生徒)は決して上位の生徒ではないが、教具をよく観察し、自分の力でまとめることができた。

○ねらい

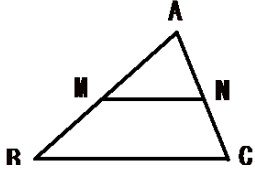
中点連結定理を理解し、その定理を利用して四角形の性質を証明することができる。

○用意するもの

自作教具（輪ゴムとストローで作ったもの）2人で1つ+予備分

○授業の様子（吹き出しは、実際の生徒のつぶやき）

**課題1**  
△ABC の辺 AB, AC の中点をそれぞれ M, N とする。  
このとき、MN と BC はどのような関係があるでしょう。



動きが面白い。  
わかりやすい。

どんな形の三角形でも  
成り立ちそうだね。



(頂点 A を)  
どう動かしても、  
ストローは平行  
だね。

**課題2**  
四角形 ABCD の辺 AB, BC, CD, DA の中点をそれぞれ P, Q, R, S とする。  
このとき、四角形 PQRS はどんな四角形になるでしょう。

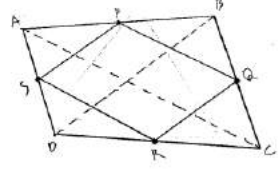
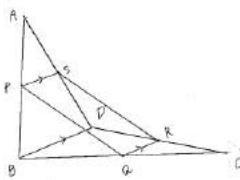
輪ゴムをどう動かしても、  
ストロー（線分）は三つとも平行  
だね。



(教具を) 2つ  
組み合わせれば、四角形にな  
るね。

2つの三角形に  
中点連結定理を  
使えば、証明で  
きるかな？

〈生徒のワークシート〉

<p><b>課題 2</b>                  四角形ABCDの辺AB, BC, CD, DAの中点をそれぞれP, Q, R, Sとする。                  このとき、四角形PQRSはどんな四角形になるでしょう。</p> <p>◎次の手順で、図形をかきましょう。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 自由に四角形をかき、その頂点をABCDとする。</li> <li>2. 各辺の中点をとり、それぞれPQRSとする（中点はだいたい位置でよい）。</li> <li>3. P, Q, R, Sの順に直線で結び、四角形PQRSをつくる。</li> </ol>  <p style="text-align: right;">【予想】 平行四辺形</p> <p>◎上の手順が成り立つことを、グループで証明しましょう。</p> <p>【証明】 四角形ABCDを                  DBを三角形の辺と見ると                  中点連結定理から  <math>SP \parallel DB \dots \textcircled{1}</math>  <math>QR \parallel BD \dots \textcircled{2}</math>  <math>DB = 2SP \dots \textcircled{3}</math>  <math>DB = 2QR \dots \textcircled{4}</math>  <math>\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}, \textcircled{4}</math>より、                  2組の辺が平行で長さが等しいので、                  四角形PQRSは平行四辺形。</p>	<p><b>課題 2</b>                  四角形ABCDの辺AB, BC, CD, DAの中点をそれぞれP, Q, R, Sとする。                  このとき、四角形PQRSはどんな四角形になるでしょう。</p> <p>◎次の手順で、図形をかきましょう。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 自由に四角形をかき、その頂点をABCDとする。</li> <li>2. 各辺の中点をとり、それぞれPQRSとする（中点はだいたい位置でよい）。</li> <li>3. P, Q, R, Sの順に直線で結び、四角形PQRSをつくる。</li> </ol>  <p style="text-align: right;">【予想】 平行四辺形</p> <p>◎上の手順が成り立つことを、グループで証明しましょう。</p> <p>【証明】 <math>\triangle ABD</math>で                  中点連結定理から  <math>PS \parallel BD \dots \textcircled{1}</math>  <math>PS = \frac{1}{2}BD \dots \textcircled{2}</math>  <math>\triangle BDC</math>で                  中点連結定理から  <math>QR \parallel BD \dots \textcircled{3}</math>  <math>QR = \frac{1}{2}BD \dots \textcircled{4}</math>  <math>\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}, \textcircled{4}</math>から                  1組が平行で長さが等しいから                  四角形PQRSは平行四辺形である。</p>
--	--

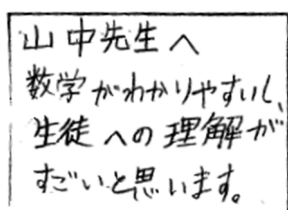
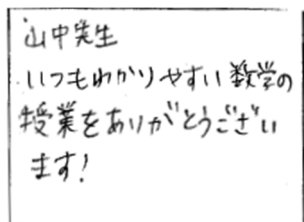
グループで活動したことにより、全員が証明を完成させることができた。その中で、教具を操作することで、「補助線を引けば四角形を三角形に分割することができ、中点連結定理が使える」ことに気づいた生徒もいた。それは、課題2を証明するために必要な発想であり、図形の性質を見いだす力が養っていると考える。

**V ○成果と●課題**

- 教具によっては、その扱う図形の本質に迫るような考えをもたせることができた。
- 低位の生徒にも理解を促すことに有効であり、自分なりの考えを持たせることもできた。
- 既存の知識を用いて図形の性質を証明する際に、教具を操作することで「補助線を引く」ことに気づくことができた。
- 輪ゴムとストローの自作教具を作るのが大変だった。例えば、「中点連結定理」で扱った自作教具は1個作るのに10分近くかかった（予備を含めて20個作った）。
- 教具を、ただ与えて自由に使わせるのではなく、その使わせ方を考えるように促さないと十分な効果が得られない。教具の使わせ方も研究する必要がある。
- グループ活動をする際に、教具を用いて話し合うグループが少なかった。グループでの学び合いを活発にさせるための教具の活用法も研究していきたい。

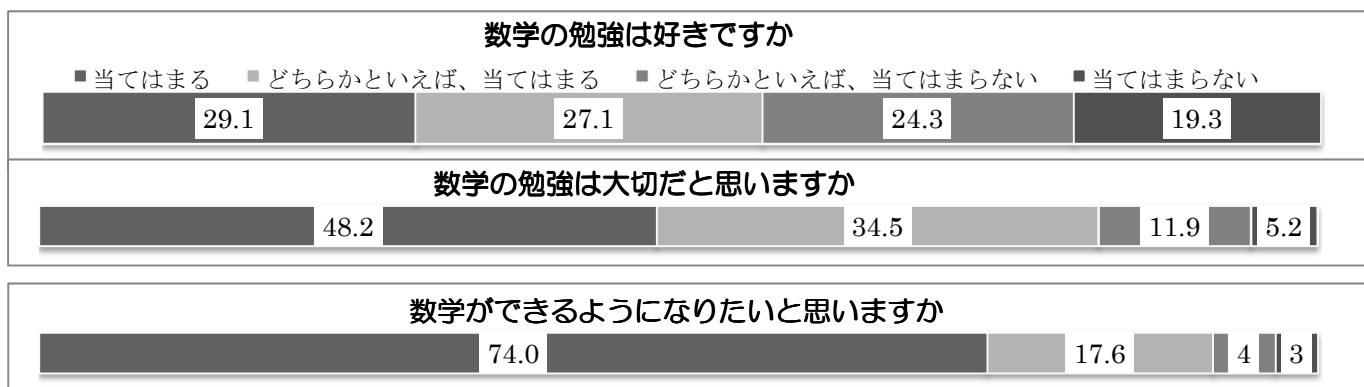
### I サブテーマ設定の理由

「数学の学習が好きではない・・・16.2%」私が3年間持ち上げて受け持った生徒に対して、中学3年の4月に取った実態調査結果である。IEA（国際教育到達度評価学会）が進めているTIMSSと呼ばれる算数・数学及び理科の到達度に関する国際的な調査においても、2011年の調査では、中学2年生における「私は、数学が好きだ」の結果「まったくそう思わない」が22.7%であり、私が受け持つ生徒の16.2%と比較しても良好であると判断していた。また、以下のような感想ももらっていた。



「毎授業楽しく」をモットーに日々授業改善に取り組んできたし、生徒の充実感や達成感も感じていた。標準学力検査NRTや学力推移調査（ベネッセコーポレーション）の結果も高く、学力も定着させられていると感じていた。

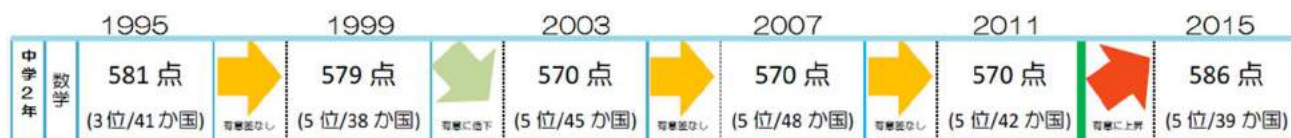
翌年、生徒たちの卒業後、私は校内人事で再度中学3年担当となった。その生徒たちはT教諭が2年間持ち上げた生徒たちである。その生徒たちに対して、中学3年の4月に取った実態調査結果は「数学の学習が好きではない・・・7.8%」であった。同じ学校の1学年しか変わらない生徒の実態に2倍の開きがあったのである。衝撃的な結果であった。授業をしても教室の空気が違う。挙手や発言が違う。提出率が違う。家庭学習量が違う。意識が違う。急な授業変更で「明日は数学の授業が2時間です」と告げると、返ってくる言葉が「やったあ」である。生徒たちは数学が好きなのだ。以下は平成27年度全国学力・学習状況調査の質問紙調査結果である。



生徒は、数学は好きではないが、その勉強を大切だと思っている。さらに、できるようになりたいと強く願っている。涙ぐましい結果だと思う。好きではないが必要に駆られて努力をしていることがわかる。

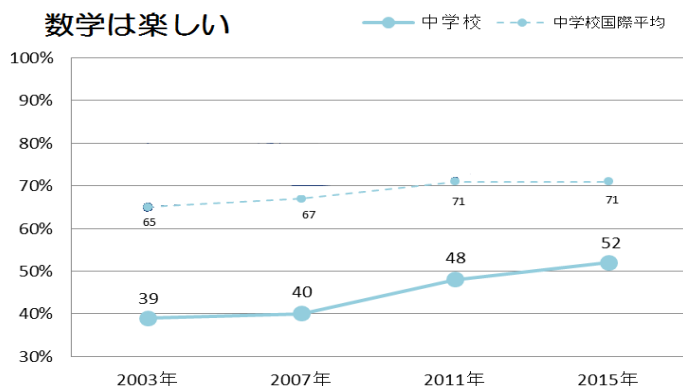
また、以下は文部科学省が発表した国際数学・理科教育動向調査（TIMSS2015）のポイント（[http://www.mext.go.jp/component/a\\_menu/education/micro\\_detail/icsFiles/afieldfile/2016/12/27/1379931\\_1\\_1.pdf](http://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/icsFiles/afieldfile/2016/12/27/1379931_1_1.pdf)）である。

<平均得点の推移>



引き続き上位を維持しており、2011年に比べ、平均得点が有意に上昇している。

### <数学は楽しい>



「数学は楽しい」と思う生徒の割合は52%に増加し、国際平均71%との差が縮まっている傾向が見られるが、まだ19%の差がある。

生徒の数学嫌いによって悩んでいる先生は私だけではないのではないかと考えている先生は他にもいるのではないかと考えた。よって、本研究において、数学好きな生徒を育てる指導を考えていきたいと思ひ、サブテーマを設定した。

## II 研究目標

日々の実践を通して、数学好きを増やしながらか、数学の学習が好きではないと答える生徒を減らす。

## III 研究内容

本研究では、学習意欲を高める具体的な手立てを複数講じることで、より有効的な手立てを追究していく。手立てが有効であったかどうかを調べるための方法として、毎月本校生徒にアンケートを取り、結果を分析していく。

## IV 実践例

<4・5月> 単元：平方根、2次方程式

仮説1：学び合いの授業を展開することは学習意欲につながるか

手立て① ペア学習を毎時間取り入れる

できる限り毎授業でペア学習を行った。生徒が説明に窮する場面や少し難易度の高い問題で取り入れた。ペアで5分程度の話し合いのあと、代表者が前で説明をすることを基本とした。教師が補足説明をいれることはできるだけ避けて、生徒が自ら考えた成就感を持たせるようにした。

実践例1： $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ でない理由（もしくはである理由）を説明しよう。【平方根】

実践例2：なぜ分母を有理化しなければいけないのか。【平方根】

実践例3： $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ のような式の分母を有理化するにはどうすればよいか。【平方根】

成果と課題①

- ・言語活動が充実し、説明する力の育成に繋がった。小さなつぶやきのような疑問までクラスメイトに聞くことができ、徹底的に理解することができた。
- ・ごまかしや知ったかぶりはクラスメイトに見抜かれてしまうため、徹底的に理解しなければならず、自主的に疑問を解消しようとする生徒が多かった。
- ・「あっそうか!」「わかった!」という言葉が日常的にクラスメイトにかけられることとなり、生徒同士が認め合う場面がたくさん作れた。
- ・席を動かす必要がないため、気軽に行えた。教材研究をして授業に臨んだが、「理解度が足りないかな」「もっとしっかり理解させたいな」と授業中に思った際に、ペア学習は効果的であった。

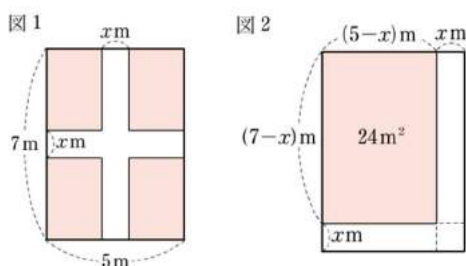


- ・自主的に行えない生徒もいるが、黙って座っている講義形式の授業では見抜けない生徒の内なる意欲を見抜くことができる。
- ・人間関係の配慮も必要になってくるが、「隣の人と話し合おう」と「近所の人と話し合おう」を使い分けながら課題提示した。教室の大多数が楽しそうにやっていると、いつしか話し合いに参加できてしまったり、聞く耳を持つようになったりした。

< 5・6・7月 > 単元：平方根、2次方程式、関数  $y = ax^2$

仮説2：視覚教材を活用することは学習意欲につながるか

手立て② デジタル教科書を活用する



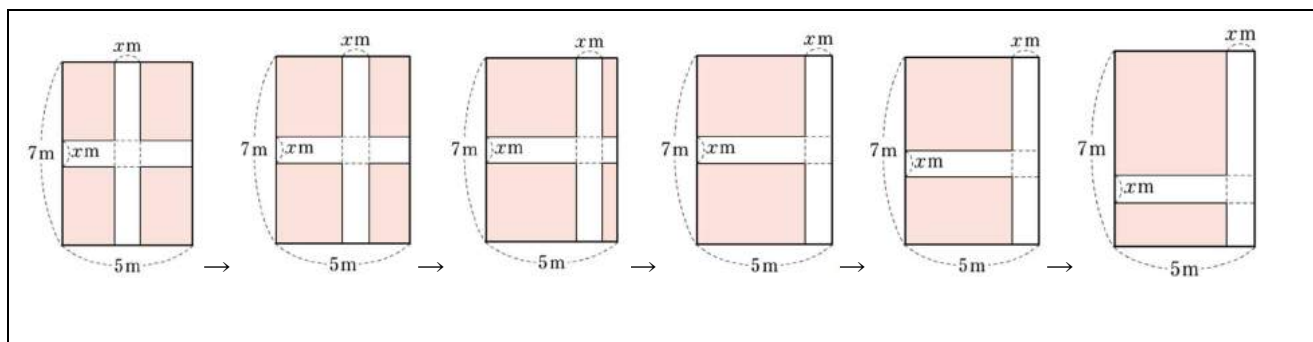
本年度より東京書籍のデジタル教科書が導入となった。本校では各教室にノート PC とプロジェクタと実物投影機が配置してある。生徒の学習意欲向上を願い、全授業でデジタル教科書を使い授業を行った。

実践例4：花壇の面積を求めなさい。【2次方程式の利用】

展開図の組み立てや動点の問題における点 P の軌跡、図形の移動の軌跡、放物線のグラフ上を動く点 P の軌跡、斜面を転がる球の様子など、実践例は多岐にわたる。

成果と課題②

・実践例4：図1で道幅を求めるような問題では、道路を寄せて図2のように考えれば良いが、教師が頭の中で操作する様子をデジタル教科書ではアニメーションで操作してくれるので、視覚的にとらえさせることができた。



・デジタル教科書では、上記の内容のような視覚的操作を有するものに対してアニメーションが有効である。時間軸が存在する問題全般に有効なことから、成果は大きい。また、図形領域においてもデジタル教科書は有効であるが、作図は教師が示した方が生徒の学習理解に繋がった。三角定規の当て方やずらし方など、黒板で示すメリットの方が大きい。

・デジタル教科書では、例題、練習問題ともに解答を1行ずつ表示することができる。デジタル教科書では、例題表示→生徒に考えさせる→解答の道筋を立てさせる→模範解答確認の流れを、すべて前を向かせて思考させながら展開することができる。

・練習問題の解答がすぐに出せるので、解答を板書する必要がなくなる。そのため、空いた時間を個別支援の充実に使える。

・デジタル教科書は、黒板と違い、書いてあるものが残らない点が課題である。1授業の中で、ひとつ前の問題を使う場面は多い。黒板であれば視線を動かせば良いが、デジタル教科書ではクリックが数回必要になる上に、比較がしづらい。

・デジタル教科書を使用することで、教科書広げる場面を減らすことができる。学習意欲を失っている生徒にとって、教科書は途方もなく気分を重くするものであり、将来を悲観する対象になり得てしまう。目の前の一步を歩ませたい生徒に対して有効である。

< 9・10月 > 単元：相似な図形、円

仮説3：ねらいを提示した授業を展開することは学習意欲につながるか

手立て③ 毎授業ごとにねらいを提示する

授業の初めにねらいを提示し、教科書を広げ、例題を説明し、練習問題を解かせる。いわゆる普通の授業を行った。例題を説明する際に以下のことを提示した。

○実物投影機を利用し、視覚的にわかりやすいものにした

○フラッシュカードを提示し、定理を定着させた

○相似な立体を使って、実際に体積比が  $m^3:n^3$  になることを見せた

○単元の終わりに発展的な問題を取り扱い、理解を深めた

成果と課題③

相似な図形では、発展的な問題において、相似であることを見抜けない生徒が多かった。特に、円と相似では、単元をまたぐ見方が必要になり、苦勞した生徒が多かった。また、授業者も迷走していた。

< 11・12月 > 単元：三平方の定理、標本調査

仮説4：問題解決学習を行うことは学習意欲につながるか

手立て④ 合意形成を図る問題を取り扱う

中央教育審議会の初等中等教育分科会、教育課程企画教育課程企画特別部会における論点整理については、2030年の社会と子供たちの未来に向けて、教育課程を通じて初等中等教育が果たすべき役割を示している。以下はその抜粋である。

○予測できない未来に対応するためには、社会の変化に受け身で対処するのではなく、主体的に向き合って関わり合い、その過程を通して、一人一人が自らの可能性を最大限に発揮し、よりよい社会と幸福な人生を自ら作り出していくことが重要である。

○そのためには、教育を通じて、解き方があらかじめ定まった問題を効率的に解ける力を育むだけでは不十分である。これからの子供たちには、社会の加速度的な変化の中でも、社会的・職業的に自立した人間として、伝統や文化に立脚し、高い志と意欲を持って、蓄積された知識を礎としながら、膨大な情報から何が重要かを主体的に判断し、自ら問いを立ててその解決を目指し、他者と協働しながら新たな価値を生み出していくことが求められる資質・能力を確実に育成していくことや、そのために求められる学校の在り方を不断に探求する文化を形成していくことが、より一層重要になる。

文部科学省教育課程企画特別部会（2015）教育課程企画特別部会における論点整理について（報告）

（[http://www.mext.go.jp/b\\_menu/shingi/chukyo/chukyo3/053/sonota/1361117.htm](http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/053/sonota/1361117.htm)）より抜粋

また、学習指導要領では「中学校数学科においては、基礎的・基本的な知識及び技能を習得し、数学的に考える力をはぐくむとともに、数学のよさを知り、数学が生活に役立つことや数学と科学技術との関係などについての理解を深め、事象を数理的に考察する能力と態度を養うことが求められている」とある。さらに

中教審答申では「子供たちが算数・数学を学ぶ意欲を高めたり、学ぶことの意義や有用性を実感したりできるようにすることが重要であること及び、学習し身につけた者を、日常生活や他教科等の学習、より進んだ算数・数学の学習へ活用していくことを重視する」とある。

以上のことから他教科との横断的学習課題を設定した。

実践例5：ある中学校のバスケットボール部は、部員数8名で活動している。次の大会に向けて、監督は試合に出る5名を選出しなければならない。下の表は、各選手について、身長、最近1ヶ月の練習試合での得点合計、及び、監督による評価をまとめたものである。選手を選んだ理由については、選手の保護者の前で説明しなければならない。そこで、監督は表に基づき、選手を選ぶことにした。②、③、⑥の3名をすでに選び、あと2名を決めかねている。あなたが監督であるとして、どの2名を選手に選ぶか。また、その2名の選手を選んだ理由について、保護者の前でどのように説明するか。

選手	身長 (cm)	得点 (点)	監督による評価 (A:優れている、B:ふつう、C:やや劣る)					
			スピード	スタミナ	シュートのうまさ	ディフェンス	ミスの少なさ	部活動出席率
①	175	4	C	B	B	B	A	A
②	172	10	A	B	B	A	B	A
③	164	18	B	B	A	B	A	A
④	161	8	C	A	C	A	B	A
⑤	156	20	A	A	A	C	B	C
⑥	150	24	A	B	A	A	A	B
⑦	146	8	A	B	C	A	A	A
⑧	138	14	A	C	A	B	B	B

櫻井順矢 (2015) 「数理的科学的意志決定の過程を重視した授業に関する研究—『バスケットボールの選手を選ぼう』を例にして—」日本数学教育学会誌第97巻第5号, pp.2-10

本研究では、根拠を明確にしながらか合意形成を図り、何らかの意志決定を行うことを目指している。その際、合意形成は目的としての側面だけでなく方法としての側面ももっていることに注意したい。合意形成をする過程では根拠を明確にする必要性が自覚され、その根拠の追究が行われたり、他者に自分の考えを明瞭に伝えるための表現方法が洗練されたりするといった努力がなされる。

西村圭一編著 (2016) 真の問題解決能力を育てる数学授業—資質・能力の育成をめざして— 明治図書, pp48

本問題では、合意形成に適度な困難性を生み出すために、分析するデータの中に、量的データと質的データの両方を含めるとともに、「部活動出席率」という要素を含めている。量的データと質的データの両方が含まれることによって、数学的処理に多様性が生まれる。また、「部活動出席率」は部活動に取り組む真剣さを表す1つの指標でもあり、選抜する際の価値観を揺さぶる役割を果たす。これらが、合意形成に適度な難しさを生み出すことになる。一方、「保護者への説明」という制約を設けることによって、第三者に対して説得力のある形で選抜しなければならないことを意識させている。

西村圭一編著 (2016) 真の問題解決能力を育てる数学授業—資質・能力の育成をめざして— 明治図書, pp49

本授業では、課題把握 5 分、自力解決 5 分、グループ学習 35 分、振り返り 5 分、の時間配分で授業を行った。グループ学習では、4 人班で合意形成 20 分の後、2 人がそのままの座席でもう 2 人が隣の班へ移動し、隣の班と発表し合った。



生徒α「バスケットはチームで戦うから、まず第1に部活動出席率が高い選手を優先する。だから、**5**は選ばない。」

生徒β「いや、**5**は能力が高いから、きっとどこかで陰の努力をしているに違いない。クラブチームか何かに入っているのではないか。」

生徒α「いや、ディフェンスがCということは、サボり癖がある。チームプレーができない選手だから危険だよ。」

生徒β「出さないと勝てないよ」

生徒α「出したらチームとしては弱くなるよ」

生徒γ「監督の評価でAを3点、Bを2点、Cを1点で数えたら**7**が15点になったけれど、それ以外みんな13点で並んでしまった。あと一人どうしよう。」

生徒δ「点数が同じなら身長の高い**5**じゃない？」

生徒θ「**5**はないよ。部活に出てないもの」

生徒ε「それならスタミナがいい**4**はどう？すでに選ばれている**2**、**3**、**6**の3人はスタミナがBだから補いたい。」

生徒γ「いいね。じゃあ**2**、**3**、**6**、**7**、**4**にしよう。」



成果と課題④

<今日の授業であなたはどのようなことを学びましたか>

自分の考えをしっかりと持ち、それを相手に伝えること。

他者の意見もしっかり聞いて、しっかり答えること。話し合いの大切さ。

友だちの意見も聞くことの大切さ。人に意見を伝えるおかげで。

生徒たちの大変さ。説明するおかげで。

様々な意見の集まりの中で、他者の意見を聞いて、しっかり納得すること。

いろいろな考えもつなげて、相手を納得させる根拠をもつことが大切だと思いました。

物事を決定するときは、何を最も重視するか決めた方がいい。

数学と関係がないと「たぶん数学で決まってる」

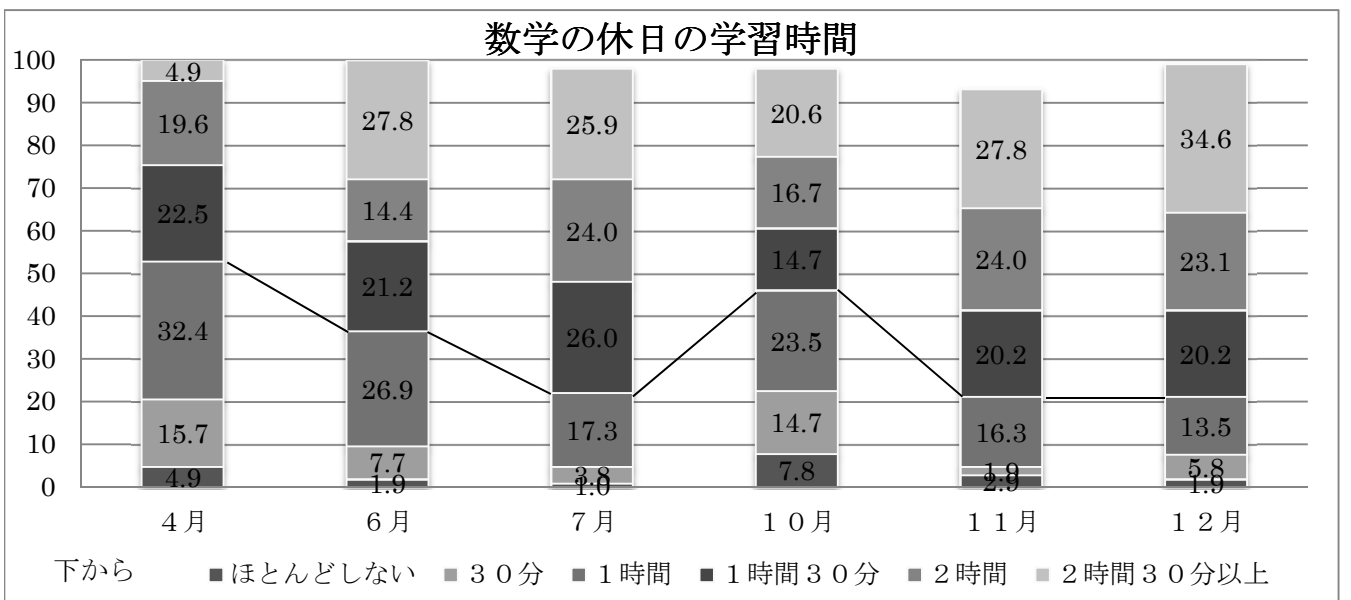
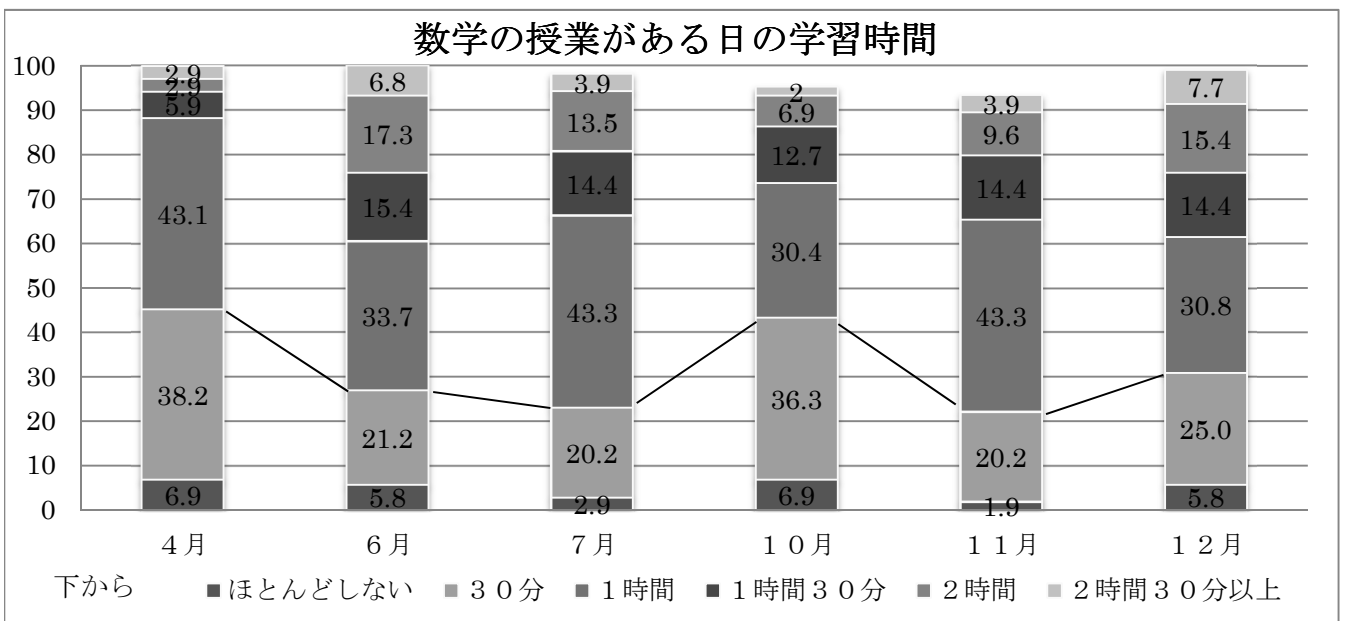
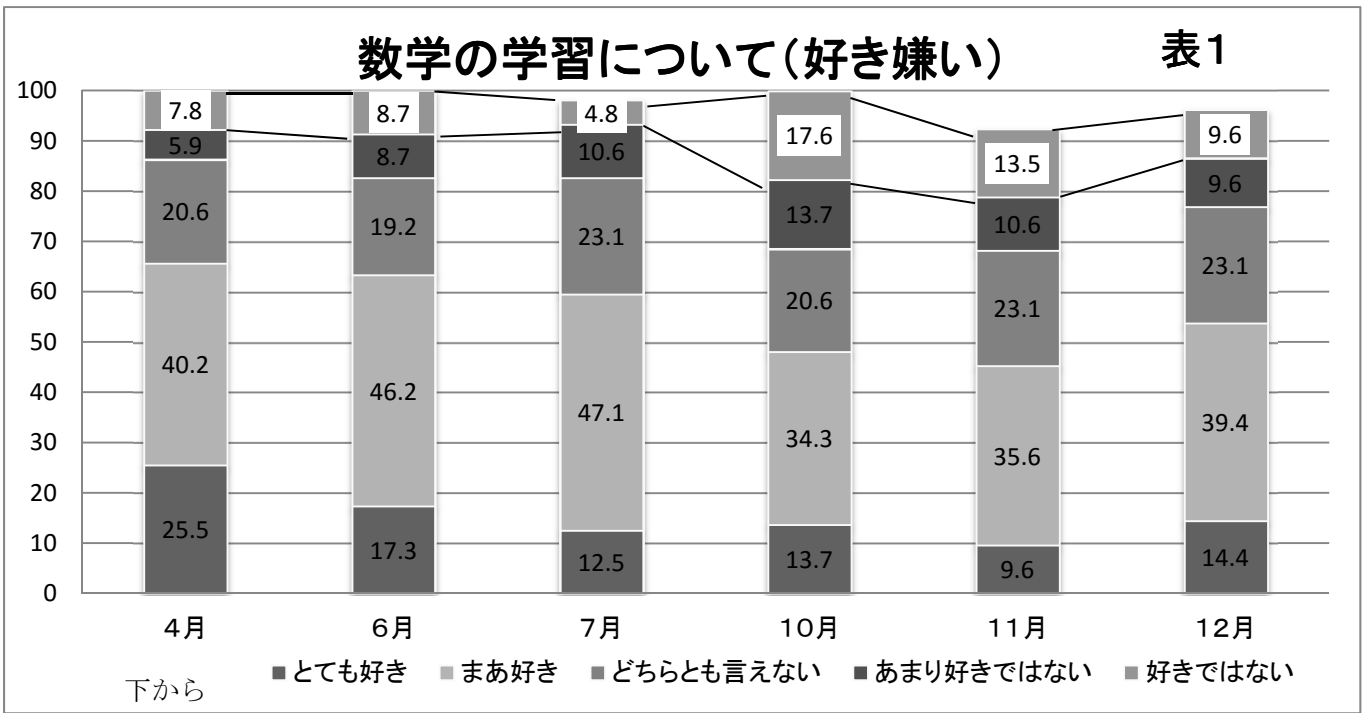
日常生活にも数学はいかに使われていることがわかった。みんなと話し合いをすることで自分の意見をより深く考えることができた。

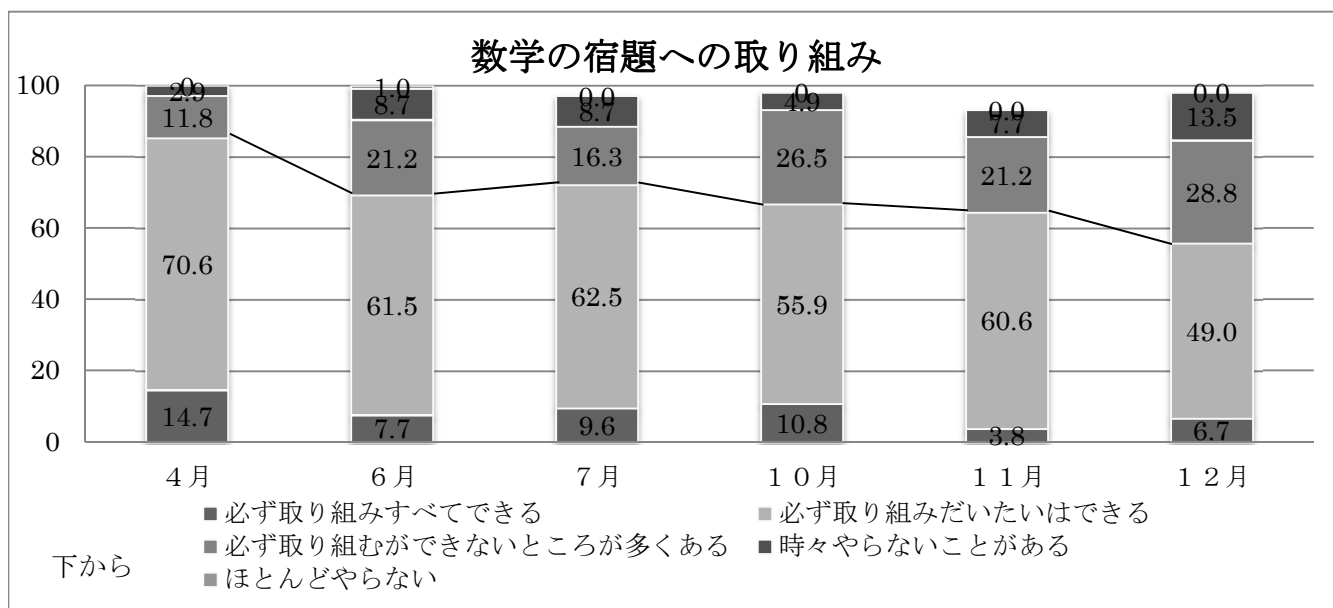
普通の数学の授業や大事だけど、こういう授業も将来は大層に役立つと思う。

・根拠を明らかにして説明をするが、数学的な定式化や推論、表現だけでなくコミュニケーションや部活動、行事で培った考え方を説明し合う活動でもあった。

注：本校は中高一貫校であり、中学校課程の学習内容は12月で終えて1月からは高校数学Iを学習する。

V 成果と課題





研究目標の「日々の実践を通して、数学好きを増やしながら、数学の学習が好きではないと答える生徒を減らす」に関する結果が表1に表れている。数学の学習を「好きではない」と答えた生徒は4月7.8%、6月8.7%、7月4.8%と少しずつ減少していったことから、「手立て① ペア学習を毎時間取り入れる」「手立て② デジタル教科書を活用する」は有効であったと考えられる。しかし、10月には17.6%と大幅に増えてしまった。9月10月はいつも通りの授業を行っていた。また、図形領域に入ったことも少なからず影響がある。その後、11月には13.5%、12月には9.6%と減少していったことから、「手立て④ 合意形成を図る問題を取り扱う」は有効であったと考えられる。

数学の授業がある日の学習時間について、30分未満の生徒が7月に向けて減っていることから、学習時間が増えていたことが分かる。しかし、10月で増えてしまった。10月は数学の学習が好きではないと答えた生徒が増えた時期と重なる。数学を好きか嫌いか学習時間に影響する結果であった。数学の休日の学習時間についても、1時間未満の生徒が7月に向けて減っていることから、同様の結果であったと考えられる。

数学の宿題への取り組みは、「できる」の割合が12月に向けて減っている。学習内容が難しくなっていく、取り組みに苦勞していることが見られる。しかし、10月以降の数学好きな生徒の改善が見られていることから、数学が好きだから頑張れる生徒が増えた結果となった。

今後も手立て「手立て① ペア学習を毎時間取り入れる」「手立て② デジタル教科書を活用する」「手立て④ 合意形成を図る問題を取り扱う」を積み重ねていくながら、数学好きな生徒を育てる指導をしていきたい。

[参考文献]

- ・西村圭一編著(2016)『真の問題解決能力を育てる数学授業—資質・能力の育成をめざして—』明治図書
- ・武藤寿彰著(2015)『ペア、スタンドアップ方式、4人班でつくる！中学校数学科学び合い授業スタートブック』明治図書
- ・文部科学省中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程企画特別部会(2015)「論点整理」  
[http://www.mext.go.jp/b\\_menu/shingi/chukyo/chukyo3/053/sonota/1361117.htm](http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/053/sonota/1361117.htm) (2017年1月現在)
- ・文部科学省初等中等教育局参事官付学力調査室(2016)「国際数学・理科教育動向調査(TIMSS)の調査結果」  
[http://www.mext.go.jp/component/a\\_menu/education/micro\\_detail/\\_icsFiles/afieldfile/2016/12/27/1379931\\_1\\_1.pdf](http://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/_icsFiles/afieldfile/2016/12/27/1379931_1_1.pdf) (2017年1月現在)

# ともに学ぶ算数・数学教育の創造

～洞察を重視した読式の工夫を手だてとした文字式による論証能力挽回への再挑戦～

太田市立藪塚本町中学校 樋口 孝行

## I サブテーマ設定の理由

数学における問題解決は、「記号化」により、問題を日常から数学のステージにのせることがその本質である。中でも、「記号化」する力が解決の出来を大きく左右するであろう文字式による論証に焦点を当て、文字式による論証能力を伸長するためのアプローチを構築し、実践を通して、その有効性を明らかにしたいと考えた。さらに、文字式による論証能力をとらえる場合、生徒が、「論証の意義」である一般性を理解して「証明」できることが大切である。本研究において、生徒に身に付けさせることを目指す文字式による論証能力とは、単に「証明」ができる能力ではなく、この「論証の意義」を理解して「証明」できる能力である。

4次報告(樋口,2015a)では、樋口(2011,2012,2013,2014)の継続研究(1～3次報告)で明らかした「文字式による論証能力」を伸長するための効果的なアプローチである「洞察を重視した読式の工夫による論証指導」を各学年の論証指導に具体的に位置付けた。そして、5次報告(樋口,2016)では、中学3年から担当した生徒たちの文字式による論証能力の実態を受けて、「洞察を重視した読式の工夫」を効果的に組み合わせた論証指導を行い、中学3年において、3年間分の論証能力の挽回を図り成果を上げることができた。しかしながら、「文字使用上の規約」の理解に課題が残り、中学1年内容の「具体例からの洞察を重視した読式の工夫」において扱う内容の修正が必要であることが明らかになった。

6次報告に当たる本研究は、5次報告と同様に中学3年から担当した生徒たちの文字式による論証能力の実態を受けて、「洞察を重視した読式の工夫」を具体化した学習活動を修正し、効果的に組み合わせた論証指導を行うことによって、中学3年において、3年間分の論証能力の挽回に再度挑戦するものである。

## II 研究目標

生徒が文字式による論証能力を伸長できるような効果的なアプローチを探り、実践・検証を通してその有効性を明らかにする。6次報告に当たる本研究は、これまでに明らかにした洞察を重視した読式の工夫に当たるアプローチを修正を加えながら効果的に組み合わせる論証指導によって、中学3年において文字式による論証能力の挽回を図る。

## III 研究内容の概要

### 1. 身に付けさせたい文字式による論証能力

#### (1) 身に付けさせたい文字式による論証能力

基本的な整数概念を「論証の意義」を理解して「証明」できる力。

#### (2) 文字の理解と文字式の理解の水準

##### 「文字の理解の水準」

- [水準0] 文字を数の代わりととらえていない
- [水準I] 文字を1つの数の代わりととらえられる
- [水準II] 文字をいろいろな数の代わりともとらえられる・・・★☆

##### 「文字式の理解の水準」

- [水準I] 文字式を操作(求める式)ととらえている
- [水準II] 文字式を操作(求める式)とともに結果としてとらえている・・・★
- [水準III] 文字式を一般的な表現ととらえている・・・☆

栗原(2003)は、「文字の理解」と「文字式の理解」の発達水準を設定し、実際の調査からその妥当性を得ている。さらに、★を付けた水準まで、文字式による論証を学習する前に高めておく必要があることを検証から導いている。☆は、筆者が、論証の学習における「論証の意義」の理解でねらう発達水準である。

### (3) 文字式による論証能力とその段階

＜筆者が生徒に身に付けさせたい文字式による論証能力＞

- 「論証の意義」を理解して、整数概念の基本的な「証明」ができる力。
  - ・【水準Ⅲ】（【水準Ⅱ】）を達成して、整数概念の基本的な証明ができる。

＜文字式による論証能力の段階＞

『段階Ⅰ』：整数概念の基本的な証明ができない。 . . . . .【水準Ⅱ】（【水準Ⅱ】）

『段階Ⅱ』：整数概念の基本的な証明ができる。 . . . . .【水準Ⅲ】（【水準Ⅱ】）

筆者が本研究で身に付けさせたい文字式の論証能力を『段階Ⅱ』に位置付ける。

## 2. 文字式による論証過程

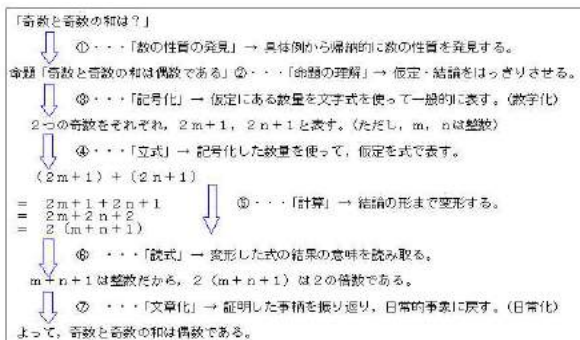


図1 文字式による論証過程

國宗他(1997)で示されている整数概念の文字式による論証過程（「表現」→「計算」→「読式」）を、筆者は図1に示すように細分してとらえている。また、整数概念の文字式による「証明」における「記号化」「立式」「計算」「読式」「文章化」については、図1の論証過程の中に示すように定義している。そして、樋口(2012)と同様に、この論証過程を適用した「文字式による論証展開シート」を用いた学習指導を行う。

## 3. 洞察を重視した読式の工夫による論証指導

### (1) 「積極的に洞察する読み」による双方向の思考

「文字式の意味」の水準を向上させるためには、「具体的な場面での文字式の表す意味の理解」が重要であり、「計算および計算結果の文字式」と「具体的な場面での文字式の表す意味」との間を行き来する双方向の思考により理解が進んでいくと考える。よって、この思考を行わなければならない場面を授業中に意図的に設定する必要がある。この「文字式」と「具体的な場面での

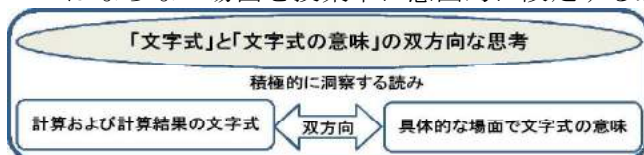


図2 「積極的に洞察する読み」による双方向の思考の図式

文字式の意味」との間を行き来する双方向の思考について、その本質は「積極的に洞察する読み」であると考えられる。まとめると図2のような図式で表すことができる。

### (2) 具体例による洞察を重視した読式の工夫（中学1年）

樋口(2012)では、「計算および計算結果の文字式」と「具体的な場面での文字式の意味」の双方向の思考の様相を明らかにした。文字式の意味を読む際に、図3に示したように、①「文字式からの洞察」と②「具体例からの洞察」の

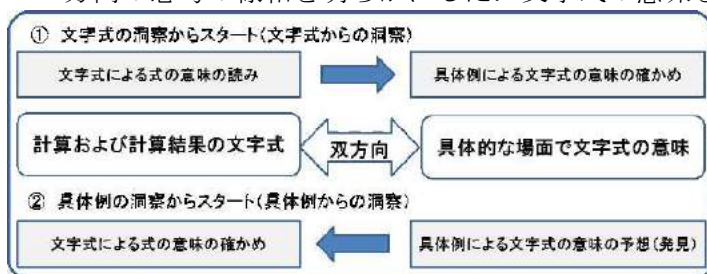


図3 具体例による洞察を重視した読式の様相

二つの思考の様相を呈する。筆者が着目したのは、①の「具体例による文字式の意味の確かめ」と②の「具体例による文字式の意味の予想」である。どちらも、具体例による「積極的に洞察する読み」に当たる。中学1年で初めて文字式による数量の一般的な表現を学習する生徒にとって、この具体例による洞察が重要である。この「具体例による文字式の意味の予想」と「具体例による文字式の意味の確かめ」を重視した式の意味を読むことを重視した学習指導を「具体例による洞察を重視した読式の工夫」と定義し、これを中学1年の文字式の学習において、整数概念の「記号化」や「文字の理解」、「文字式の意味の理解」を伸長するためのアプローチに位置付ける。そして、教科書の配列を入れ替えて、整数概念を表す文字式について「式の表す意味（読式）」→「式によ



る数量の表し方（記号化）」の順で学習を行う。

中学1年で、具体例による洞察を重視した読式の工夫を具体化した授業実践により、「証明」に必要な整数概念の「記号化」ができ、さらに、それを支える「文字の理解」を【水準Ⅱ】に、「文字式の理解」を【水準Ⅱ】以上（【水準Ⅱ】【水準Ⅲ】）に高めることができた(樋口,2013)。これは、中学2年から行う論証の学習素地を整えることができたことを意味する。

また、研究実践(樋口,2013)の結果、「具体例からの洞察」と「文字式からの洞察」について、学習初期においては「具体例からの洞察」を重視し、学習が進むにつれ、「文字式からの洞察」を重視すべきであるとの結論を得た。これにより、整数概念の記号化においても、「文字式からの洞察」を行うことができるようになる。

### (3) 計算結果の洞察を重視した読式の工夫（中学2年・3年）

中学2年・3年で学習する文字式による整数概念の証明において、計算結果である文字式を積極的に洞察して、文字式の意味を読むことを重視した学習活動を具体化して、意図的に取り入れることにより、「計算および計算結果の文字式」と「具体的な場面での文字式の表す意味」との間を行き来する双方向の思考を実現する。この計算結果である文字式を積極的に洞察して、文字式の意味を読むことを重視した学習活動を「計算結果の洞察を重視した読式の工夫」と定義し、これを、中学2年・3年の文字式による整数概念の証明の学習において、「証明」と「文字式の理解」を伸長するためのアプローチに位置付ける。中学1年で論証の素地を整え、中学2年で計算結果の洞察の洞察を重視した読式の工夫を具体化した授業実践により、「論証の意義」を理解して「証明」できる生徒を育成できた(樋口,2014)。具体的には、整数概念の「証明」ができ、さらに、「論証の意義」の理解に当たる「文字式の理解」を【水準Ⅲ】に高めることができた。

#### ① 問題解決スキーマの適用による「証明の考えの進め方」の理解

図形の論証の「証明のしくみ」を問題解決スキーマに当てはめた(樋口,2005)と同様に、整数概念の文字式による論証過程を問題解決スキーマに当てはめて考えさせる。命題の理解（「仮定」と「結論」を確認）させて、「証明」の「スタート」と「ゴール」を明確にして、「計算」によって、「仮定」から「結論」を導くことを押さえる。そして、「結論」がいえるためには、「どういう形まで式変形する必要があるか」を明確にさせて証明に取り組ませる。

#### ② 「計算の意味」の理解（計算結果の洞察を重視した読式の工夫1）

文字式による論証の論証過程では、整数概念の文字式による「証明」ができるようになるためには、「計算」において、「結論」を意味する形まで目的をもった式変形をすることができなければならない。そのために、「計算」において、計算結果の文字式が「結論」の意味を表しているといっただけではどうか、「計算結果の洞察を重視した読式」により、「計算および計算結果の文字式」と「具体的な場面での文字式の表す意味」との間を行き来する双方向の思考を実現し、「一般性の観点」から検討（討論）を行い、「結論」の意味を表す式まで変形する必要性（「計算の意味」）を理解させる。

#### ③ 発展的読式（計算結果の洞察を重視した読式の工夫2）

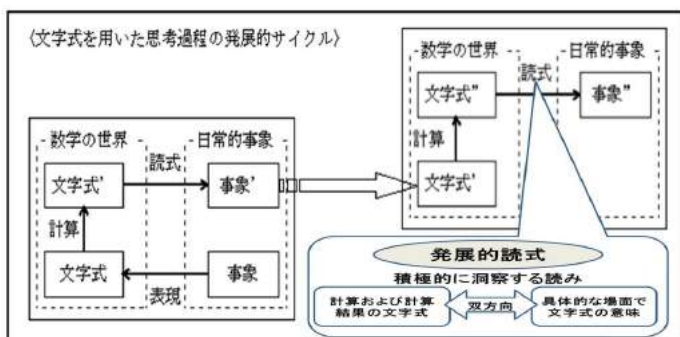


図4 文字式を用いた思考過程の発展的サイクル

証明した後に、「計算」した結果の文字式に戻り、計算結果を洞察することにより、必要に応じて式を変形をして、別の意味を読み取る学習活動を発展的読式と定義し、整数概念の文字式による「証明」の論証過程に組み込んでいる(樋口,2012)。この学習活動を意図的に取り入れることにより、「文字式の理解」を伸長でき、文字式の理解の水準を【水準Ⅱ】から【水準Ⅲ】に高めることができた(樋口, 2011,2012, 2014)。

#### ④ 積極的読式（計算結果の洞察を重視した読式の工夫3）

発展的読式を経験した生徒たちに、「結論」を帰納的な推論により発見させずに、計算結果を洞察することにより、必要に応じて式変形をして、計算結果から「結論」を読み取る学習活動を行う。これを「積極的読式」と定義する(樋口,2014)。この積極的読式を取り入れることにより、「文字式の理解」をさらに伸長できる。鈴木(2006)は、杉山(1990)、両角(1991)、三

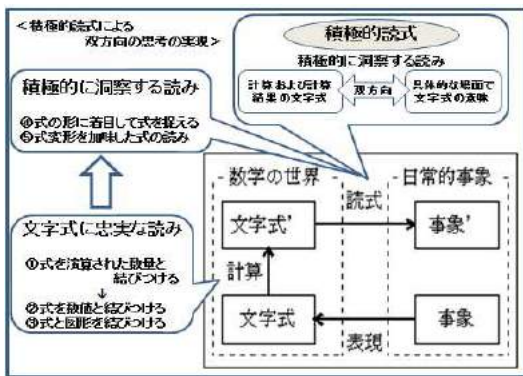


図5 積極的に読式による双方向の思考の実現

輪(1996)を基に、文字式の読み方について、「文字式に忠実な読み」と「積極的に洞察する読み」とに分け、「文字式に忠実な読み」→「積極的に洞察する読み」と読式の様相が深化していくことを分析している。本研究では、「証明」を問題解決スキーマに当てはめて、「ゴール」である「結論」の形まで見通しをもって式変形させているので、通常の「証明」における文字式の思考過程のサイクルでは、「積極的に洞察する読み」を行わせることは難しいが、図5に示したように「積極的に読式」を取り入れた思考過程では、「文字式に忠実な読み」だけでなく、「積極的に洞察する読み」により、文字式と文字式の意味における双方向の思考を実現できる。

#### IV 授業実践

##### 1. 文字式による論証能力の実態

###### (1) 「文字の理解」と「文字式の理解」の発達水準

調査問題と水準判定基準は、栗原(2003)を用いてきたが、樋口(2015b)における研究討議を受けて、「文字式の理解」の一般的な表現の調査問題を一部修正した(資料参照)。

3年論証学習前に、行った調査結果は次の通りである。  
(調査は、平成28年5月、3年生77人を対象)

文字の理解	n = 77		文字式の理解	n = 77	
[水準0]	1人	1.4%	【水準Ⅰ】	34人	44%
[水準Ⅰ]	10人	13%	【水準Ⅱ】	11人	14%
[水準Ⅱ]	53人	69%	【水準Ⅲ】	24人	31%
判定不能	3人	4%	判定不能	8人	10%

###### (2) 整数概念の「証明」能力の実態

3年論証学習前に、基本的な整数概念の「証明」について行った調査結果は次の通りである。  
(調査は、平成28年5月、3年生77人を対象)

命題「5で割って3余る数と5で割って2余る数との和は、5の倍数である。」

基本的な整数概念の「証明」 n = 77	
「証明」	「記号化」
0人 0%	0人 0% (13人17%)

※「記号化」のカッコ内の人数、%については、文字使用上の規約を理解しておらず、仮定の中の二つの数量を同じ文字を使って、記号化した人数とその割合。

※3人4%は違う文字を使って記号化できたが、文字を表す数の集合を表すことができなかった。

※「数の構造の理解」×の生徒は、50人で65%に当たる。

###### (3) 文字式による論証能力の段階の実態

3年論証学習前の、生徒の文字式による論証能力の段階の実態は次の通りである。

文字式による論証能力の段階	n = 77
『段階0』: 整数概念の基本的な証明ができない。	77人 100%
『段階Ⅰ』: 整数概念の基本的な証明ができる。・・・【水準Ⅱ】([水準Ⅱ])	0人 0%
『段階Ⅱ』: 論証の意義を理解して整数概念の基本的な証明ができる。・・・【水準Ⅲ】([水準Ⅱ])	0人 0%

##### 2. 授業実践のねらい

中学3年で、論証の素地が整っていない生徒たちに、洞察を重視した読式の工夫を具体化した授業を効果的に組み合わせ実践により、「論証の意義」を理解して「証明」できるようにする。『段階Ⅱ』を達成する(「証明」できる、文字の理解の[水準Ⅱ]、文字式の理解の【水準Ⅲ】を達成する)。次に示す手だてにより、段階的に、文字式による論証能力の伸長を図る。

(1) 具体例による洞察を重視した読式の工夫を具体化した授業実践（中学1年内容）

「証明」に必要な整数概念の「記号化」ができるようにする。さらに、それを支える「文字の理解」を〔水準Ⅱ〕に、「文字式の理解」を【水準Ⅱ】以上（【水準Ⅱ】【水準Ⅲ】）に高め、論証の学習素地を整える。

(2) 計算結果の洞察を重視した読式の工夫を具体化した授業実践（中学2年・3年内容）

論証の素地を整えた生徒たちに整数概念の「証明」ができるようにする。さらに、「文字式の理解」を【水準Ⅲ】に高める。

### 3. アプローチの修正

5次報告を受けて、「洞察を重視した読式の工夫」による論証指導を次のように修正する。

(1) 具体例による洞察を重視した読式の工夫の具体化（中学1年内容）

5次報告における一連の実験授業終了後の「証明」の調査では、「文字使用上の規約の理解」が完全でなく、任意の二つの数量を記号化するのに、同じ文字を使用してしまっただけのために「証明」できない生徒が多数いる結果であった。これは、初めは2年の内容を扱い、任意の二つの数量を扱うため違う文字を使用するが、その後3年の内容で扱う命題が、二つの連続する数量で同じ文字を使用するため、その枠組が影響したことが主な要因と考えられる。任意の二つの数量を記号化するためには違う文字を使用することを教師主導で確認するのではなく、生徒に考えて理解させる必要がある。一連の授業を振り返って、中学1年の内容である「具体例による洞察を重視した読式の工夫」を具体化した実験授業の「式の表す意味（整数概念）」と「式による数量の表し方（整数概念）」で扱った数量を再考すべきであると考えられる。5次報告では、2次報告（樋口,2013）のワークシートをそのまま用いた。ここでは、整数概念について、連続する奇数など、連続する二つの数量の読式と記号化は扱ったが、任意の二つの数量は扱わなかった。中学2年の内容である「計算結果の洞察を重視した読式の工夫」を具体化した実験授業において文字使用上の規約の理解を図るだけでなく、「式の表す意味（整数概念）」において、「 $m$ 、 $n$ が整数のとき $2m$ 、 $2n$ の意味を読む（読式）」、「式による数量の表し方（整数概念）」において、「 $m$ 、 $n$ が整数のとき、二つの奇数のすべての組み合わせを表す（記号化）」、といった任意の二つの数量の「読式」と「記号化」についても扱うことで改善できると考える。

○ 1年内容の整数概念の読式・記号化で任意の数量を扱う

・文字使用上の規約の理解

（同じ文字・違う文字を使った数量の意味を読む、さらに同じ文字・違う文字を使って数量を表す）

(2) 計算結果の洞察を重視した読式の工夫：発展的読式の修正（中学2年・3年内容）

5次報告の発展的な読式の実践における生徒の学びの事実や教師の具体的な支援の分析から、文字式の理解が進んできた学習指導終盤では、生徒は、具体例からの洞察ではなく、文字式からの洞察によって結論を表す文字式を洞察している思考の様相が明らかとなった。実際に、記号化した数量（文字式）に着目して考えるよう促したことにより、変形した式の意味を考えたり、記号化した数量を基に式変形をしたりすることができた。このことから、発展的読式において、記号化した数量（文字式）に着目させることが、結論を表す文字式を洞察して別の意味を読んだり、式を変形したりする際に有効であると考えられる。

○ 2・3年内容の発展的読式で記号化した数量に着目して計算結果の別の意味を読む

・文字式の理解の向上（【水準Ⅱ】→【水準Ⅲ】）

（文字式からの洞察により、違う意味（結論）を読む際に、「記号化」した数量（文字式）に着目して、計算結果の文字式を洞察する）

### 4. 指導計画

生徒の文字式による論証能力の実態を受けて、洞察を重視した読式の工夫を修正して具体化した学習活動を組み合わせて、次のような指導計画で、3年の「式と計算の利用」における基本的な整数概念の文字式による論証の学習指導を行う。

(1) 文字式による数量の一般的な表し方の理解・・・1年内容

- ① 文字式の表す数量の意味（読式）・・・実験授業Ⅰ  
「式の表す意味（割合概念）」  
ア) 文字式の理解（【水準Ⅰ】を【水準Ⅱ】に引き上げる）
- ② 整数概念の読式・記号化（整数概念の読式→記号化）・・・実験授業Ⅱ  
「式の表す意味（整数概念）」→「式による数量の表し方（整数概念）」  
具体例による洞察を重視した読式の工夫による「文字と文字式の理解」、「記号化」の伸長  
ア) 文字の変数としての理解、数の構造の理解  
（【水準Ⅱ】を達成，【水準Ⅱ】以上を達成，整数概念の「記号化」ができる）  
イ) 文字使用上の規約の理解・・・すべての組み合わせを表すには違う文字を使用する。  
続いた数の組み合わせを表すには同じ文字を使用する。
- ↓
- (2) 整数概念の文字式による証明・・・計算結果の洞察を重視した読式の工夫
- ③ 「奇数と奇数との和は？」・・・2年内容・・・実験授業Ⅲ  
ア) 論証過程の理解（文字式による論証展開シート）  
イ) 問題解決スキーマの適用とゴールの明確化による「証明の進め方の理解」  
ウ) 計算結果の洞察を重視した読式の工夫による「計算の意味」の理解  
・計算結果が結論の意味を表しているか。  
すべての場合で成り立つことを示すにはどのように式変形すればよいか。
- ↓
- ④ 「連続する2つの奇数の積に1を加えると？」・・・3年内容・・・実験授業Ⅳ+習熟  
ア) 表現の精練  $2n+1, 2n+3$ : ゴール  $4(n^2+2n+1) \rightarrow 4(n+1)^2$   
 $\rightarrow 2n-1, 2n+1$ : ゴール  $4n^2$   
イ) 発展的読式による文字式の理解の伸長（【水準Ⅱ】→【水準Ⅲ】）  
精練された表現の計算結果である  $4n^2$ （4の倍数）をもとに，記号化した数量に着目させて，式変形や変形した文字式の意味を読ませる．  $4n^2 = (2n)^2$  間の偶数の2乗  
それをもとに，  $4(n+1)^2 = (2n+2)^2$   
・・・習熟 「連続する2つの奇数の和は？」・・・2年内容  
ア) 発展的読式による文字式の理解の伸長（【水準Ⅱ】→【水準Ⅲ】）  
精練された表現の計算結果である  $4n$ をもとに，記号化した数量に着目させて，式変形  
や変形した文字式の意味を読ませる．  $4n = 2 \times 2n$  間の偶数の2倍
- ↓
- ⑤ 「連続する奇数の大きい方の平方から小さい方の平方をひいた差は？」・・・実験授業Ⅴ  
ア) 発展的読式による文字式の理解の伸長（【水準Ⅱ】→【水準Ⅲ】）  
精練された表現の計算結果である  $8n$ （8の倍数）をもとに，記号化した数量である  
 $2n-1$ と  $2n+1$ に着目させて，式変形や変形した文字式の意味を読ませる．  
 $8n = 4 \times$  を示して，  $8n = 4 \times 2n$  を考えさせる・・・間の偶数の4倍  
 $2n$ は，記号化した数量  $2n-1, 2n+1$ に着目するとどんな数量を表しているか。  
 $8n = 2 \times$  を示して，  $8n = 2 \times 4n$  を考えさせる  
 $4n$ は，記号化した数量  $2n-1, 2n+1$ に着目するとどんな数量を表しているか。  
気付いた生徒の意見から  $8n = 2 \times \{(\quad) \circ (\quad)\}$  を示して考えさせる  
 $8n = 2 \times \{(2n-1) + (2n+1)\}$ ・・・2つの奇数の和の2倍
- ↓
- ⑥ 「 $15 \times 15$   $25 \times 25$   $35 \times 35$  の計算のひみつは？」・・・実験授業Ⅵ  
ア) 積極的読式による文字式の理解の伸長（【水準Ⅱ】→【水準Ⅲ】）  
整数概念（有限事象）の「証明」と論証過程の考察  
「計算結果」の洞察から，2けたの整数の一の位どうしがどのような関係の時に発見した速算のひみつが成り立つか考える。  
 $(10x+y)(10x+z) = 100x^2 + 10x(y+z) + yz$  の考察  
 $y+z$ がどのような数になっているとき，発見した速算のひみつが成り立つのだろうか？

## 5. 授業実践の概要

5次報告に対して，アプローチを修正した実験授業Ⅱと実験授業Ⅴの概要を取り上げ紹介する。

### (1) 実験授業Ⅱ 整数概念の読式・記号化

・・・1年内容

「式の表す意味（整数概念）」→「式による数量の表し方（整数概念）」

2次報告・5次報告では，具体例による洞察を重視した読式の工夫を具体化した授業実践において扱う二つの数量は，連続する二つの数量のみであった。



<具体例による洞察で数の構造の理解と文字の変数の理解を図る>

実験授業Ⅱの整数概念の読式では、任意の二つの数量である、すべての偶数の組み合わせ、すべての奇数の組み合わせ、すべての5で割って3余る数と5で割って2余る数の組み合わせを扱

(1)  $2n$  } 2の倍数、偶数  
 $2 \times 1 = 2$   
 $2 \times 2 = 4$   
 $2 \times 3 = 6$  } 2の倍数、偶数  
 $2 \times (\text{整数})$

(2)  $3n$  } 3の倍数  
 $3 \times 1 = 3$   
 $3 \times 2 = 6$   
 $3 \times 3 = 9$  } 3の倍数  
 $3n$   
 $3 \times (\text{整数})$

(3)  $2n+1$  } 奇数  
 $2 \times 1 + 1 = 3$   
 $2 \times 2 + 1 = 5$   
 $2 \times 3 + 1 = 7$  } 奇数  
 $2n+1$   
 $2 \times (\text{整数}) + 1$  } 2で割って1余る数  
 $2 \times (\text{整数}) + 1$  } 奇数

(4)  $5n+3$  } 5で割って3余る数  
 $5 \times 1 + 3 = 8$   
 $5 \times 2 + 3 = 13$   
 $5 \times 3 + 3 = 18$  } 5で割って3余る数  
 $5n+3$   
 $5 \times (\text{整数}) + 3$

い、基本的には、「具体例からの洞察」→「文字式による洞察」の流れで文字式の表す意味を読んでいった。実際のワークシートでは、(5)(6)で連続する二つの数量を表す文字式を扱った後に、(7)(8)(9)で任意の二つの数量を表す文字式を扱った。

生徒の実態から、具体例からの洞察を重視すべきであると考え、「式の値」により具体例を三例求め、具体例から洞察し、それらの計算式や値を比較して、帰納的に共通していえるきまりや法則として「数の構造」や「文字式の表す意味」を発見した。次に、文字式に戻り式を洞察し、具体例から読み取った「数の構造」や「文字式の意味」を文字式で確認した。

<下位群の生徒のワークシートの実際>

(1)  $2n$  } 偶数  
 $2 \times 1 = 2$   
 $2 \times 2 = 4$   
 $2 \times 3 = 6$  } 偶数  
 $2 \times (\text{整数})$

(2)  $3n$  } 3の倍数  
 $3 \times 1 = 3$   
 $3 \times 2 = 6$   
 $3 \times 3 = 9$  } 3の倍数  
 $3n$   
 $3 \times (\text{整数})$

(3)  $2n+1$  } 奇数  
 $2 \times 1 + 1 = 3$   
 $2 \times 2 + 1 = 5$   
 $2 \times 3 + 1 = 7$  } 奇数  
 $2n+1$   
 $2 \times (\text{整数}) + 1$

(4)  $5n+3$  } 5で割って3余る数  
 $5 \times 1 + 3 = 8$   
 $5 \times 2 + 3 = 13$   
 $5 \times 3 + 3 = 18$  } 5で割って3余る数  
 $5n+3$   
 $5 \times (\text{整数}) + 3$

(5)  $2n+1$  } 奇数  
 $2 \times 1 + 1 = 3$   
 $2 \times 2 + 1 = 5$   
 $2 \times 3 + 1 = 7$  } 奇数  
 $2n+1$   
 $2 \times (\text{整数}) + 1$

(6)  $2n, 2n+2$  } 連続する2つの偶数  
 $2 \times 1 = 2$   
 $2 \times 2 = 4$   
 $2 \times 3 = 6$   
 $2 \times 4 = 8$   
 $2 \times 5 = 10$   
 $2 \times 6 = 12$  } 連続する2つの偶数

(7)  $2m, 2n$  } 偶数の組み合わせ  
 $2 \times 1 = 2$   
 $2 \times 2 = 4$   
 $2 \times 3 = 6$   
 $2 \times 4 = 8$   
 $2 \times 5 = 10$   
 $2 \times 6 = 12$  } 偶数の組み合わせ

(8)  $2m+1, 2n+1$  } 奇数の組み合わせ  
 $2 \times 1 + 1 = 3$   
 $2 \times 2 + 1 = 5$   
 $2 \times 3 + 1 = 7$   
 $2 \times 4 + 1 = 9$   
 $2 \times 5 + 1 = 11$   
 $2 \times 6 + 1 = 13$  } 奇数の組み合わせ

(9)  $5m+3, 5n+2$  } 5で割って3余る数と5で割って2余る数の組み合わせ  
 $5 \times 1 + 3 = 8$   
 $5 \times 2 + 3 = 13$   
 $5 \times 3 + 3 = 18$   
 $5 \times 1 + 2 = 7$   
 $5 \times 2 + 2 = 12$   
 $5 \times 3 + 2 = 17$  } 5で割って3余る数と5で割って2余る数の組み合わせ

取り上げたワークシート（以下 WS.とする）は下位群と中位群の生徒のものである。

下位群の生徒の WS.は、(1)「偶数」、(2)「3の倍数」、(3)「奇数」までは、具体例からの洞察による「計算および計算結果の文字式」と「具体的な場面での文字式の意味」の間の双方向の思考で考えを進めている。(4)については、同じく具体例を三例求め具体例からの洞察を進めたが、結果を比較しても共通していえるきまりや法則として「5で割って3余る数」を発見することは困難であった。そこで、式の洞察に移り、式から「数の構造」と「文字式の表す意味」をとらえた。

それに対して、中位群の生徒の WS.は、(1)から、文字式からの洞察や類推により文字式の意味を読み、その後、具体例による洞察でその意味を確かめている。文字の理解や数の構造の理解が進んだ生徒は、整数概念を表す文字式を「具体例による洞察」ではなく、「文字式による洞察」でその意味を読み、「具体例による洞察」で確かめていることが分かる。

そして、連続する二つの数量の読式までは、「文字式による洞察」によって、文字式の表す意味を読んでいる。実際の WS.の (5)(6)において、文字式による洞察で文字式の表す数量の意味を読み、その後、具体例による洞察で連続する二つの整数と連続する二つの偶数を表していることを確かめていることが分かる。

<修正したワークシートの実際・中位群>

(5)  $2n+1$  } 奇数  
 $2 \times 1 + 1 = 3$   
 $2 \times 2 + 1 = 5$   
 $2 \times 3 + 1 = 7$  } 奇数  
 $2n+1$   
 $2 \times (\text{整数}) + 1$

(6)  $2n, 2n+2$  } 連続する2つの偶数  
 $2 \times 1 = 2$   
 $2 \times 2 = 4$   
 $2 \times 3 = 6$   
 $2 \times 4 = 8$   
 $2 \times 5 = 10$   
 $2 \times 6 = 12$  } 連続する2つの偶数

(7)  $2m, 2n$  } 偶数の組み合わせ  
 $2 \times 1 = 2$   
 $2 \times 2 = 4$   
 $2 \times 3 = 6$   
 $2 \times 4 = 8$   
 $2 \times 5 = 10$   
 $2 \times 6 = 12$  } 偶数の組み合わせ

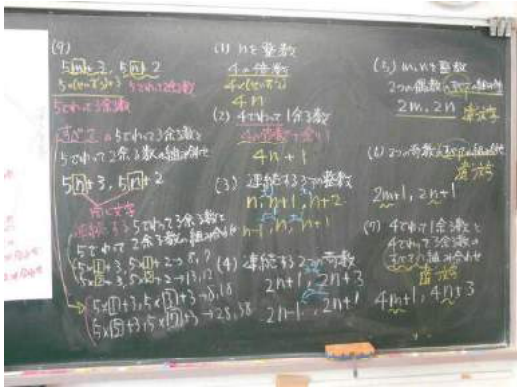
(8)  $2m+1, 2n+1$  } 奇数の組み合わせ  
 $2 \times 1 + 1 = 3$   
 $2 \times 2 + 1 = 5$   
 $2 \times 3 + 1 = 7$   
 $2 \times 4 + 1 = 9$   
 $2 \times 5 + 1 = 11$   
 $2 \times 6 + 1 = 13$  } 奇数の組み合わせ

(9)  $5m+3, 5n+2$  } 5で割って3余る数と5で割って2余る数の組み合わせ  
 $5 \times 1 + 3 = 8$   
 $5 \times 2 + 3 = 13$   
 $5 \times 3 + 3 = 18$   
 $5 \times 1 + 2 = 7$   
 $5 \times 2 + 2 = 12$   
 $5 \times 3 + 2 = 17$  } 5で割って3余る数と5で割って2余る数の組み合わせ

任意の二つの数量の読式では、それまでは、「文字式による洞察」→「具体例による洞察」で文字式の意味を読んでいたのに対して、「具体例による洞察」でmとnの二つの文字に具体的に任意の組み合わせで整数を代入して、その結果（計算式も含む）を三例比較して共通しているきまりや法則として、任意の二つの数量の意味を読み、その後、「文字式を洞察」して確かめていることが分かる。

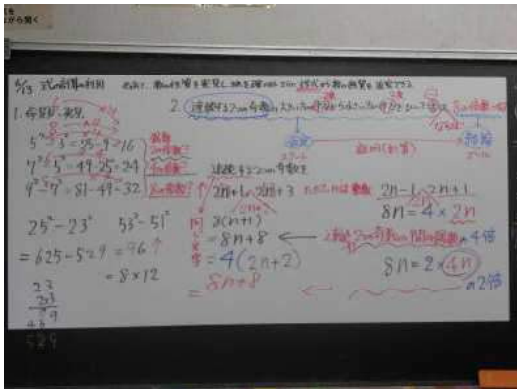
これにより、違う文字を用いるとすべての組み合わせ（任意の二つの数量）を表すことを理解することができた様子が窺える。

<連続する二数量と任意の二数量・中位群>



＜任意の二数量の記号化を確認した板書＞

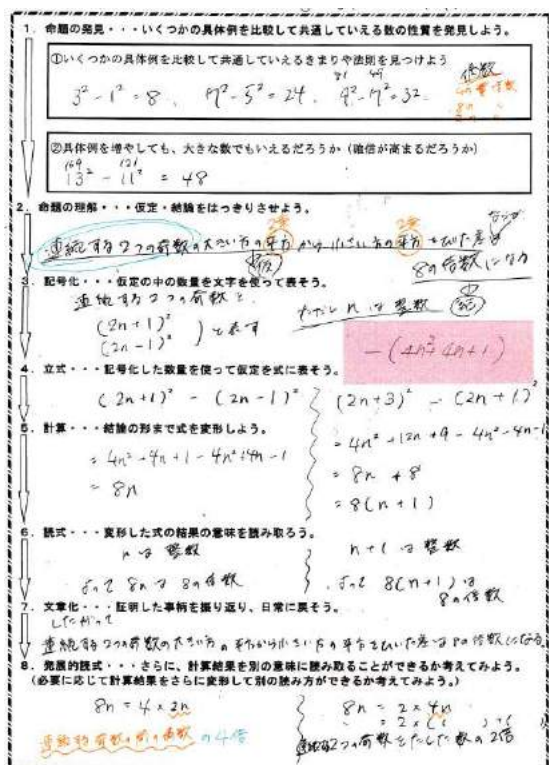
(2) 実験授業V「連続する奇数の大きい方の平方から小さい方の平方をひいた差は？」3年内容「発展的読式」の授業



＜記号化した数量に着目した発展的読式＞

ろうか？」と教師が投げかけ、計算結果である  $8n$  を別の式変形をして、違う結論を読むように促した。式変形ができ、記号化した数量を基に別の意味(結論)を読むことができた生徒が数名いたため、指名して考え方の枠組を発表させた。

実際に、 $8n = 2 \times \bigcirc$  という枠組が出され、中位群の生徒の論証展開シートにあるように、ほとんどの生徒が  $2 \times 4n$  までは式変形することができたが、その後の式変形や別の意味を読み取ることができず悩む生徒が多かった。そこで、「 $4n$  はどんな数量を表しているのだろうか？」



＜中位群の生徒の論証展開シートの実際＞

実験授業Ⅱの整数概念の記号化では、読式と同様に連続する数量の後に、任意の二つの数量を扱った。

実際には、連続する三つの整数、連続する二つの奇数を確認し、その後、 $m, n$  を整数として、二つの偶数のすべての組み合わせ、二つの奇数のすべての組み合わせ、4で割って1余る数と4で割って3余る数のすべての組み合わせを扱い確認した。

多くの生徒が、読式において、連続する数量と任意の数量を表す文字使用上の規約を理解することができていたので、記号化においても、同じ文字、違う文字を使い分けて用いることができていた。

発展的読式では、精錬された表現の計算結果である  $8n$  を式変形をして、別の意味を読むよう自力解決を促した。多くの生徒が、文字式を洞察したり、これまでの学習経験から類推したりして、 $4 \times 2n$  と式変形をすることができた(式変形できない生徒には  $4 \times \bigcirc$  という枠組を示した)。

「記号化した数量である  $2n-1$  と  $2n+1$  に着目して  $4 \times 2n$  の意味を読んでみよう」と促した結果、多くの生徒が、 $2n$  が連続する奇数の間の偶数であることに気付き、「連続する二つの奇数の間の偶数の4倍」と読むことができた。次に、「さらに、別の意味を読むことができないだ

ろうか？」と教師が投げかけ、計算結果である  $8n$  を別の式変形をして、違う結論を読むように促した。式変形ができ、記号化した数量を基に別の意味(結論)を読むことができた生徒が数名いたため、指名して考え方の枠組を発表させた。

実際に、 $8n = 2 \times \bigcirc$  という枠組が出され、中位群の生徒の論証展開シートにあるように、ほとんどの生徒が  $2 \times 4n$  までは式変形することができたが、その後の式変形や別の意味を読み取ることができず悩む生徒が多かった。そこで、「 $4n$  はどんな数量を表しているのだろうか？」

4. 発展的読式・・・さらに、計算結果を別の意味に読み取ることができるか考えてみよう。(必要に応じて計算結果をさらに変形して別の読み方ができるか考えてみよう。)

$8n + 8 = 4(2n+2) \rightarrow$  連続する2つの奇数の間の偶数の4倍  
 $8n = 4(2n) \rightarrow$  連続する2つの奇数の間の偶数の4倍  
 $8n + 8 = 2(4n+4) \rightarrow$  連続する2つの奇数の間の偶数の2倍の2倍  
 $8n = 2 \times 4n \rightarrow$  連続する2つの奇数の間の偶数の2倍  
 $2 \times \{(2n+1) + (2n-1)\}$

＜上位群の生徒の証明シートの実際：発展的読式抜粋＞

と教師が投げかけ、 $4n$  の正体を明らかにするよう促した。すると、生徒から「4の倍数」と意見が出されたが、「記号化した数量に着目すると、 $4n$  の正体をさらに明らかにできる！」と教師が返して、さらなる洞察を促した。その結果、全体の1/3程度の生徒が、記号化した数量である  $2n-1$  と  $2n+1$  から、 $4n$  の正体に気付くことができた。ここで、 $4n$  の正体に気付いた生徒が、「 $2n-1$  と  $2n+1$  をどうすると  $4n$  になるのか考えればよい」と発言した。 $8n = 2 \times \{( \quad ) \bigcirc ( \quad ) \}$  という枠組を示した。これにより、それまで  $4n$  の正体に気付くことができなかった生徒も、計算結果を、 $8n = 2 \times \{(2n-1) + (2n+1)\}$  と変形し、「連続する二つの奇数をたした数の2倍」と読むことができた。

## V 検証

### 1. 文字式による論証能力の変容

#### (1) 「文字の理解」と「文字式の理解」の発達水準

##### ① 3年 論証学習前（調査は、平成28年5月、3年生 77人を対象）

文字の理解 n = 77			文字式の理解 n = 77		
[水準0]	11人	14%	【水準Ⅰ】	34人	44%
[水準Ⅰ]	10人	13%	【水準Ⅱ】	11人	14%
[水準Ⅱ]	53人	69%	【水準Ⅲ】	24人	31%
判定不能	3人	4%	判定不能	8人	10%

##### ② 3年 論証学習後（調査は、平成28年6月、3年生 74人を対象）

文字の理解 n = 74			文字式の理解 n = 74		
[水準0]	2人	3%	【水準Ⅰ】	22人	30%
[水準Ⅰ]	9人	13%	【水準Ⅱ】	5人	7%
[水準Ⅱ]	62人	84%	【水準Ⅲ】	46人	62%
判定不能	1人	1%	判定不能	1人	1%

#### (2) 整数概念の「証明」能力の実態

##### ① 3年 論証学習前（調査は、平成28年5月、3年生77人を対象）

命題「5で割って3余る数と5で割って2余る数との和は、5の倍数である。」

基本的な整数概念の「証明」 n = 77	
「証明」	「記号化」
0人 0%	0人 0% (13人17%)

※「記号化」のカッコ内の人数、%については、文字使用上の規約を理解しておらず、仮定の中の二つの数量を同じ文字を使って、記号化した人数とその割合。

※「数の構造の理解」×の生徒は、50人で65%に当たる。

##### ② 一連の実験授業終了後（調査は、平成28年6月、3年生74人を対象）

命題「4で割って1余る数と4で割って3余る数との和は、4の倍数である。」

基本的な整数概念の「証明」 n = 74	
「証明」	「記号化」
34人 46%	35人 47% (36人 49%)

※ 3年の内容で扱う命題が、二つの連続する数量であったため、その枠組が影響し、記号化において同じ文字を使用してしまった生徒が多く見られた。

「記号化」の(カッコ)内が同じ文字を使用した生徒数と割合である。

##### ②' 5次報告における一連の実験授業終了後（調査は、平成27年6月、3年生106人を対象）

命題「5で割って2余る数と5で割って3余る数との和は、5の倍数である。」

基本的な整数概念の「証明」 n = 106	
「証明」	「記号化」
36人 34%	42人 40% (34人 32%)

※ 3年の内容で扱う命題が、二つの連続する数量であったため、その枠組が影響し、記号化において同じ文字を使用してしまった生徒が多く見られた。

「記号化」の(カッコ)内が同じ文字を使用した生徒数と割合である。

##### ③ 文字使用上の規約の再確認後（調査は、平成28年6月、3年生74人を対象）

文字使用上の規約の再確認後、行った調査結果は次の通りである。

命題「7で割って5余る数と7で割って2余る数との和は、7の倍数である。」

基本的な整数概念の「証明」 n = 74	
「証明」	「記号化」
61人 82%	62人 84%

※ ②で記号化において同じ文字を使用していた生徒のほとんどが、文字使用上の規約を再確認することができ、違う文字を使用して記号化することができ、「証明」もできるようになった。

	(10人 14%)
--	-----------

「記号化」の(カッコ)内が同じ文字を使用した生徒数と割合である。

③' 5次報告における文字使用上の規約の再確認後(平成27年6月, 3年生106人を対象)

文字使用上の規約の再確認後, 行った調査結果は次の通りである。

命題「3で割って1余る数と3で割って2余る数との和は, 3の倍数である。」

基本的な整数概念の「証明」 n = 106	
「証明」	「記号化」
64人 60%	73人 69% (11人 10%)

※ ②' で記号化において同じ文字を使用していた生徒のほとんどが, 文字使用上の規約を再確認することができ, 違う文字を使用して記号化することができ, 「証明」もできるようになった。  
「記号化」の(カッコ)内が同じ文字を使用した生徒数と割合である。

(3) 文字式による論証能力の段階の実態

論証学習後の, 生徒の文字式による論証能力の段階の実態は次のようになった。

① 3年 論証学習前(調査は, 平成28年5月, 3年生77人を対象)

文字式による論証能力の段階	n = 77
『段階0』: 整数概念の基本的な証明ができない.	77人 100%
『段階1』: 整数概念の基本的な証明ができる. . . . .【水準II】([水準II])	0人 0%
『段階2』: 論証の意義を理解して整数概念の基本的な証明ができる. . . . . .【水準III】([水準II])	0人 0%

② 一連の実験授業終了後(調査は, 平成28年6月, 3年生74人を対象)

文字式による論証能力の段階	n = 74
『段階0』: 整数概念の基本的な証明ができない.	40人 54%
『段階1』: 整数概念の基本的な証明ができる. . . . .【水準II】([水準II])	9人 12%
『段階2』: 論証の意義を理解して整数概念の基本的な証明ができる. . . . . .【水準III】([水準II])	25人 34%

③ 文字使用上の規約の再確認後(調査は, 平成28年6月, 3年生74人を対象)

文字式による論証能力の段階	n = 74
『段階0』: 整数概念の基本的な証明ができない.	13人 18%
『段階1』: 整数概念の基本的な証明ができる. . . . .【水準II】([水準II])	15人 20%
『段階2』: 論証の意義を理解して整数概念の基本的な証明ができる. . . . . .【水準III】([水準II])	46人 62%

2. 考察

(1) 「文字の理解」と「文字式の理解」について

「文字の理解」は, [水準II] を達成した生徒が70%から84%に増加し, 大幅に向上した。また, 「文字式の理解」も, 【水準III】を達成した生徒が32%から62%に増加し, 大幅に向上した。これは, 本研究実践の有効性を裏付けるものである。中学3年で「文字の理解」と「文字式の理解」の伸長(挽回)を図る本研究実践の有効性を明らかにすることができた。

2次報告(樋口,2013)・3次報告(樋口,2014)を基に分析すると, 「具体例による洞察を重視した読式の工夫」による実験授業Iと実験授業IIにより, 「文字の理解」を[水準II]に, 「文字式の理解」を【水準II】以上に引き上げることができたと考えられる。さらに, 「計算結果の洞察を重視した読式の工夫」による実験授業III~VIによって, 「文字式の理解」を【水準II】から【水準III】に引き上げることができたと考える。特に, 発展的読式において, 記号化した数量(文字式)に着目させて計算結果を洞察したことにより, 文字式の理解を高めることができた。

中学3年であっても, 生徒の実態に応じて, 中学1年の「具体例による洞察を重視した読式の工夫」→中学2年・3年の「計算結果の洞察を重視した読式の工夫」の流れで授業を構想・実践することが有効であると結論付ける。



## (2) 整数概念の「証明」能力について

「文字使用上の規約の理解」向上のためにアプローチを修正して、実験授業Ⅱを行った。一連の実験授業後の結果では、「証明」できた生徒が46%、「記号化」できた生徒が47%と5次報告の結果（「証明」できた生徒が34%、「記号化」できた生徒が40%）よりも上回り、修正したアプローチの有効性を示すことができた。しかし、5次報告と同様に、3年の内容で扱う命題が、二つの連続する数量であったため、その枠組が影響し、任意の二つの数量を同じ文字を使用して記号化した生徒が49%もいる結果であった。同じ文字を使用してしまった生徒たちのほとんどが、文字の変数としての理解、数の構造の理解、論証過程の理解、証明の考えの進め方の理解がすべてできており、実際に、43%の生徒が記号化で同じ文字を使用してしまったことを除くと証明ができていた状況であった。そこで、再度、「文字使用上の規約」を確認したことにより、違う文字を使用して「記号化」でき、「証明」もできるようになった。その結果、「証明」できる生徒が、論証学習前の0%から82%に増加し、大幅に向上した。また、「記号化」についても、0%から84%に増加し、大幅に向上した。中学3年だけの学習指導で「証明」できる生徒が0%から82%に増加したことは、本研究実践の有効性を裏付けるものである。中学3年で「記号化」と「証明」能力の伸長（挽回）を図る本研究実践の有効性を明らかにすることができた。また、5次報告では、「文字使用上の規約」の確認後、最終的に「証明」できた生徒は60%、「記号化」できた生徒は69%であった。5次報告との結果比較からも、本研究で修正したアプローチの有効性を明らかにすることができた。

## (3) 文字式による論証能力について

『段階Ⅱ』を達成した生徒が、論証学習前の0%から62%に増加し、大幅に向上した。中学3年だけの学習指導で『段階Ⅱ』を達成した生徒が0%から62%に増加したことは、本研究実践の有効性を裏付けるものである。本研究実践により、文字式による論証能力を大いに伸長することができ、「論証の意義」理解して「証明」できる生徒の育成に迫ることができた。中学3年で文字式による論証能力の伸長（挽回）を図る本研究実践の有効性を明らかにすることができた。また、5次報告では、『段階Ⅱ』を達成した生徒は48%であった。5次報告との結果比較からも、本研究で修正したアプローチの有効性を明らかにすることができた。

## V 研究のまとめ

### 1. 成果

洞察を重視した読式の工夫による論証指導を修正し効果的に組み合わせた学習指導により、文字式による論証能力を大いに伸長し、中学3年だけの学習指導で「論証の意義」を理解して「証明」できる生徒の育成に迫ることができた。これは、中学3年間分の文字式による論証能力を挽回することができたことを意味する。また、本研究により、中学3年において、文字式による論証能力を伸長し、中学3年間分を挽回する効果的なアプローチを明らかにすることができた。

### 2. 課題

記号化における「文字使用上の規約の理解」向上のために、具体例による洞察を重視した読式の工夫を修正して任意の二つの数量を扱った整数概念の読式→記号化の実験授業Ⅱを行った。5次報告の結果との比較では、修正したアプローチの有効性を明らかにすることができたが、5次報告同様、一連の実験授業終了後の調査では、任意の二つの数量を記号化するのに、同じ文字を使用したために「証明」できない生徒が多数いる結果であった。これは、3年の内容で扱う命題が、二つの連続する数量で同じ文字を使用するため、その枠組が影響することが主な要因である。

國宗他(1997)には、任意の二つの数量を扱った基本的な整数概念の証明における記号化で同じ文字を使用する段階が、証明ができる前段階であると考察されている。本研究(6次報告)や5次報告における生徒の反応は、國宗他(1997)における対象生徒と同様の認知発達を遂げた結果であると考えられる。それまで証明ができなかった生徒が、文字の変数としての理解、数の構造の理解、論証過程の理解、証明の考えの進め方の理解をすべて達成して、証明ができるための最後の段階が文字使用上の規約の理解であると結論付ける。その意味では、結果的に、5次報告・6次報告において、一連の実験授業後に文字使用上の規約を確認したことは、証明ができるようになるための最後の段階を達成するために必要な学習指導であったと言える。

それでは、さらに、文字使用上の規約の理解を向上させるために、一連の実験授業で取り入れたアプローチの修正について言及したい。

5次報告・6次報告における学習指導と生徒の反応を受けて、積極的な読式を取り入れる実験授業VIを、3年内容で任意の二つの数量を扱う内容に修正する。

実験授業Vまでは、具体例から命題を発見し、「ゴール」である「結論」の形まで、見通しを立てて計算していたが、具体例から結論を発見せずに計算や計算結果の文字式を洞察して、「結論」を読み取る学習活動である。

例)「6で割って2余る数と6で割って3余る数との積はどのような数になるだろうか？」

具体例から結論を発見せずに、仮定にある数量を記号化して計算することで計算結果の文字式の意味を読み取り結論を明らかにしてみよう。

6で割って2余る数を $6m+2$ ，6で割って3余る数を $6n+3$ とおく。

ただし， $m$ ， $n$ は整数。

$$(6m+2)(6n+3)$$

$$= 36mn + 18m + 12n + 6$$

$$= 6(6mn + 3m + 2n + 1)$$

6の倍数

$$= 6(3m(2n+1) + (2n+1))$$

$$= 6(3m+1)(2n+1)$$

3で割って1余る数と奇数の積を6倍した数

#### <参考文献>

- 國宗 進編著(1997)『確かな理解をめざした文字式の学習指導』 明治図書
- 栗原秀文(2003)「文字式による立式能力の育成に関する研究」『群馬大学修士論文』(未公開)
- 杉山吉茂(1990)「式をよむことについて」『学芸大数学教育研究 第2号』
- 鈴木敬介(2006)「「式を読む」に焦点をあてた文字式の授業改善に関する研究」『日本数学教育学会 第39回数学教育論文発表会論文集』
- 樋口孝行(2005)「図形の論証能力育成に関する研究 ～解析的思考によるサブゴール方略をアプローチの核として～」『日本数学教育学会 第38回数学教育論文発表会論文集』
- 樋口孝行(2011)「文字式による論証能力育成に関する研究 ～発展的読式をアプローチの核として～」『日本数学教育学会 第93回 全国算数数学教育研究(神奈川)大会発表資料』
- 樋口孝行(2012)「文字式による論証能力育成に関する研究 ～発展的読式を取り入れた学習指導の改善～」『日本数学教育学会 第45回 数学教育論文発表会論文集』
- 樋口孝行(2013)「文字式による論証能力育成に関する研究・2次報告 ～具体例による洞察を重視した読式の工夫～」『日本数学教育学会 第95回 全国算数数学教育研究(山梨)大会発表資料』
- 樋口孝行(2014)「文字式による論証能力育成に関する研究・3次報告 ～計算結果の洞察を重視した読式の工夫による証明指導～」『日本数学教育学会 第96回 全国算数数学教育研究(鳥取)大会発表資料』
- 樋口孝行(2015a)「文字式による論証能力育成に関する研究・4次報告 ～洞察を重視した読式の工夫による論証指導～」『日本数学教育学会 第97回 全国算数数学教育研究(北海道)大会発表資料』
- 樋口孝行(2015b)「文字式による論証能力育成に関する研究 ～具体例による洞察を重視した読式の工夫～」『日本数学教育学会 第48回 秋季数学教育論文発表会論文集』
- 樋口孝行(2016)「文字式による論証能力の育成に関する研究・5次報告 ～洞察を重視した読式の工夫を手だてとした論証能力の挽回～」『日本数学教育学会 第98回 全国算数数学教育研究(岐阜)大会 発表資料』
- 三輪辰郎(1996)「文字式の指導序説」『筑波数学教育研究 第15号』
- 両角達男(1991)「学校数学における「式を読む」ことに関する一考察」『筑波数学教育研究 第10号』

<資料>「文字の理解」と「文字式の理解」の水準判定問題と判定基準

栗原(2003)の「文字式の理解」の水準判定問題を一部修正

【文字の理解】

1. 1つの代わりという理解について

次の( )の中に当てはまるものを書きなさい。

- (1)  $b = 1$  のとき,  $b + b = ( \quad )$
- (2)  $a = 2$  のとき,  $3a + 2 = ( \quad )$
- (3)  $x + 3 = 8$  のとき,  $x = ( \quad )$
- (4)  $x = y + z$ ,  $x + y + z = 30$  のとき,  $x = ( \quad )$

2. いろいろな数の代わりという理解について

(1)  $n$  を 1 けたの自然数とすると,  $n + 2$  が表す数を考えられるだけ書きなさい。ただし, 自然数とは, 1, 2, 3, 4, 5... という数のことです。

(2) 次の式を, 文字  $x$  を使って 1 つの式で表しなさい。

$$\begin{array}{l} 15 + 1 \\ 15 + 2 \\ \vdots \\ 15 + 8 \\ 15 + 9 \end{array}$$

(3)  $a + b = 8$  にあてはまる自然数の組  $(a, b)$  を思いっただけ書きなさい。

【文字の理解】の発達水準の判定基準

	1 (4問中)	2 (3問中)
[水準0]	---3問未満-----	2問未満
[水準I]	3問以上	---2問未満----
[水準II]	3問以上	2問以上

【文字式の理解】

3. 操作とともに結果としてとらえられるという理解について

(1)  $3n$  に 4 をたすと結果はどうなりますか。 答え

(2)  $a + b = 5$  のとき,  $a + b + c = ( \quad )$

(3) 1 個  $a$  円のリンゴと, 1 個  $b$  円のみかんがある。このとき, 「 $2a + 3b$ 」は何を表していますか。言葉で書きなさい。

(4) あるゲームの得点で,  $x$  点の人が 5 人, 3 点の人が 3 人いました。このとき, 得点の平均を求めなさい。 答え

4. 一般的な表現ととらえられるという理解について

(1)  $n$  を 2 以上の自然数とすると,  $2n - 3$  は何を表していますか。ただし, 自然数とは, 1, 2, 3, 4, 5... という数のことです。

(2) 「 $n$  を奇数とすると,  $n + 1$  は偶数を表す」というときの意味として, 次のうち適切と思われるものを選びなさい。

- ①  $n$  は 1 つの奇数しか表わさないで,  $n + 1$  はある 1 つの偶数を表す。
- ②  $n + 1$  の  $n$  に適当な奇数を代入すると,  $n + 1$  は偶数を表すことがある。
- ③  $n + 1$  の  $n$  にどんな奇数を代入しても,  $n + 1$  は偶数を表す。
- ④  $n + 1$  は数ではなく, 「偶数」という言葉の代わりを表す。

← 修正箇所

(3)  $x$  を 1 ~ 9,  $y$  を 0 ~ 9 までの整数とすると,  $10x + y$  は何を表していますか。 答え

【文字式の理解】の発達水準の判定基準

	1 (4問中)	2 (3問中)
【水準I】	---3問未満-----	2問未満
【水準II】	3問以上	---2問未満----
【水準III】	3問以上	2問以上



# ともに学ぶ算数・数学授業の創造

## ～数学的活動を生かした関数指導～

みどり市立大間々中学校  
茂木 亜希子

### I サブテーマ設定の理由

学習指導要領では、数学科の目標として「数学的活動を通して、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」と示されており、数学的活動を通じた指導の一層の充実が挙げられている。

「数学的活動」とは、生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学に関わりのある様々な営みであり、「既習事項を基にして数や図形の性質などを見いだす活動」「日常生活や社会で数学を利用する活動」「数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動」の3つの活動が示されている。これらの活動を授業に工夫して取り入れることにより、生徒は数学を学ぶことに楽しさを感じ、学ぶ意義を実感し、数学への関心・意欲を高めることができると考えられる。

本校の1年生の生徒は、正負の数の四則計算や、一次式の加法・減法の計算などの問題には意欲的に取り組み、与えられた課題をやり遂げようと努力することができる。その一方で、思考の過程や判断の根拠を問う問題になると、なぜそのような答えになるのか考えられなかったり、分かっているでも発表を控えてしまったりする傾向が見られる。中には数学に苦手意識をもっていて、受け身の姿勢で学習していたり、数学の学習は将来役に立たないと思っていたりする生徒も少なくない。数学を得意とする生徒の中にも、「どうして数学の勉強をしなくてはいけないのですか」「数学が何の役に立つのですか」などと質問してくる生徒も見られ、どのように数学が役に立つのか理解している生徒は少ないと思われる。本来、数学には問題を能率的に処理できるよさや、科学技術を支え、生活に役立っているなどの有用性がある。しかし、こうした数学のよさや日常生活との結びつき、数学の必要性や有用性を実感することができないことで、数学を学習することに意義を見いだせないでいると考えられる。

そこで、日常生活に結びついた具体的な事象に触れ、数学的活動を生かした授業づくりをすることで、生徒が数学の学習に意欲的に取り組み、数学の必要性や有用性を実感をともなって理解できると考え、サブテーマを設定した。

### II 研究目標

「関数」領域の学習において、日常生活や社会における具体的事象と関連した数学的活動を行うことは、数学の有用性を実感し、意欲的に学習に取り組む生徒を育成するために有効であることを、実践を通して明らかにする。

### III 研究内容

学習指導要領では、「数学的活動」を

- ア 数や図形の性質などを見いだす活動
- イ 数学を利用する活動
- ウ 数学的に説明し、伝え合う活動

の3つに分けて示されていて、ウの活動は、アとイの活動と相互に関連し、一連のものとして行われるものである。

本研究では、「イ 数学を利用する活動」を授業に取り入れていくことにより、日常生活の中で数学が応用されたり役に立っていたりする有用性を実感し、意欲的に学習に取り組むことができるようにしたいと考えた。そこで、単元を通して、日常生活にある身近な事象を扱い、数学と日常生活の事象を結びつけながら学習を進められるように学習課題を設定し、数学を日常生活で利用していたことに気付かせたり、利用できそうだと感じさせられたりすることによって「数学は役に立つ」という有用性を実感し、数学を学習することの意義を見いだせるようにしていく。

その際、「ウ 数学的に説明し、伝え合う活動」を取り入れ、表・式・グラフを用いて表現したり説明したりする活動を行うことにより、関数における理解を深め、学ぶ楽しさを実感し、数学の学習に意欲的に取り組む生徒の育成につながると考えた。

#### IV 実践例

1 単元名 比例と反比例

2 ねらい

具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係を見いだし表現し考察する能力を培う。

##### ①実践例1 「紙の枚数・折り鶴」

本時のねらい

身の回りの問題を、比例や反比例の関係を利用して解決することができる。

準備

教科書、ノート、ワークシート、紙の束、A4のコピー用紙（500枚）

折り鶴、千羽鶴の写真

展開

過程	学習活動	支援および留意点
導入	<p>1. 本時の課題をつかむ。</p> <div style="border: 1px solid green; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>学習課題（イ 数学を利用する活動） 「大量のA4の紙があります。この紙がおよそ何枚あるか調べたいとき、どのようにして調べればよいでしょうか。」</p> </div>	<p><b>イ 数学を利用する活動</b> <b>日常生活にある具体的な問題場面を課題として設定する。</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 実際に、「大量のA4の紙」を用意することで、関心を持たせるとともに視覚的なイメージをもたせる。</li> <li>• 予想を立てさせるようにし、実際に調べてみたいという意欲を持たせる。</li> <li>• 学習課題に対して、どのようにすれば解決できるのか見通しを持たせる。</li> </ul>

展開

2. グループで課題を追求する。



○何枚くらいあるのか予想する。

- 500枚の束と比較すると、3倍くらいの高さかな

○調べる方法を考える。

- 数える
- 紙1枚の重さと全体の重さが分かればよい
- 500枚の束と比較する
- 500枚の束の重さと求めたい紙の重さが分かればよい
- 500枚の束の高さと求めたい紙の高さが分かればよい



○課題を解決する。

ア 表 (横に見る)

		2.8 倍	
重さ (kg)	2	→	5.6
枚数 (枚)	500	→	x
		2.8 倍	

$$x = 500 \times 2.8$$

$$x = 1400$$

1400 枚

ウ 比例式

求めたい紙の枚数を  $x$  枚とすると

$$500 : x = 2 : 5.6$$

$$2x = 2800$$

$$x = 1400$$

1400 枚

オ 比例の関係を式に表す

紙の重さ :  $y$ kg 紙の枚数 :  $x$ 枚  
 500枚 → 2kg  
 1枚 → 0.004kg

$$y = 0.004x$$

$$5.6 = 0.004 \times x$$

$$x = 1400 \quad \underline{\underline{1400 枚}}$$

イ 表 (縦に見る)

重さ (kg)	2	250 倍	5.6	250 倍
枚数 (枚)	500		x	

$$x = 5.6 \times 250$$

$$x = 1400$$

1400 枚

エ 比例の関係を式に表す

紙の重さ :  $x$ kg 紙の枚数 :  $y$ 枚

2kg → 500枚

1kg → 250枚

$$y = 250x$$

$$y = 250 \times 5.6$$

$$y = 1400 \quad \underline{\underline{1400 枚}}$$

カ 紙の高さから枚数を求める

求めたい紙の高さ 12.6cm

500枚の紙の束の高さ 4.5cm

求めたい紙を  $x$  枚とすると

$$500 : x = 4.5 : 12.6$$

$$x = 1400$$

1400 枚


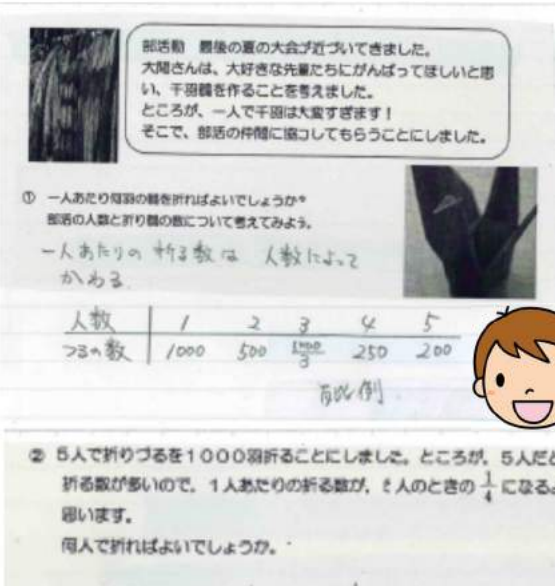

- 「大量の A4 の紙」と「500 枚の紙の束」を並べて提示することで、およその枚数を予想できるようにし、数えるのは大変であることを実感させる。
- はかりや定規を使って実測することで、紙 1 枚の重さや高さよりも、数枚分の重さや高さをはかる方がよいことに気付くようにする。

比例の関係を使うことは分かったけど...1枚の重さと軽すぎて量れない...



500枚の束を利用すればいいんじゃないか

- 解決できたグループには他の方法で解決できないか考えるように促し、多様な考えで求められるようにする。

	<p>3. グループでの考えを発表し、全体で比較・検討する。 ○各グループの考え方に共通している考え方や、それぞれのグループの考え方のよさについて考える。</p> <p><b>比例の式を作ると、どんな紙の重さでもすぐに求められるよさがあるよ。</b></p> <p><b>表にまとめると、何倍かすぐ分かって求めやすい。</b></p> 	<p>ウ 数学的に説明し、伝え合う活動 グループで学び合う時間、一斉で学習する時間を設定し、学ぶ楽しさを味わえるようにする。 発表の仕方を工夫する事により、多様な考えに触れ、関数の理解を深められるようにする。 ・式の一部や表の一部のみ板書させ、他の班に説明させるようにすることで、考えを深められるようにする。</p>												
<p>終末</p>	<p>4. 学習のまとめをする。</p> <p><b>紙の重さと枚数の関係が、比例の関係にあることを利用して、紙の枚数を求めることができるね。</b></p> <p>5. 活用問題に取り組む。</p>  <p>① 一人あたり何羽の鶴を折ればよいでしょうか？ 部活の人数と折り鶴の数について考えてみよう。 一人あたりの 折り鶴の数は 人数によることがある。</p> <table border="1" data-bbox="311 1332 718 1444"> <tr> <td>人数</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>折り鶴の数</td> <td>1000</td> <td>500</td> <td><math>\frac{1000}{3}</math></td> <td>250</td> <td>200</td> </tr> </table> <p>② 5人で折り鶴を1000羽折ることにしました。ところが、5人だと1人あたりの折り鶴が多いので、1人あたりの折り鶴が、2人のときの<math>\frac{1}{4}</math>になるようにしようと思います。 何人で折ればよいでしょうか。</p> 	人数	1	2	3	4	5	折り鶴の数	1000	500	$\frac{1000}{3}$	250	200	<p>イ 数学を利用する活動 日常生活にある具体的な問題場面を課題として設定する。</p> <p><b>夏の大会前に、部活の1年生でたくさん鶴を折ったよ。</b></p> <p><b>1人あたりが折る数と、人数の関係は反比例だ。</b></p>
人数	1	2	3	4	5									
折り鶴の数	1000	500	$\frac{1000}{3}$	250	200									

②実践例2 「朝マラソン 2人の関係」

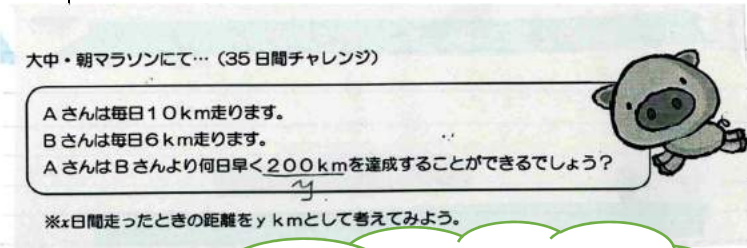
本時のねらい

身のまわりの問題を、比例のグラフを利用して解決することができる。

準備

教科書、ノート、ワークシート、朝マラソンの写真、マラソンカード



過程	学習活動	支援および留意点																																				
導入	<p>1. 本時の課題をつかむ。</p> <div style="border: 1px solid green; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>学習課題（イ 数学を利用する活動）                      Aさんは毎日10km走ります。Bさんは毎日6km走ります。                      AさんはBさんより何日早く200kmを達成することができるでしょう？</p> </div>  <p>大中・朝マラソンにて…（35日間チャレンジ）                      Aさんは毎日10km走ります。                      Bさんは毎日6km走ります。                      AさんはBさんより何日早く200kmを達成することができるでしょう？                      ※x日間走ったときの距離をy kmとして考えてみよう。</p> <div style="border: 1px solid green; border-radius: 50%; padding: 10px; display: inline-block; margin: 10px 0;"> <p>私はAさんと同じ。                      走った距離と、走った日数は                      比例の関係にあるから…</p> </div> <div style="border: 1px solid green; border-radius: 50%; padding: 10px; display: inline-block; margin: 10px 0;"> <p>僕はAさんと同じ距離を                      毎日走っているよ。</p> </div>	<p>イ 数学を利用する活動                      日常生活にある具体的な                      問題場面を課題として設                      定する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>朝マラソンの写真やマラソンカードを用意し、関心をもてるようにする。</li> <li>学習課題に対して、どのようにすれば解決できるのか見通しを持たせる。</li> </ul>																																				
展開	<p>2. グループで課題を追求する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>ア 表を利用する</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>x日</th> <th>0</th> <th>5</th> <th>10</th> <th>15</th> <th>20</th> <th>25</th> <th>30</th> <th>31</th> <th>32</th> <th>33</th> <th>34</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Aさん</td> <td>0</td> <td>50</td> <td>100</td> <td>150</td> <td>200</td> <td>250</td> <td>300</td> <td>310</td> <td>320</td> <td>330</td> <td>340</td> </tr> <tr> <td>Bさん</td> <td>0</td> <td>30</td> <td>60</td> <td>90</td> <td>120</td> <td>150</td> <td>180</td> <td>186</td> <td>192</td> <td>198</td> <td>204</td> </tr> </tbody> </table> <p>Aさんは20日、Bさんは34日  <math>34 - 20 = 14</math>      <u>14日早く達成できる</u></p> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 20px;"> <div style="width: 45%; border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>イ 式を利用する</p> <p>Aさん <math>y = 10x</math>  <math>y = 200</math>を代入する。  <math>200 = 10x</math>  <math>x = 20</math>      <u>20日</u></p> <p>Bさん <math>y = 6x</math>  <math>y = 200</math>を代入する。  <math>200 = 6x</math>  <math>x = \frac{100}{3}</math>      <u>34日</u></p> <p><math>34 - 20 = 14</math>      <u>14日</u></p> </div> <div style="width: 45%; border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>ウ 割り算を利用する</p> <p>Aさん <math>200 \div 10 = 20</math>                      Bさん <math>200 \div 6 = 33.3</math></p> <p style="text-align: center;"><math>34 - 20 = 14</math>      <u>14日</u></p> </div> </div>	x日	0	5	10	15	20	25	30	31	32	33	34	Aさん	0	50	100	150	200	250	300	310	320	330	340	Bさん	0	30	60	90	120	150	180	186	192	198	204	<ul style="list-style-type: none"> <li>解決できたグループには他の方法で解決できないか考えるように促し、多様な考えで求められるようにする。</li> </ul>
x日	0	5	10	15	20	25	30	31	32	33	34																											
Aさん	0	50	100	150	200	250	300	310	320	330	340																											
Bさん	0	30	60	90	120	150	180	186	192	198	204																											

展開

3. グループでの考えを発表し、全体で比較・検討する。

小学校のときの割り算ですぐに出るよ。

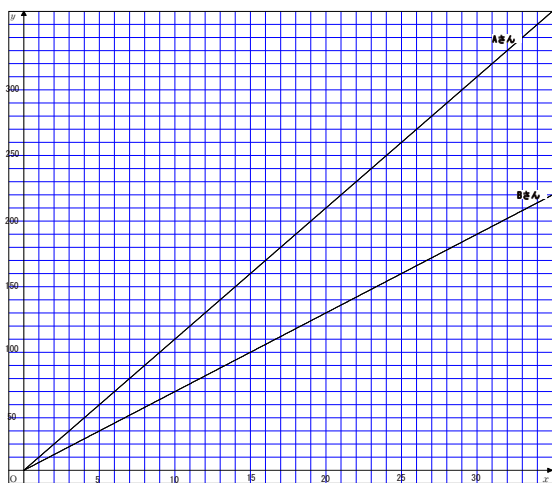
表にまとめると、2人の走った距離の関係がわかりやすいけど…



走った距離と時間の関係は比例だから、式で表すこともできるけど。



4. グラフを使って課題を解決する。



グラフに表すと、2人の関係がわかりやすいな。

学習課題

- ① 2人の走った距離の差が50km以上になるのは、朝マラソン開始から何日目ですか。
- ② Aさんが150km走り終えたとき、Bさんは150kmまであと何kmですか。

表を使えば、2人の差はすぐに分かるから便利だな。



グラフからでも、2人の関係はすぐに分かったよ。式から出したり、割り算したりするより早いな。

- 表やグラフの有用性を実感できるように、生徒との対話の中で学習課題を追加する。
- グラフや表と問題を行ったり来たりして問題解決することで、事象と数学との結びつきを捉えられるようにする。

終末

5. 学習のまとめをする。

毎朝やっている朝マラソンも比例の関係で考えることができることがわかった。いろいろな方法で考えることができるけど、問題によってグラフや表がとても便利だと思った。



6. 活用問題に取り組む。

教科書 P.136 問3、問4に取り組む。

イ 数学を利用する活動

日常生活にある具体的な問題場面を課題として設定する。

## V 成果と課題

### 1. 成果

実践①では、実際に大量のコピー用紙を用意し、提示した後、「何枚くらいか？」と問いかけ、予想を立てさせた。生徒の予想にばらつきが大きく、生徒との対話を通して「誰の予想が正解に近いのか知りたい」、「実際何枚のコピー用紙があるか知りたい」といった反応を引き出しながら、課題を設定した。課題解決の見通しを立てる場面でも、「数える」、「重さから考える」、「高さから考える」等、生徒から考えを引き出し、解決のヒントとして、500枚の束になっているコピー用紙を提示した。その後、グループでの活動では、班で意見を出し合い、ほとんどの生徒が意欲的に活動していた。また、グループで学習を進めることで、生徒から多様な考えを引き出すことができ、理解に深める事ができた。

活用問題では、部活動でほとんどの生徒が経験している折り鶴を折る場面を問題場面として提示し、問題に取り組むようにした。実物の折り鶴を用意したり、夏の大会前に折り鶴を折っていたときの様子を発表させたりしたことで、課題を身近な物として感じ、問題に取り組んでいる様子が見られた。

実践②では、学校行事で行っている朝マラソンを課題として設定した。生徒が走っている写真や、毎日記入しているマラソンカードを提示し、生徒との対話を通して学習課題を提示したことにより、理解に時間のかかる生徒でも興味を持って取りかかりやすかったと考えられる。式や表を使って課題解決を行い、発表した後、グラフを利用してもう一度問題に取り組む活動を行った。式や表で解決した後で、グラフを用いることにより、この問題では、表よりグラフの方が楽であると実感したり、視覚的に2人の関係を捉えることができわかりやすいと感じたりしている様子を生徒の反応から読み取ることができた。

単元を通して、数学的活動「**イ 数学を利用する活動**」を意図的に取り入れ、授業実践を行った。生徒にとって身近な問題である「行列の待ち時間」「学校行事での走った距離と時間の関係」「紙の量」など、日常生活にある身近な事象を扱い、数学と日常生活の事象を結びつけながら学習を進められるように学習課題を設定したことにより、意欲的に学習に取り組む生徒が多く見られた。生徒のノートの振り返りでは、「生活の中に関数の関係がたくさんあることが分かった。」「あまり意識をしていなかったけど、今までも身の回りにある比例・反比例の関係を利用していたことに気付いた。」「表やグラフを使うと、わかりやすかったし、便利だった。」などの記述が書かれていて、「数学は役に立つ」という有用性を実感させることができたと考えられる。

また、問題解決場面では、数学的活動「**ウ 数学的に説明し、伝え合う活動**」を取り入れグループで学び合う時間、一斉で学習する時間を設定し、数学を学ぶ楽しさや数学を学ぶ意義を味わえるようにした。発表の場面でも、いろいろな意見が出るように意図的に指名を行ったり、説明の仕方を工夫したりすることで、多様な考えに触れられるようにした。数学的活動を取り入れて授業を行ったことにより、数学が苦手な生徒も積極的に授業に参加したり、発表したりすることができた。また、今までは授業に対して受け身の姿勢であったり、考え方をノートにまとめることができなかつたり、消極的であった生徒も、グループ活動に楽しそうに取り組み、学習を進めることができていた。

### 2. 課題

日常生活で経験する具体的事象を課題として設定し、授業を行ってきた。数学と日常生活との結びつきが分かると、学ぶ意欲も高まり、意欲的に学習に取り組もうとする生徒が多く見られるようになった事が、生徒の振り返りの記述から見取ることができた。

授業の中に数学的活動を意識して取り入れるためには、十分な時間確保が必要である。特に、「**ウ 数学的に説明し、伝え合う活動**」にあたっては、多くの考えを出そうとしたり、出てきた考えを全体で共有したり高めたりするのに時間を要するので、生徒の実態にあった課題設定が必要である。

本実践を通し、「関数領域」以外でも、学習意欲を高め、数学の有用性を実感させるために、日常生活の事象を数学的に捉えたり、学んだ数学を日常生活で活用したりする学習を行うことができるように、教材を工夫し、授業実践をしていきたい。

## 研究主題 **ともに学ぶ算数・数学教育の創造**

サブテーマ ～数学への関心や学習意欲を育てるための指導形態の工夫～

桐生市立新里中学校 須永 綾子

### I サブテーマ設定の理由

はばたく群馬の指導プランにおいて「数学科においては、実感を伴って理解すること」を重要視しており、「数学的な考え方を身に付けること」「数学的な推論を用いて考え、説明し合うこと」「数量や図形の性質などを、具体的に示すこと」が大切であると示されている。そこで、本校の特色である二人体制での指導を生かして授業を工夫できないかと考えた。日々、授業を行う中で生徒の関心や学習意欲は授業者の技能や環境、心情等に影響されると感じていた。数学への関心・学習意欲を育てるために二人体制での指導学習の形態の工夫を取り入れようと考えた。

本校では、一年生はT T指導、二年生は少人数指導、三年生はT T指導で授業を行っている。担当は第一学年で、現在は一人の教師が主となり一斉指導にあたり、他の教師が副となり机間指導や個別指導を行っている。授業中に発言をしたり、分からない問題をT 2に質問をしたりする積極的な生徒もいる中で、最初からあきらめて学習意欲が著しく低下している生徒もいる。成功体験をつんだり、他者と協力して問題を解いたりしていく中で学習意欲は育つものであると考える。そこで学習形態の活用方法を工夫することで、関心や学習意欲が高まり、生徒ひとりひとりの個の資質・能力を向上できると考え、表記のサブテーマを設定した。

### II 研究目標

学習形態を学習内容や生徒の理解によって工夫していくことは、数学への関心や学習意欲の向上へとつながることを実践を通して明らかにしていく。

### III 研究内容

数学への関心・学習意欲を高めるために、学習形態の工夫点を以下のように考える。

①T T指導を通して、効率良く指導方法を実践して生徒の興味・関心を高める。

○単元導入時にT 1の課題提示に対して、T 2が課題解決のために子芝居や具体的な操作を行う。

○T 1の課題提示に対して、T 2は生徒とともに様々な考えや疑問点を発表することで、生徒に解決への見通しをもたせる。

○T 1指導の中で、T 2の働きかけ（端的な説明）により生徒の意識を集中させ、関心や学習意欲を継続させる。

○T 1の授業始めの復習のときにT 2が授業に必要な板書準備をしたり、生徒の発言を板書したりして、時間を有効的に使う。

○生徒が課題に取り組んでいるときに、T 1が机間指導をして、T 2は問題に必要な図や説明を板書する。

○T 2は個別指導を要する生徒を把握しておき、ひとりひとりの学習の状況に応じた支援（励ま

し)を通して学習意欲をもたせる。

②少人数指導を通して、理解に乏しい生徒の理解を高める。

- 単元の始めは一斉授業を行うが、単元途中で理解度の低い生徒（4，5名程度）は別室で授業を行う。
- 4，5名程度の少人数指導をすることによって、生徒の発言を拾って分からないところをひとつずつ解決していき、学習意欲をもたせる。
- 4，5名程度の少人数指導では、授業進度を生徒に合わせて行う。

#### IV 実践例



TT指導と少人数指導での学習効果を高めようと考えた。TT指導では、効率の良い授業の工夫をして、生徒の学習にT1が効果的に指導を行うことで、学習意欲の向上を目的とした。また、少人数指導では、授業始めに理解に応じて自己申告でクラス分けをする。今回は『比例・反比例』の単元において実践した。クラスAは「だいたい理解できている生徒」、クラスBは「前時までの内容が理解できない生徒」に分ける。クラスAではたくさんの意見や考え方を共有し、クラスBでは基礎基本の定着から学習意欲の向上を目的とした。

#### 【 実践例1 】

TT指導において効率よい授業を行い、学習意欲を高める。

方程式の利用（15時間中の12時間目）

ねらいと学習活動	時間	学習活動の支援, 指導上の留意点	
		< T1の動き >	< T2の動き >
1 既習事項の確認をし、本時の課題を把握する。	5分	○前時までの既習事項を、パワーポイントを用いて確認をさせる。	○進まない生徒に「み・は・じ」を書くように声かけをする。
2 本時の課題を把握し、課題追求の見通しを持つ。	10分	◎解決の見通しを持たせる際には、それぞれの生徒が自分なりの見通しを持つことができるように、次のような支援を行う。 ・本時の課題を、教科書の図やパソコンの動画を用いて「追いつく」ことをイメージさせる。 ・道のり・速さ・時間の関係を確認する。 ・教科書の表を埋め、関係式を立てさせる。 ○「弟の時間を $x$ とした場合」はどのような式になるかを考えさせることで、別の視点でも立式ができることを確認する。	○机間指導しながら、生徒のつぶやきを拾い、進まない生徒に声かけをしていく。 「兄と弟の歩く速さは?。」 「追いつくってことは何が等しくなるんだろ〜?」(道のり) ○「兄と弟はどちらが先に出たんだろ。」 ◎表や立式がかけられている生徒にも声かけをしていき、成功体験を積ませる。
問 弟は家を出発して学校に向かいました。その4分後に、兄は家を出発して弟を追いかけてきました。弟の歩く速さを毎分50m、兄の歩く速さを毎分70mとすると、兄は家を出発してから何分後に弟に追いつきますか。			

<p>3 ワークシート①に取り 組む。</p>	<p>20 分</p>	<p>○何を<math>x</math>としてもよいことを伝える。 ○解を求めた生徒のワークシートを確認し、筋道立てた説明ができていないかどうか、以下の項目をチェックする。</p> <p>「何を<math>x</math>としたのか。」 「左辺(右辺)は何を表わしているのか。」 「立式した左辺と右辺はなぜ等しいといえるのか。」 「求めた<math>x</math>と答えがどうやって導けるのか。」</p> <p>説明不足の場合には、足りない部分に『質問シール』を貼り、思考の整理をさせる。</p> <p>◎自力解決ができない生徒には次の支援を行う。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・表を埋めたヒントカードを渡し、そこから関係式を考えるように助言する。</li> <li>・『教えてカード』を掲示し、解き終わった生徒からアドバイスを受けるように助言する。</li> <li>・黒板に示された他の人の考え方を参照するように助言する。</li> <li>・アドバイスを受けて理解した部分は赤ペン等で記入させることで、理解不足のところを把握させる。</li> </ul> <p>○教える相手がなくなった生徒には、同レベルの問題や類題を提示し、取り組ませる。</p>	<p>○T1が机間指導をしている間に、板書をして効率よく進める。</p>  <p>○『質問シール』で、筋道立てた説明ができるように支援する。</p> <p>◎分からない生徒の声を拾う。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・問題文を読み、表をかく。</li> <li>・『みはじ』の表を利用させる。</li> </ul> <p>○筋道立てて説明できる生徒には『教えてカード』を掲示している生徒への手助けをするように声をかけていく。</p>
<p>問 姉は9時に家を出発して駅に向かいました。姉の忘れ物に気づいた妹が、9時10分に家を出発して、自転車で姉を追いかけました。姉の歩く速さを毎分60m、妹の自転車の速さを毎分210mとすると、妹が姉に追いつくのが9時何分ですか。</p> 			
<p>4 黒板に示された解法を、 全体で共有する。</p>	<p>5分</p>	<p>○板書された表や式に「なぜ?」「どうして?」と問いかけながら指名し、筋道を立てた説明を共有する。 ○妹と姉のそれぞれを<math>x</math>と置いた場合のよさを確認することで、理解を深める。</p>	<p>◎全体指導をしている間は、指導をしない。</p>
<p>5 ワークシート②に取り 組む。</p> <p>問1 私は11時に家を出発して図書館に向かいました。兄が、8分後に家を出発して、自転車で同じ図書館に向かいました。私の歩く速さを毎分70m、兄の自転車の速さを毎分210mとすると、兄が私に追いつくのは11時何分ですか。</p>	<p>8分</p>	<p>○ワークシート②はこれまでの学習をもとに、自力で解決するよう指示する。</p> <p>○解決が難しい生徒には、ワークシート①を参考に考えるよう助言する。</p>	<p>○生徒から「先生!(<math>x</math>の置き方は)これであっているのに何で答えが変な数になるんですか?」と質問を受けた。どこがおかしいのか表を確認しながら「私と兄はどちらが先に出発しましたか?」どちらの方が長く移動しているのかを考えさせて私を<math>x</math>と置いたら兄は</p>

<p>問2 Aくんは家から学校まで行くのに、分速80mで歩いて行くのと、分速240mで自転車で行くのとでは、歩いて行く方が10分多くかかるという。家から学校までの道のりを求めなさい。</p>		<p>○問2の立式ができない生徒がいたら、ヒントカードを渡して考えさせる。</p>	<p>(<math>x-8</math>) になることに気づかせる。</p> <p>○進まない生徒に「表を利用して解いてごらん」と声かけを行う。</p> <p>○進まない生徒に何を<math>x</math>とおくのか、ヒントカードを渡す。</p>
<p>6 本時の学習を振り返り、まとめる。</p>		<p>2分 ○本時の学習で感じたことや気づいたことなど自分の言葉でワークシートに書かせる。</p>	<p>◇方程式を利用した道のり・速さ・時間の求め方について考え、説明することができる。</p> <p>(ワークシート) 【数学的な見方・考え方】</p>
<p>&lt;表れてほしい生徒の意識&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・道のり・速さ・時間の問題も方程式を使うことで答えを求められることがわかった。</li> <li>・言葉で説明しようとする、なかなか上手に表せない。でも、それを一生懸命考えることで、ただ式で解くことよりも理解できたと思う。</li> </ul>			

## 【 実践例2 】

『比例・反比例』グラフや式を求める授業後に、習熟度別の少人数指導を通して興味や学習意欲、基礎基本の知識・理解を高める授業。

### クラスA 比例と反比例 (20時間中の17時間目)

ねらいと学習活動	時間	学習活動の支援、指導上の留意点
0 クラス分けをする。	1分	○自己申告制で、前時までの内容が理解できたかできていないかでクラス分けをする。
1 確認テストをする。	10分	○既習事項をテスト形式で確認する。
2 本時の課題を知り、課題追求の見通しを持つ。	5分	○実際に、小さな手動のシュレッダーを見せて現実と結びつけながら考えさせる。

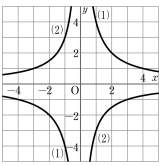
【課題】シュレッダーで細かくされたコピー用紙のごみがあります。このごみが、A4のコピー用紙で何枚分になるか知りたいとき、どのようにして調べればよいでしょうか。



<table border="1"> <tr> <th colspan="3">コピー用紙</th> </tr> <tr> <td>サイズ</td> <td>A3</td> <td>A4</td> </tr> <tr> <td>価格</td> <td>1100円</td> <td>600円</td> </tr> <tr> <td>枚数</td> <td>500枚</td> <td>500枚</td> </tr> <tr> <td>重さ</td> <td>4kg</td> <td>2kg</td> </tr> </table>		コピー用紙			サイズ	A3	A4	価格	1100円	600円	枚数	500枚	500枚	重さ	4kg	2kg		○このままだと求めることができないので「何がわかれば求めることができるのか」を考えさせて資料を見せる。
コピー用紙																		
サイズ	A3	A4																
価格	1100円	600円																
枚数	500枚	500枚																
重さ	4kg	2kg																
3本時の課題に取り組む。	19分		○机間指導では、表や比例式、方程式などたくさんの考え方ができるように生徒の考えを拾って、その都度黒板に考え方を書いていく。取り組めない生徒のヒントにもなるように、答えは書かないでおく。 ◎出てきた考え方をすべて取り上げて、生徒に考えさせることにより解法は一通りではないが、方程式を利用することで、次の間につながることを考えさせる。【方程式の利便性】															
4問題を解く。	10分	<table border="1"> <tr> <td>例1 5人で折りづるを1000羽折ることにしました。ところが、5人だと1人あたりの折る数が多いので、1人あたりの折る数が、5人のときの1/4になるようにしようと思います。何人で折ればよいでしょうか。</td> </tr> </table>	例1 5人で折りづるを1000羽折ることにしました。ところが、5人だと1人あたりの折る数が多いので、1人あたりの折る数が、5人のときの1/4になるようにしようと思います。何人で折ればよいでしょうか。	○教科書の問題を解いて、反比例の考えを活用して解決させる。 ○実生活の中の反比例の事象を考えさせ、身近に感じさせる。  <table border="1"> <tr> <td>問2 3段階でギアが変えられる自転車があります。前のギアと後ろのギアの歯数は、次のようになっています。   (前) 32 (後ろ) A : 12 B : 16 C : 18   (1) ペダルを1回転させると、前のギアが1回転します。このとき、後ろのギアBは何回転しますか。   (2) ペダルを1回転させるとき、後ろのギアの歯数と回転数の間にどんな関係がありますか。また、その関係を利用して、ペダルを1回転させるときの後ろのギアA、Cの回転数を求めなさい。</td> </tr> </table>	問2 3段階でギアが変えられる自転車があります。前のギアと後ろのギアの歯数は、次のようになっています。  (前) 32 (後ろ) A : 12 B : 16 C : 18  (1) ペダルを1回転させると、前のギアが1回転します。このとき、後ろのギアBは何回転しますか。  (2) ペダルを1回転させるとき、後ろのギアの歯数と回転数の間にどんな関係がありますか。また、その関係を利用して、ペダルを1回転させるときの後ろのギアA、Cの回転数を求めなさい。													
例1 5人で折りづるを1000羽折ることにしました。ところが、5人だと1人あたりの折る数が多いので、1人あたりの折る数が、5人のときの1/4になるようにしようと思います。何人で折ればよいでしょうか。																		
問2 3段階でギアが変えられる自転車があります。前のギアと後ろのギアの歯数は、次のようになっています。  (前) 32 (後ろ) A : 12 B : 16 C : 18  (1) ペダルを1回転させると、前のギアが1回転します。このとき、後ろのギアBは何回転しますか。  (2) ペダルを1回転させるとき、後ろのギアの歯数と回転数の間にどんな関係がありますか。また、その関係を利用して、ペダルを1回転させるときの後ろのギアA、Cの回転数を求めなさい。																		
5本時の振り返りを行う。	5分		○反比例の考え方を利用した点を確認して、本時の振り返りを行う。															

### クラスB 比例と反比例 (20時間中の17・18・19・20時間目)

ねらいと学習活動	時間	学習活動の支援、指導上の留意点 (◎ : 工夫点)
0クラス分けをする。	5分	○自己申告制で、前時の学習内容が理解できない生徒はクラスBへ移動をする。
1既習事項の確認をする。	15分	◎比例・反比例の表、式、グラフの関係性を確認する。 ・クラスBの生徒は、局所的に理解できたり、課題を解決したりできるが、全体的にとらえることが苦手な生徒が多い。そのため、常に全体像をイメージさせて問題を考えさせる。

		◎視覚的に理解させるために、表・式・グラフの関係性を表わした図を黒板にかいておく。
2本時の課題を確認する。	9分	◎例題を問題集の問題を対応させて考えさせることで、自主学習のときに取り組みやすくさせる。  ◎生徒の発言を必ず拾うことで、分からないことを言いやすい雰囲気をつくり、問題解決をしようとする態度を育てる。
3問題を解く。	20分	○表・式・グラフの相互関係を考える問題を解かせる。  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <p><b>たしかめ</b> ① 右の図の(1), (2)は、反比例のグラフです。 それぞれについて、<math>y</math>を<math>x</math>の式で表しなさい。</p>  </div>
		◎問題が、表・式・グラフのどこからどこへ関係を考えているのか、板書の図を利用して常に考えさせる。
4本時の振り返りを行う。	1分	○表・式・グラフの関連性の重要性を確認して振り返らせる。

## V 成果と課題

授業後、実践クラスにアンケートをとった。クラスAは22人、クラスBは5人がアンケートに答えて、結果は以下ようになった。

### 【質問1 TT指導を受けて感想をかいてください】

- ・わかりやすい教え方で楽しい。
- ・一人が進めて、一人がサポートに回るので時間短縮になると思いました。
- ・先生に丸付けをしてもらうときに手分けしてくれるので時間短縮になると思います。
- ・二通りの考えを聞けるから答えの幅が広がるので、効率の良い学習につながると思います。
- ・ちゃんとひとりひとりに教えてくれるところが良いです。
- ・二人いるので、わからなかったときに違う教え方を聞いて理解できるところが良いです。
- ・二人の方がたくさん教えてもらえるし、早く進める。
- ・わかりやすく丁寧に教えてくれる。
- ・少し談笑があるからあきずに授業に取り組める。
- ・授業を進めるスピードが速くなる？
- ・一人が授業していても、もう一人は回っているので質問しやすい。
- ・分からない所を教えてもらえる。

**【質問2 一斉授業と少人数授業はどちらの方が良いですか。】**

クラス A

一斉 6 人 / 少人数 1 2 人 / どちらでも 4 人

クラス B

一斉 0 人 / 少人数 3 人 / どちらでもよい 2 人

(理由: 人数が多いので変わった感じはなかった。 / 少人数の方がいろいろなことが聞けるから。 / 人数が少ない方が個別でアドバイスがもらえる時間が長くなるから)

**【質問3 質問2で答えた理由は何ですか。あてはまるものに丸をつけてください。(複数回)】**

クラス A

進めるスピード 1 5 人 / 答えやすさ 7 人 / 問題の難易度 8 人 / 発言のしやすさ 7 人

クラス B

進めるスピード 2 人 / 答えやすさ 2 人 / 問題の難易度 0 人 / 発言のしやすさ 0 人

**【質問4】少人数指導において、よく理解ができましたか。**

クラス A

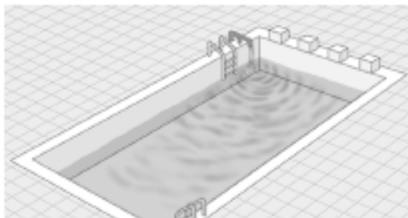
ある 9 人 / まあまあある 1 0 人 / どちらでもない 2 人 / 変わらない 0 人

《結果》クラス B

ある 0 人 / まあまあある 4 人 / どちらでもない 1 人 / 変わらない 0 人

アンケート結果より、少人数指導によって理解が低下し学習意欲も低下していたクラス B の生徒であったが、理解できたかという質問に対して、5 人中 4 人が《まあまあある》と答え、理解した実感があることがわかった。4、5 名の少人数指導をすることによって、分からないことを直接質問できる環境や時間があつたりして学習意欲が高まった。また、T T 指導によって、複数の考えが聞けたり、分からないところを T 2 に質問することができたりするため、T T 指導が良いという生徒もいた。課題として、T T 指導と少人数指導を生徒の状態や単元の特徴によって、変えていくことによって生徒の学習意欲や興味を高めるのに有効であるかもしれない。教材研究を行い、生徒にあった教材の精選が必要である。また、T 2 の役割として、生徒の代弁をすることを大切にしていきたい。『授業中に分からないことがあるけれどなかなか言い出せない生徒』や『考えや疑問が浮かんでいるけれど意見できない生徒』の代弁者となることで生徒の喜びとなり、成功体験となり自信や意欲につながると実感できた。今後の指導に取り入れていきたい。

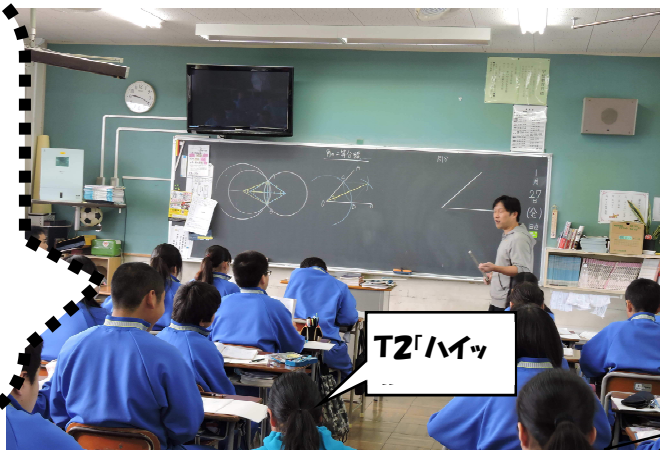
下のような問題を考える前に『25mプールに水を入れると10時間かかります。では、新里中のプール(50mプール)に水を入れると何時間かかるでしょうか?』と質問を投げかけて考えさせると「20時間ー!!」と単純に2倍する生徒がいた。そこで、体積のしくみに気づき興味を持たせて、問題を考えさせた。



から  
問題: 空のプールに水を入れ続けるとき、プールの水がいっぱいになるまでの時間を知るには、どんなことがわかればよいでしょうか。

【平面図形の作図中】

「先生ー! その角なら(コンパスの針を置く場所)がわかるけど、他の図形だったら、どうしよう・・・(どこに針を置いたら)」と悩んでいた生徒をT2が代弁する。



【空間図形の多面体の授業中】

T1「多面体は、面の数によって〇〇面体といいます。では、面の数が3枚だったら?」  
 生徒「三面体ー」  
 T1「4枚だったら?」  
 生徒「四面体ー」  
 T1「7枚だったら?」  
 生徒「七面体ー」  
 生徒A「あれ?」(と三面体に疑問に思う生徒がいた。)  
 T2「あれ?みんな本当に三面体ってあるの?ねえ生徒A。」  
 と、生徒Aの疑問にT2が気づき、生徒の代弁を行う。